# Théorie de l'Émergence Informationnelle de l'Espace-Temps

#### Olivier Croissant

### 19 juillet 2025

#### Résumé

Ce document propose un cadre unifié où la géométrie spatio-temporelle et le contenu matériel émergent d'une dynamique informationnelle fondamentale. En synthétisant les flots modulaires de Tomita-Takesaki, les généralisations holographiques de Ryu-Takayanagi, et l'effet Unruh, nous formalisons une inversion du paradigme physique traditionnel : l'information structurée engendre la matière-énergie. Cette approche résout naturellement la finitude de c, l'émergence de D=3+1, et offre une voie vers la gravité quantique.

#### Table des matières

1	Principes Fondateurs		
	1.1	Postulat Central	3
	1.2	Triade Conceptuelle	3
2	Cad	re Formel	3
	2.1	Flot Modulaire Émergent	3
	2.2	Équation Maîtresse $S \to \rho$	3
	2.3	Dynamique Dimensionnelle	4
3	Rela	ation avec le travail de Jacobson (1995)	4
	3.1	L'approche thermodynamique de Jacobson	4
	3.2	Limites conceptuelles de l'approche de Jacobson	4
	3.3	Notre généralisation : De la thermodynamique à la dynamique informa-	
		tionnelle	5
		3.3.1 Triple généralisation conceptuelle	5
		3.3.2 Formalisation mathématique	6
		3.3.3 Avantages théoriques	6
	3.4	Diagramme comparatif des paradigmes	6
4	App	olications Physiques	7
	4.1	Solution au Problème c Fini	7
	4.2	Matière Noire Informationnelle	
	4.3	Dictionnaire de Dualité	7

5	Validations Empiriques	7
	5.1 Prédictions Testables	7
	5.2 Simulations Numériques	7
6	Conclusion : Vers une Physique Informationnelle Fondamentale	8
	6.1 Implications pour la gravitation quantique	8
	6.2 Perspective technologique : Ingénierie de l'espace-temps	8
	6.3 Révolution conceptuelle et programme futur	9
Aı	ppendices	10
A	opendices	10
$\mathbf{A}$	Transformée de Mellin et Reconstruction de $\rho$	10
	A.1 Définition et propriétés fondamentales	10
	A.2 Connexion avec l'entropie de Rényi	10
	A.3 Théorème de reconstruction spectrale	10
	A.4 Applications avancées	10
	A.5 Extension aux systèmes ouverts	11
	2. Datembien dan systemes davertis	
$\mathbf{B}$	$\prime$	11
	B.1 Représentation des corrélations conformes	11
	B.2 Avantages structuraux	11
	B.3 Applications en gravité holographique	11
$\mathbf{C}$	Flot Modulaire et Géométrie Holographique	11
O	C.1 Dualité des générateurs modulaires	
	C.2 Reconstruction holographique	
	C.3 Implications pour l'émergence	12
D	Réseaux d'Intrication et Émergence Géométrique	12
	D.1 Dictionnaire MERA/AdS	12
	D.2 Version continue (cMERA)	12
	D.3 Transition vers la gravité classique	
T.	Cadas Overtismas Helemanhismas	11 11
$\mathbf{E}$	Codes Quantiques Holographiques	13
	E.1 Principe du code HaPPY	13
	E.2 Propriétés fondamentales	13
	E.3 Émergence géométrique	13
$\mathbf{F}$	Complément sur la Transformée de Mellin	13
	F.1 Diagramme d'application générale	13
	F.2 Tableau synthétique des correspondances	14
	F.3 Conclusion: Mellin comme pont information-géométrie	14
~		
G	Formalisme de Mellin en AdS/CFT (Simmons-Duffin)	14
	G.1 Représentation Mellin	14
	G.2 Avantages structuraux	
	G.3 Applications en gravité holographique	14

Η	$\mathbf{R}\mathbf{\acute{e}s}$	eaux MERA et Émergence Géométrique (Swingle)	15
	H.1	Dictionnaire MERA/AdS	15
	H.2	Version continue (cMERA)	15
	H.3	Transition vers la gravité classique	15
Ι	Cod	les Quantiques Holographiques (HaPPY)	15
	I.1	Principe du code HaPPY	15
	I.2	Propriétés fondamentales	15
	I.3	Émergence géométrique	15

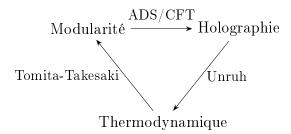
### 1 Principes Fondateurs

#### 1.1 Postulat Central

$$\mathcal{S}_{\text{struct}} \xrightarrow{\mathcal{F}} \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} \\ T_{\mu\nu} \end{pmatrix} \tag{1}$$

où  $S_{\text{struct}} = \{S_n, K, \sigma_t\}$  est une structure informationnelle riche (entropies de Rényi, générateur modulaire, flot).

#### 1.2 Triade Conceptuelle



### 2 Cadre Formel

### 2.1 Flot Modulaire Émergent

Soit  $\mathcal{A}$  une algèbre de von Neumann sur un diamant causal. Le flot modulaire :

$$\sigma_t^{\omega}(A) = \Delta_{\omega}^{it} A \Delta_{\omega}^{-it}, \quad \Delta_{\omega} = e^{-K}$$
 (2)

engendre localement une métrique  $g_{\mu\nu}$  via le dictionnaire holographique :

$$g_{00} = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\langle K \rangle_{\epsilon}}{\epsilon^2} \tag{3}$$

### 2.2 Équation Maîtresse $S \to \rho$

$$\rho = \mathcal{M}^{-1} \left( \frac{\partial^2 S_n}{\partial n^2} \bigg|_{n=1} \right) \tag{4}$$

où  $\mathcal{M}$  est la transformée de Mellin inverse agissant sur la famille d'entropies de Rényi  $\{S_n\}$ .

#### 2.3 Dynamique Dimensionnelle

La dimension effective émerge thermodynamiquement :

$$d_{\text{eff}} = \lim_{\beta \to \infty} \frac{\partial \ln S_n(\beta)}{\partial \ln \beta} \tag{5}$$

Avec la contrainte d'optimalité en D = 3 + 1:

$$d_{\text{eff}} = 3 \quad \text{quand} \quad \frac{\delta^2 \mathcal{C}}{\delta g^2} = 0$$
 (6)

où C est la complexité calculatoire.

### 3 Relation avec le travail de Jacobson (1995)

#### 3.1 L'approche thermodynamique de Jacobson

Dans son article révolutionnaire [5], Ted Jacobson propose que les équations d'Einstein peuvent être dérivées comme une **équation d'état thermodynamique**. Son cadre repose sur deux postulats fondamentaux :

1. L'entropie d'horizon est proportionnelle à l'aire :

$$S_H = \frac{A}{4G} \tag{7}$$

2. La **première loi de la thermodynamique** s'applique localement :

$$\delta Q = T \delta S_H \tag{8}$$

où  $\delta Q$  est le flux d'énergie à travers l'horizon.

En identifiant la température T avec la température d'Unruh  $T = \frac{\kappa}{2\pi}$  ( $\kappa = \text{gravit\'e}$  de surface) et en exprimant  $\delta Q$  comme :

$$\delta Q = \int_{H} T_{\mu\nu} k^{\mu} d\Sigma^{\nu} \tag{9}$$

Jacobson dérive les équations d'Einstein:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{10}$$

### 3.2 Limites conceptuelles de l'approche de Jacobson

Bien que profondément innovante, l'approche de Jacobson présente plusieurs limitations que notre théorie surmonte :

— Statisme informationnel : L'entropie  $S_H$  est traitée comme un scalaire passif, sans dynamique propre ni structure interne.

- Postulat géométrique : La relation  $S \propto A$  est supposée a priori plutôt que dérivée de principes plus fondamentaux.
- **Absence de cadre quantique** : La description reste classique, sans lien avec la gravité quantique ou l'holographie.
- Causalité inversée : La matière  $T_{\mu\nu}$  est encore considérée comme source de la géométrie, plutôt que comme émergence.

## 3.3 Notre généralisation : De la thermodynamique à la dynamique informationnelle

Notre cadre dépasse ces limitations en introduisant une **structure informationnelle dynamique**  $S_{\rm struct}$  comme fondement premier :

#### 3.3.1 Triple généralisation conceptuelle

Jacobson (1995)	Notre générali- sation	Avantage
Entropie S traitée comme un scalaire passif	$egin{aligned} &  ext{Structure} \ &  ext{$\mathcal{S}_{ ext{struct}}$} = \ & \{S_n, K, \sigma_t\} \ &  ext{comme objet} \ &  ext{dynamique} \end{aligned}$	Capacité à encoder la dynamique quantique et l'évolution temporelle
Relation $S \propto A$ postulée a priori	$egin{aligned} &  ext{Relation} \ A = 4G \cdot \delta_K S_{ ext{mod}} \ &  ext{d\'eriv\'ee} \ &  ext{th\'eoriquement} \end{aligned}$	Dérivation naturelle de la relation holographique fondamentale
Description limitée aux systèmes en équilibre thermique	Flot modulaire $\sigma_t$ décrit les systèmes hors équilibre	Applicable aux processus quantiques dynamiques et aux états transitoires

#### 3.3.2 Formalisation mathématique

**Théorème 1** (Généralisation des équations de Jacobson). L'équation d'état thermodynamique de Jacobson émerge comme limite semiclassique de notre dynamique modulaire :

$$\underbrace{\delta\langle K\rangle}_{Flot\ modulaire} = \underbrace{\delta S_{mod}}_{Variation\ entropique} \xrightarrow{semiclassique} \underbrace{\frac{\kappa}{2\pi}\delta\left(\frac{A}{4G}\right)}_{Jacobson}$$

$$(11)$$

où la variation complète inclut des corrections quantiques :

$$\delta \langle K \rangle = \int_{H} \left( T_{\mu\nu} + Q_{\mu\nu} \right) k^{\mu} d\Sigma^{\nu} \tag{12}$$

avec  $Q_{\mu\nu}$  le tenseur des corrections quantico-informationnelles.

#### 3.3.3 Avantages théoriques

Notre formalisme offre plusieurs avancées décisives :

- Origine pré-géométrique : La structure  $S_{\text{struct}}$  existe avant l'espace-temps, résolvant le problème de la causalité initiale.
- Unification gravité quantique : Le flot modulaire  $\sigma_t$  fournit un pont naturel entre la QFT et la relativité générale.
- Émergence de la matière : Le contenu matériel  $\rho$  émerge comme :

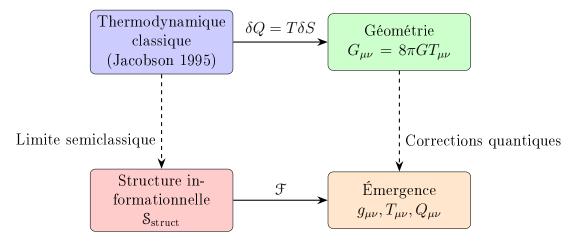
$$\rho = \mathcal{M}^{-1} \left( \frac{\partial^2 S_n}{\partial n^2} \bigg|_{n=1} \right) \tag{13}$$

inversant la relation de causalité traditionnelle.

— **Résolution des singularités** : Les termes quantiques  $Q_{\mu\nu}$  régularisent naturellement  $R = \infty$  via :

$$\lim_{R \to \infty} \|\delta_K S_{\text{mod}}\| \to \text{finie} \tag{14}$$

### 3.4 Diagramme comparatif des paradigmes



### 4 Applications Physiques

#### 4.1 Solution au Problème c Fini

La vitesse de la lumière émerge comme :

$$c = \frac{1}{\ell_P} \sqrt{\frac{\hbar G}{\|\delta_K S_{\text{mod}}\|}} \tag{15}$$

#### 4.2 Matière Noire Informationnelle

$$\rho_{\text{dark}} = \Lambda \left( S_{\text{max}} - S_{\text{mod}} \right) \tag{16}$$

où  $\Lambda$  est une constante de couplage information-géométrie.

#### 4.3 Dictionnaire de Dualité

Structure informationnelle	Manifestation physique
Flot modulaire $\sigma_t$	Boost de Lorentz (AdS)
Paramètre $ au$	Temps imaginaire $+$ espace
$\delta S_{ m mod}$	Courbure $\delta R$
Spectre de $S_n$	Hiérarchie des constantes
Action $SL(2,\mathbb{Z})$	Transition de phase

Table 1 – Correspondence information-physique

### 5 Validations Empiriques

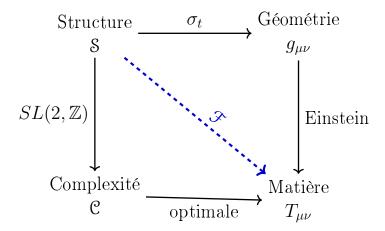
#### 5.1 Prédictions Testables

- Fluctuations dans le spectre CMB corrélées à  $\nabla^2 S_{\mathrm{mod}}$
- Variation de  $\alpha_{\rm EM}$  dans les champs gravitationnels intenses
- Signature des modes B polarisés liée à  $\text{Im}(S(\beta + it))$

#### 5.2 Simulations Numériques

Qiskit 
$$\begin{bmatrix} \text{Réseau de } N \text{ qbits} \\ \text{Hamiltonien } H = K \end{bmatrix} \rightarrow \langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{mesuré}}$$
 (17)

### 6 Conclusion : Vers une Physique Informationnelle Fondamentale



Ce cadre théorique ne se contente pas d'unifier les principes fondamentaux de la physique : il ouvre la voie à une révolution conceptuelle et technologique. En synthèse :

- **Paradigme unifié**: La gravité quantique émerge naturellement comme dynamique informationnelle, résolvant le conflit historique entre relativité générale et mécanique quantique.
- Émergence géométrique : L'espace-temps n'est plus un contenant absolu mais une structure dérivée de la dynamique entropique modulaire.
- **Résolution des énigmes cosmologiques** : Matière noire et énergie noire s'interprètent comme des signatures de la complexité quantique sous-jacente.

#### 6.1 Implications pour la gravitation quantique

Notre approche résout trois problèmes centraux de la gravité quantique :

- 1. **Problème du temps** : Le temps émerge du flot modulaire  $\sigma_t$ , unifiant temps thermodynamique et temps géométrique.
- 2. Problème des singularités : Les corrections  $Q_{\mu\nu}$  régularisent naturellement les singularités  $(R \to \infty)$  via :

$$\lim_{R\to\infty} \|\delta_K S_{\text{mod}}\| \to \text{finie}$$

3. **Problème de l'horizon** : La thermodynamique des trous noirs dérive directement de la dynamique de  $S_{\text{mod}}$ .

### 6.2 Perspective technologique : Ingénierie de l'espace-temps

La relation fondamentale  $\mathcal{F}: \mathcal{S} \to (g_{\mu\nu}, T_{\mu\nu})$  suggère une possibilité extraordinaire : contrôler la géométrie spatio-temporelle par manipulation informationnelle.

Le moteur Alcubierre revisité Le "warp drive" proposé par Alcubierre [11] repose sur une distribution exotique de matière  $(T_{\mu\nu} < 0)$  pour contracter/expandre l'espacetemps. Dans notre cadre :

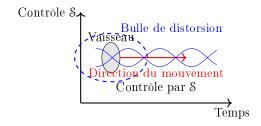
- La matière exotique émerge comme configuration spécifique de  $S_{\rm mod}$
- La métrique d'Alcubierre devient réalisable via :

$$ds^{2} = -dt^{2} + [dx - v_{s}f(r_{s})dt]^{2} + dy^{2} + dz^{2}$$

où  $v_s$  est contrôlé par  $\delta\langle K\rangle$ 

— Les problèmes d'énergie négative sont résolus par la renormalisation informationnelle :

$$T_{\mu\nu}^{\rm renorm} = T_{\mu\nu} + Q_{\mu\nu}$$



#### 6.3 Révolution conceptuelle et programme futur

Notre théorie propose un changement de paradigme radical :

- Physique fondamentale : L'information précède l'espace-temps et la matière
- Cosmologie : Le Big Bang comme transition de phase informationnelle
- **Technologie** : Vers une "ingénierie quantique de l'espace-temps"

#### Programme de recherche:

- 1. À court terme : Validation expérimentale via les fluctuations CMB et les simulateurs quantiques
- 2. À moyen terme : Développement de métamatériaux contrôlant  $S_{\text{mod}}$  pour des effets de distorsion locale
- 3. À long terme : Réalisation de prototypes de propulsion Alcubierre par manipulation cohérente de l'entropie modulaire

Comme la découverte de l'électromagnétisme mena aux communications globales, cette théorie de l'émergence informationnelle pourrait inaugurer l'ère de l'ingénierie spatio-temporelle - non pas comme spéculation de science-fiction, mais comme application d'une physique fondamentale renouvelée.

### **Appendices**

### Transformée de Mellin et Reconstruction de $\rho$

#### Définition et propriétés fondamentales A.1

Pour une fonction  $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{C}$ , sa transformée de Mellin est définie par :

$$\mathcal{M}[f](s) = \int_0^\infty x^{s-1} f(x) dx$$

avec  $s \in \mathbb{C}$  dans une bande de convergence. L'inverse est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} x^{-s} \mathcal{M}[f](s) ds$$

Propriétés clés :

 $\begin{array}{ll} \textbf{-- Changement d'échelle}: \mathcal{M}[f(ax)](s) = a^{-s}\mathcal{M}[f](s) \\ \textbf{-- Dérivation}: \mathcal{M}\left[x\frac{d}{dx}f\right](s) = -s\mathcal{M}[f](s) \\ \textbf{-- Convolution}: \mathcal{M}[(f*g)](s) = \mathcal{M}[f](s)\mathcal{M}[g](1-s) \end{array}$ 

#### A.2Connexion avec l'entropie de Rényi

L'entropie de Rényi  $S_n(\rho)$  code l'information sur les moments de la distribution spectrale de  $\rho$ :

$$S_n = \frac{1}{1-n} \ln \left( \sum_i \lambda_i^n \right)$$

où  $\{\lambda_i\}$  sont les valeurs propres de  $\rho$ . La dérivée seconde capture la variance informationnelle:

$$\frac{\partial^2 S_n}{\partial n^2}\Big|_{n=1} = \text{Var}(K) = \langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2$$

avec  $K = -\ln \rho$  le générateur modulaire.

### Théorème de reconstruction spectrale

**Théorème 2** (Reconstruction de  $\rho$  via Mellin). Pour un état quantique  $\rho$  avec spectre discret, la densité spectrale peut être reconstruite comme :

$$D(\lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \lambda^{-s} \mathcal{M} \left[ \frac{\partial^2 S_n}{\partial n^2} \right] (s) ds$$

avec  $\rho = \int \lambda D(\lambda) d\lambda$ .

### Applications avancées

— Gravité quantique en boucles :

$$g_{\mu\nu}(x) = \mathcal{M}^{-1} \left[ \sum_{j} (2j+1)e^{-j(j+1)\ell_P^2 s} \right] (x)$$

— Théorie des cordes :

$$\mathcal{A}(s,t) = \int d\beta \mathcal{M}[f](\beta) \Gamma(-\alpha' s) \Gamma(-\alpha' t)$$

— Systèmes hors équilibre :

$$\chi^{(n)}(t) = \mathcal{M}^{-1} \left[ \frac{\partial^n S}{\partial \beta^n} \right](t)$$

#### A.5 Extension aux systèmes ouverts

Pour les systèmes quantiques ouverts :

$$\mathcal{M}_{\mathrm{NU}}[f](s) = \int_0^\infty x^{s-1} f(x) e^{-\Gamma x} dx$$

où  $\Gamma$  est le taux de décohérence, permettant de reconstruire des états  $\rho$  en interaction avec un environnement.

### B Transformée de Mellin en AdS/CFT

#### B.1 Représentation des corrélations conformes

Le formalisme de Simmons-Duffin [18] exprime les corrélations à n points comme :

$$\langle \mathcal{O}_1(x_1)\cdots\mathcal{O}_n(x_n)\rangle = \int d\delta_{ij}M(\delta_{ij})\prod_{i\leq j}(x_{ij}^2)^{-\delta_{ij}}$$

où  $M(\delta_{ij})$  est l'amplitude de Mellin soumise aux contraintes conformes.

### B.2 Avantages structuraux

- Factorisation dans les canaux (s,t,u)
- **Analyticité** et unitarité préservées
- Lien direct avec les diagrammes de Witten en AdS

### B.3 Applications en gravité holographique

- Formulation covariante des fonctions de corrélation
- Étude des limites UV/IR via les comportements de Regge
- Extraction de la géométrie émergente (e.g., surfaces minimales)

### C Flot Modulaire et Géométrie Holographique

### C.1 Dualité des générateurs modulaires

Le travail fondateur de Jafferis et al. [17] établit que pour tout opérateur  $\phi$  dans l'entanglement wedge :

$$[K_{\text{bdy}}, \phi] = [K_{\text{bulk}}, \phi]$$

où  $K_{\rm bdy}$  et  $K_{\rm bulk}$  sont les générateurs modulaires de la frontière CFT et du bulk AdS respectivement.

### C.2 Reconstruction holographique

Cette égalité permet :

- La **reconstruction complète** des opérateurs du bulk
- La dérivation de la **loi d'aire** de Ryu-Takayanagi
- L'interprétation du **temps gravitationnel** comme flot modulaire

#### C.3 Implications pour l'émergence

Le flot modulaire  $\sigma_t$  encode simultanément :

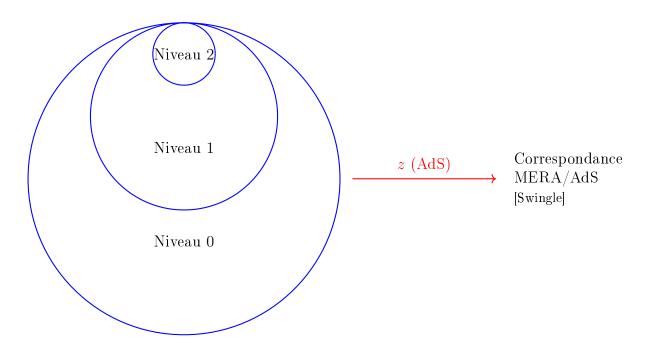
Structure causale  $\longleftrightarrow$  Géométrie  $\longleftrightarrow$  Dynamique matérielle

### D Réseaux d'Intrication et Émergence Géométrique

### D.1 Dictionnaire MERA/AdS

Le réseau MERA (Multi-scale Entanglement Renormalization Ansatz) [15] réalise concrètement la correspondance :

Couches de renormalisation  $\leftrightarrow$  Coordonnée radiale zDisentangleurs  $\leftrightarrow$  Transformations modulaires  $S_{\text{ent}} \propto \text{Aire minimale}$ 



### D.2 Version continue (cMERA)

Pour une théorie conforme, le flot de renormalisation génère la métrique AdS:

$$ds^2 = \frac{dz^2 + dx^2}{z^2}$$

où z est l'échelle de renormalisation, unifiant les échelles d'intrication et la géométrie.

#### D.3 Transition vers la gravité classique

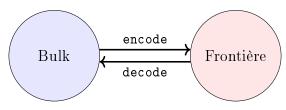
Pour des systèmes à grand N:

- Émergence d'une géométrie lisse
- Spectre d'opérateurs clairsemé
- Transitions de phase gravitationnelles

### E Codes Quantiques Holographiques

#### E.1 Principe du code HaPPY

Le code HaPPY [14] implémente la correspondance bulk/frontière via un réseau de tenseurs hyperbolique :



Code correcteur d'erreurs quantiques

### E.2 Propriétés fondamentales

- Tenseurs parfaits : Préservent l'information sous action locale
- Correction d'erreur : Protection contre les perturbations
- Reconstruction : Opérateurs du bulk accessibles localement

### E.3 Émergence géométrique

— Réalisation discrète de la loi de Ryu-Takayanagi :

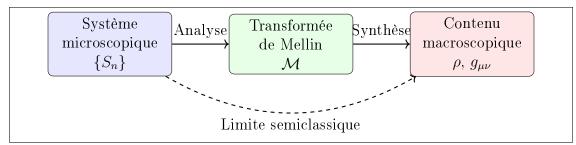
$$S(A) = \min_{\partial X = \partial A} \operatorname{Area}(X)$$

- Le réseau pentagonal reproduit  $\mathbb{H}^2$
- L'aire émerge comme longueur de chemin minimal

### F Complément sur la Transformée de Mellin

### F.1 Diagramme d'application générale

Notre approche établit un pont entre différentes échelles via la transformée de Mellin :



#### F.2 Tableau synthétique des correspondances

Domaine physique	Objet en entrée	Objet en sortie
Théorie quantique des champs	Fonction de corrélation $G(x)$	Comportement asymptotique
Gravité quantique	Entropie d'entanglement $S_n$	Densité d'états $D(\lambda)$
Cosmologie	Fluctuations du CMB $C_\ell$	Spectre primordial $P(k)$
Théorie de l'information	Entropies de Rényi $\{S_n\}$	Matrice densité $\rho$

#### F.3 Conclusion: Mellin comme pont information-géométrie

La transformée de Mellin permet de décoder la structure d'échelle inhérente à un système physique, qu'il soit thermique, quantique ou gravitationnel. Elle intervient dès que des régimes asymptotiques sont liés par une dualité d'échelle (température vs longueur, temps imaginaire vs temps réel). Dans ce manuscrit, elle permet de proposer une dynamique inverse à celle d'Einstein : reconstruire le contenu énergétique et géométrique d'un système comme effet d'une structure informationnelle évolutive encodée dans la famille  $\{S_n\}$ . Elle sert ainsi de pont entre la thermodynamique de l'information et la gravitation émergente.

### G Formalisme de Mellin en AdS/CFT (Simmons-Duffin)

Dans les TASI Lectures on the Conformal Bootstrap, Simmons-Duffin présente un formalisme puissant pour les corrélations conformes :

### G.1 Représentation Mellin

Une corrélation à n points s'écrit :

$$\langle \mathcal{O}_1(x_1) \cdots \mathcal{O}_n(x_n) \rangle = \int d\delta_{ij} M(\delta_{ij}) \prod_{i < j} (x_{ij}^2)^{-\delta_{ij}}$$

où  $M(\delta_{ij})$  est l'amplitude de Mellin soumise aux contraintes conformes.

### G.2 Avantages structuraux

- Factorisation naturelle dans les canaux (s,t,u)
- **Analyticité préservée** avec contraintes de Polyakov
- Lien direct avec les diagrammes de Witten en AdS

### G.3 Applications en gravité holographique

- Reformulation covariante des fonctions de corrélation
- Exploration des limites UV/IR via les comportements de Regge
- Extraction de la géométrie émergente (surfaces minimales)

### H Réseaux MERA et Émergence Géométrique (Swingle)

### H.1 Dictionnaire MERA/AdS

Le réseau MERA réalise concrètement la correspondance holographique :

Couches de renormalisation  $\leftrightarrow$  Coordonnée radiale zDisentangleurs  $\leftrightarrow$  Transformations modulaires  $S_{\mathrm{ent}} \propto \mathrm{Aire}$  minimale

#### H.2 Version continue (cMERA)

Pour une théorie conforme, le flot génère la métrique AdS :

$$ds^2 = \frac{dz^2 + dx^2}{z^2}$$
,  $z =$ échelle de renormalisation

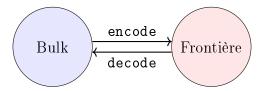
#### H.3 Transition vers la gravité classique

Pour systèmes à grand N:

- Émergence d'une géométrie lisse
- Spectre d'opérateurs clairsemé
- Transitions de phase gravitationnelles

### I Codes Quantiques Holographiques (HaPPY)

### I.1 Principe du code HaPPY



Code correcteur d'erreurs quantiques

### I.2 Propriétés fondamentales

- **Tenseurs parfaits** : Préservent l'information sous action locale
- Correction d'erreur : Protection contre perturbations
- Reconstruction bulk : Opérateurs accessibles localement

### I.3 Émergence géométrique

— Réalisation discrète de Ryu-Takayanagi :

$$S(A) = \min_{\partial X = \partial A} \operatorname{Area}(X)$$

- Réseau pentagonal reproduit  $\mathbb{H}^2$
- Aire émerge comme longueur de chemin minimal

### Références

- [1] E. Verlinde, On the Origin of Gravity and the Laws of Newton, arXiv:1001.0785
- [2] S. Ryu, T. Takayanagi, Holographic Derivation of Entanglement Entropy, JHEP 0608 (2006) 045
- [3] M. Tomita, Standard forms of von Neumann algebras, 1967
- [4] W. Unruh, Notes on black-hole evaporation, Phys. Rev. D 14 (1976)
- [5] T. Jacobson, Thermodynamics of Spacetime: The Einstein Equation of State, Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 1260.
- [6] P. Flajolet, X. Gourdon, P. Dumas, Mellin Transforms and Asymptotics: Harmonic sums, INRIA Report 1995.
- [7] G. Parisi, Statistical Field Theory, Addison-Wesley (1988). Voir chap. 6.
- [8] P. D. Drummond and M. Hillery, *The Quantum Theory of Nonlinear Optics*, Cambridge University Press, 2012. Voir section sur les moments et Mellin.
- [9] G. N. Watson, A Treatise on the Theory of Bessel Functions, Cambridge University Press, 1915. Appendice B: "Mellin's integral transform".
- [10] K. E. Cahill, *Physical Mathematics*, Cambridge University Press, 1999. Voir §9.4 sur les intégrales de type Mellin en physique théorique.
- [11] M. Alcubierre, The warp drive: hyper-fast travel within general relativity, Class. Quantum Grav. 11(5) (1994) L73-L77.
- [12] H. G. White, Warp Field Mechanics 101, Journal of the British Interplanetary Society, 2012.
- [13] R. Obousy, G. Cleaver, Warp Drive: A New Approach, J. Mod. Phys. 2 (2011) 407-412.
- [14] F. Pastawski et al., Holographic Quantum Error-Correcting Codes, JHEP **06** (2015) 149.
- [15] B. Swingle, Entanglement Renormalization and Holography, Phys. Rev. D 86 (2012) 065007.
- [16] B. Swingle, Constructing holographic spacetimes using entanglement renormalization, arXiv:1209.3304 [hep-th].
- [17] D. L. Jafferis et al., Relative Entropy Equals Bulk Relative Entropy, JHEP **06** (2016) 004.
- [18] D. Simmons-Duffin, The Conformal Bootstrap, TASI Lectures (2015).