

# Filtres

Loïc Barbaresco, Rémi Barbaste, Robin Degironde, Émeric Tosi

24 mars 2015

## Sommaire

<b>1</b>	<b>Définition</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Différences entre filtre analogique et numérique</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Différences entre filtre passif et actif</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Comparaison de filtres</b>	<b>5</b>
4.1	Butterworth . . . . .	5
4.2	Tchebyscheff . . . . .	5
4.3	Cauer . . . . .	6
4.4	Bessel . . . . .	6
4.5	Legendre . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Calculs</b>	<b>7</b>
5.1	calcul de la pulsation . . . . .	8
5.2	calcul de beta . . . . .	8
5.3	calcul de gamma . . . . .	8
5.4	calcul de R . . . . .	9
5.5	calcul de Ak . . . . .	9
5.6	calcul de Bk . . . . .	10
5.7	calcul de Gk . . . . .	10
5.8	calcul de Lk . . . . .	11
5.9	calcul de Ck . . . . .	11
<b>6</b>	<b>Code complet</b>	<b>12</b>
6.1	HTML . . . . .	12
6.2	JavaScript . . . . .	16

## 1 Définition

Un filtre est un dispositif (actif ou passif) qui permet de réaliser une opération de traitement du signal. En effet, il permet de transformer un signal reçu en entrée en un signal de sortie différent par le biais de circuits électroniques, ces derniers servant à modifier le spectre de fréquence et/ou la phase du signal reçu.

Les filtres permettent donc l'isolement, l'élimination ou la séparation de signaux. Ce traitement peut par exemple consister à éliminer ou affaiblir des fréquences parasites (comme du bruit), et/ou à isoler une information utile présente au sein d'une certaine bande passante d'un signal.

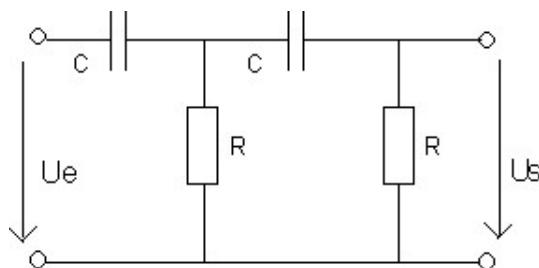


FIGURE 1 – Un filtre passif

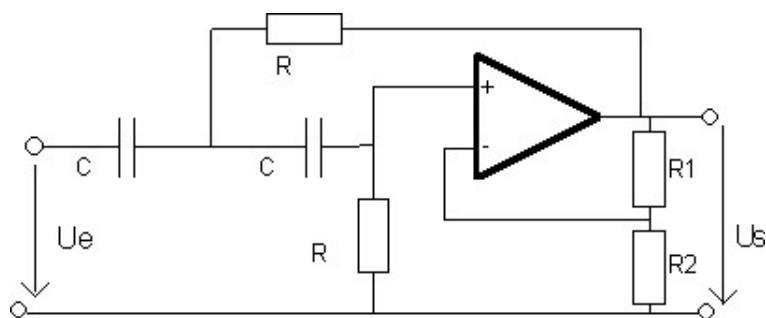


FIGURE 2 – Un filtre actif

## 2 Différences entre filtre analogique et numérique

Parmi les différents filtres existants, on peut les classer selon deux catégories : analogiques ou numériques.

Un filtre analogique permet de traiter de façon analogique un signal en retirant les signaux indésirables afin de ne conserver qu'un signal utile. De ce fait, le signal qui le traverse est différent en sortie que celui présent en entrée, cette modification est appliquée directement au signal.

Un filtre numérique permet de traiter numériquement un signal. Pour cela, le signal est numérisé sur le support en entrée, grâce par exemple à un convertisseur analogique-numérique (CAN) afin d'échantillonner ce signal. On modifie, vérifie ou trie ensuite ces informations binaires constituant un flux de données. On émet finalement un nouveau signal généré à partir de ce flux binaire de données sur le support en sortie grâce par exemple à un convertisseur numérique-analogique (CNA).

### 3 Différences entre filtre passif et actif

Les filtres passifs sont composés uniquement d'éléments passifs (c'est-à-dire des éléments résistifs, capacitifs et inductifs). De ce fait, le gain d'un tel filtre ne peut excéder 1, un tel type de filtre ne peut qu'atténuer une partie d'un signal, il ne peut donc pas être utilisé donc le but d'amplifier un signal. Les réalisations les plus simples sont réalisées à partir de circuits RC ou RL, cependant on peut trouver des association diverses de composants (comme LC ou RLC), toutefois ces circuits sont plus complexes.

Les filtres actifs contiennent au moins un élément actif, comme un transistor ou un amplificateur opérationnel, qui va amplifier le signal. Avec un tel filtre, il est possible d'avoir un gain supérieur à 1. On peut les utiliser pour atténuer tout comme pour amplifier certaines fréquences d'un signal.

Toutefois lors de l'utilisation des hautes fréquences, le problème qui se pose est que la notion de filtre ne signifie plus rien. Tous les composants, y compris les lignes électromagnétiques, constituant le filtre possèdent une atténuation, des capacités et des inductances qui influent sur le résultat du filtre. La fonction d'amplificateur opérationnel n'existe pas non plus.

### 4 Comparaison de filtres

	Butterworth	Tchebycheff	Cauer	Bessel	Legendre
Coupure	+	++	+++	+	+++
Ondulation	++	-	-	++	+++
Distorsion	++	+	-	+++	++
Calculs	++	+++	+	++	-
Réalisation	+++	++	+	+++	-

#### 4.1 Butterworth

Le filtre de Butterworth est un filtre polynomial qui possède un gain qui est constant dans la bande passante. En effet, il possède une réponse qui est la plus plate possible, il n'y a pas d'ondulation. Un tel filtre est le seul filtre linéaire qui a une forme générale qui est similaire quelque soit l'ordre. De plus la fréquence de coupure possède toujours un affaiblissement de -3dB.

#### 4.2 Tchebyscheff

Le filtre de Tchebycheff est, tout comme le filtre de Butterworth, un filtre polynomial. Il possède cependant une meilleure sélectivité que ce dernier, mais sa courbe de réponse en bande passante présente des ondulations (il

y en a  $n$  dans la bande passante,  $n$  étant la valeur de l'ordre du filtre). Sa coupure est un peu plus raide que pour un filtre de Butterworth.

### 4.3 Cauer

Le filtre de Cauer, également appelé filtre elliptique, possède une ondulation à la fois en bande passante et en bande atténuée. La coupure est ici bien plus raide que les deux précédents filtres. Les signaux subissent en revanche une déformation assez importante.

### 4.4 Bessel

Le filtre de Bessel, qui est également un filtre polynômial, offre un délai constant dans sa bande passante et une conservation de la phase des fréquences, la distorsion est donc minimale. La coupure est moins raide que celle d'un filtre de Butterworth.

### 4.5 Legendre

Le filtre de Legendre, lui aussi polynômial, possède à la fois une atténuation monotone et une raideur maximale proche de la fréquence de coupure. Il n'y a pas d'ondulation dans la bande passante. On peut comparer la raideur de coupure de ce filtre avec celle des autres filtres, on remarque qu'elle tend vers celle des filtres elliptiques.

## 5 Calculs

Afin de réaliser un programme de calcul des filtres passe-bas de Tchebyscheff, nous avons choisi d'utiliser du JavaScript (pour la partie traitement) associé au couple HTML/CSS (pour la partie rendu et affichage). Dans la partie JavaScript, nous calculons les valeurs des éléments localisés Lk, Ck et Rn à partir des caractéristiques du filtre. Ces dernières, fournies par l'utilisateur, sont l'ordre, le taux d'ondulation maximal, la fréquence de coupure ainsi que l'impédance R1.

A partir des valeurs saisies, nous calculons la pulsation, la valeur de beta et de gamma, ensuite la valeur de R en appliquant la bonne formule selon si l'ordre est pair ou impair. Puis nous déterminons les valeurs des Ak, Bk, Gk, L, C.

Nous affichons les résultats sous la forme d'un tableau en indiquant l'ordre, la valeur du condensateur C, celle de l'inductance L et celle de la résistance R.

[Accueil](#) [Aide](#) [A propos](#) [B.E. Telecoms - Groupe 12](#)

# Calcul de filtres de Tchebychev

N (ordre) :

Omax (taux d'ondulation maximal) :

 dB

Fo (fréquence de coupure) :

 MHz

R1 (impédance) :

  $\Omega$

Valider

Reset

Résultats

Ordre #	C	L	R
1	6.44e-12 F	-	50 $\Omega$
2	-	7.91e-9 H	50 $\Omega$
3	6.44e-12 F	-	50 $\Omega$

FIGURE 3 – La page de calcul de notre outil

## 5.1 calcul de la pulsation

$$W_c = 2 * \pi * \text{Fréquence de coupure}$$

```
1      /* pulsation */
2
3      Wc = 2 * Math.PI * freqCoup;
```

## 5.2 calcul de beta

$$\text{Béta } \beta = \log\left(\frac{\cosh\left(\frac{\text{Ondulation}}{17,37}\right)}{\sinh\left(\frac{\text{Ondulation}}{17,37}\right)}\right)$$

```
1      /* beta */
2
3      beta = Math.log( ( cosh( ondulation / 17.37 ) ) / ( sinh(
      ondulation / 17.37 ) ) );
```

## 5.3 calcul de gamma

$$\text{Gamma } \gamma = \sinh\left(\frac{\beta}{2 * \text{Ordre}}\right)$$

```
1      /* gamma */
2
3      gamma = sinh( beta / ( 2 * ordre ) );
```



## 5.4 calcul de R

Si l'ordre est pair

$$R_n = \left(\tanh \frac{\beta}{4}\right)^2 * \text{Impédance}$$

Si l'ordre est impair

$$R_n = \text{Impédance}$$

```
1      /* calcul de R */
2
3      if ( ( ordre % 2 ) != 0 )
4      {
5          R = 1;
6      }
7      else
8      {
9          R = tanh( beta / 4 ) * tanh( beta / 4 );
10     }
11
12     /* calcul de Rn */
13
14     Rn = R * impedance;
```

## 5.5 calcul de Ak

$$A_k = \frac{\sin 2 * (k - 1) * \pi}{2 * \text{Ordre}}$$

$k$  étant la position du composant

```
1      /* calcul des Ak */
2
3      for( k = 1; k <= ordre; k++ )
4      {
5          Ak[k] = Math.sin( ( ( 2 * k-1 ) * Math.PI ) / ( 2 *
6              ordre ) );
7      }
```

## 5.6 calcul de Bk

$$B_k = \gamma^2 + \sin\left(\frac{k * \pi}{\text{Ordre}}\right)^2$$

$k$  étant la position du composant

```
1      /* calcul des Bk */
2
3      for( k = 1; k <= ordre; k++ )
4      {
5          Bk[k] = gamma * gamma + Math.sin( k * Math.PI / ordre
6              ) * Math.sin( k * Math.PI / ordre );
7      }
```

## 5.7 calcul de Gk

$$G_1 = 2 * \frac{A_1}{\gamma}$$

$$G_k = \frac{(4 * A_{k-1} * A_k)}{B_{k-1} * G_{k-1}}$$

$k$  étant la position du composant

```
1      /* calcul des Gk */
2
3      Gk[1] = 2 * Ak[1] / gamma;
4
5      for( k = 2; k <= ordre ; k++ )
6      {
7          Gk[k] = ( 4 * Ak[k-1] * Ak[k] ) / ( Bk[k-1] * Gk[k-1]
8              );
9      }
```

## 5.8 calcul de $L_k$

$$L_k = \frac{G_k * \text{Impédance}}{W_c}$$

$k$  étant la position du composant

```
1      /* calcul des L */
2
3      for( k = 1; k <= ordre ; k++ )
4      {
5          l[k] = ( impedance * Gk[k] ) / Wc ;
6      }
```

## 5.9 calcul de $C_k$

$$C_k = \frac{G_k}{\text{Impédance} * W_c}$$

$k$  étant la position du composant

```
1      /* calcul des C */
2
3      for( k = 1; k <= ordre ; k++ )
4      {
5          c[k] = Gk[k] / ( ( impedance * Wc ) );
6      }
```

## 6 Code complet

### 6.1 HTML

```
1 <!DOCTYPE html>
2 <html lang="fr" style="position:relative; min-height:100%;">
3   <head>
4     <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=
      utf-8" />
5     <link rel="stylesheet" href="rsc/bootstrap/css/bootstrap.css"
      >
6     <title>Calcul de filtres</title>
7     <link rel="apple-touch-icon" sizes="57x57" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-57x57.png">
8     <link rel="apple-touch-icon" sizes="60x60" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-60x60.png">
9     <link rel="apple-touch-icon" sizes="72x72" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-72x72.png">
10    <link rel="apple-touch-icon" sizes="76x76" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-76x76.png">
11    <link rel="apple-touch-icon" sizes="114x114" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-114x114.png">
12    <link rel="apple-touch-icon" sizes="120x120" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-120x120.png">
13    <link rel="apple-touch-icon" sizes="144x144" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-144x144.png">
14    <link rel="apple-touch-icon" sizes="152x152" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-152x152.png">
15    <link rel="apple-touch-icon" sizes="180x180" href="./rsc/
      favicon/apple-icon-180x180.png">
16    <link rel="icon" type="image/png" sizes="192x192" href="./rsc/
      /favicon/android-icon-192x192.png">
17    <link rel="icon" type="image/png" sizes="32x32" href="./rsc/
      favicon/favicon-32x32.png">
18    <link rel="icon" type="image/png" sizes="96x96" href="./rsc/
      favicon/favicon-96x96.png">
19    <link rel="icon" type="image/png" sizes="16x16" href="./rsc/
      favicon/favicon-16x16.png">
20    <link rel="manifest" href="./rsc/favicon/manifest.json">
21    <meta name="msapplication-TileColor" content="#ffffff">
22    <meta name="msapplication-TileImage" content="./rsc/favicon/
      ms-icon-144x144.png">
23    <meta name="theme-color" content="#ffffff">
24  </head>
25
26  <body role="document" style="padding-top:50px; padding-bottom:20
    px; margin-bottom:60px;">
27
28  <!-- barre de menu -->
```

```

29 <nav class="navbar navbar-inverse navbar-fixed-top">
30   <div class="container">
31     <div class="navbar-header">
32       <button type="button" class="navbar-toggle
33         collapsed" data-toggle="collapse" data-target=
34         ".navbar-collapse">
35         <span class="sr-only">Toggle navigation</span>
36         <span class="icon-bar"></span>
37         <span class="icon-bar"></span>
38         <span class="icon-bar"></span>
39       </button>
40       <a class="navbar-brand" href="index.html">Accueil<
41       /a>
42     </div>
43     <div class="navbar-collapse collapse">
44       <ul class="nav navbar-nav">
45         <li><a href="aide.html">Aide</a></li>
46         <li><a href="credits.html">A propos</a></li>
47       </ul>
48       <p class="navbar-text navbar-right"><a target="
49         _blank" href="https://github.com/emeric254/
50         BETelecomsCPL2014">B.E. Telecoms : Groupe 12</
51         a></p>
52     </div>
53   </div>
54 </nav>
55
56 <!-- barre de titre -->
57 <div class="jumbotron">
58   <div class="container theme-showcase" role="main">
59     <h1>Calcul de filtres de Tchebychev</h1>
60   </div>
61 </div>
62
63 <!-- contenu de la page -->
64 <div class="container">
65   <!-- saisies -->
66   <div class="col-lg-4">
67     <form name="general" action="index.html">
68
69       <div class="form-group">
70         <label for="inputN"> N (ordre) : </label>
71         <div class="input-group">
72           <input type="number" min="1" step="1" class
73             ="form-control" id="inputN" value="1"
74             data-bind="value:inputN" >
75           <span class="input-group-addon"></span>
76         </div>

```

```

70     </div>
71
72     <div class="form-group">
73         <label for="inputOmax"> Omax (taux d'
74             ondulation maximal) : </label>
75         <div class="input-group">
76             <input type="number" min="0.1" step="0.1"
77                 class="form-control" id="inputOmax"
78                 value="1" data-bind="value:inputOmax" >
79             <span class="input-group-addon"> dB </span>
80         </div>
81     </div>
82
83     <div class="form-group">
84         <label for="inputFreqc"> Fc (fréquence
85             de coupure) : </label>
86         <div class="input-group">
87             <input type="number" min="1" class="form-
88                 control" id="inputFreqc" value="1000"
89                 data-bind="value:inputFreqc" >
90             <span class="input-group-addon"> MHz </span>
91         </div>
92     </div>
93
94     <div class="form-group">
95         <label for="inputRi"> R1 (impédance) :
96         </label>
97         <div class="input-group">
98             <input type="number" min="1" class="form-
99                 control" id="inputRi" value="50" data-
100                 bind="value:inputRi" >
101             <span class="input-group-addon"> Ω </span>
102         </div>
103     </div>
104
105     <input type="button" onclick="main(general);"
106         value="Valider" class="btn btn-lg btn-success"
107     >
108     <input type="button" onclick="location.reload();"
109         value="Reset" class="btn btn-lg btn-danger">
110
111 </form>
112
113 <hr>
114
115 </div>
116 <!-- resultats -->
117 <div class="col-lg-8">
118     <div class="panel panel-primary">
119         <div class="panel-heading">

```

```

105         <h3 class="panel-title"> R&eacute;sultats </h3
106         >
107     </div>
108     <div class="panel-body">
109         <div id="resultats"> </div>
110     </div>
111 </div>
112
113 </div>
114 <!-- l'application -->
115 <script src="rsc/app.js"></script>
116 </body>
117 </html>

```

## 6.2 JavaScript

```
1  /*
2    app.js
3
4    This program is free software; you can redistribute it and/or
5    modify
6    it under the terms of the GNU General Public License as published
7    by
8    the Free Software Foundation; either version 2 of the License, or
9    (at your option) any later version.
10
11    This program is distributed in the hope that it will be useful,
12    but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
13    MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
14    GNU General Public License for more details.
15
16    You should have received a copy of the GNU General Public License
17    along with this program; if not, write to the Free Software
18    Foundation, Inc., 51 Franklin Street, Fifth Floor, Boston,
19    MA 02110-1301, USA.
20 */
21 /* Fonction cosinus hyperbolique */
22 function cosh(val)
23 {
24     return (Math.pow(Math.E, val) + Math.pow(Math.E, -val)) / 2;
25 }
26
27 /* Fonction sinus hyperbolique */
28 function sinh (val)
29 {
30     return (Math.exp(val) - Math.exp(-val)) / 2;
31 }
32
33 /* Fonction tangente hyperbolique */
34 function tanh (val)
35 {
36     return (Math.exp(val) - Math.exp(-val)) / (Math.exp(val) + Math.
37         exp(-val));
38 }
39
40 function main(general)
41 {
42
43     champsResultat = document.getElementById('resultats');
44 }
```



```

45 // saisies
46 var ordre = document.general.inputN.value;
47 var ondulation = document.general.inputOmax.value;
48 var freqCoup = document.general.inputFreqc.value;
49 var impedance = document.general.inputRi.value;
50
51 if ( isNaN(ordre) || isNaN(ondulation) || isNaN(freqCoup) ||
    isNaN(impedance) || ordre <= 0 || ondulation <= 0 || freqCoup
    <= 0 || impedance <= 0 /*// !( ordre % 2 ) */ )
52 {
53     champsResultat.setAttribute('class','alert');
54     champsResultat.innerHTML = '<div class="alert alert-danger">
        <p>Veuillez remplir correctement les champs de donn&
        eacute;es.</p> </div>';
55     champsResultat.innerHTML += '<div class="alert alert-info"> <
        p>Pour plus d\'information consultez l\'<a href="aide.
        html"><strong>aide</strong></a>.</p> </div>';
56 }
57 else
58 {
59     champsResultat.setAttribute('class','alert alert-info');
60
61     var Ak = new Array();
62     var Bk = new Array();
63     var c = new Array();
64     var Gk = new Array();
65     var l = new Array();
66     var k = 0;
67
68     /* Traduction de la fr&eacute;quence de coupure en Hz */
69     freqCoup *= 1000; // MHz -> KHz
70     freqCoup *= 1000; // KHz -> Hz
71
72
73     /* pulsation */
74     Wc = 2 * Math.PI * freqCoup;
75
76     /* beta */
77     beta = Math.log( ( cosh( ondulation / 17.37 ) ) / ( sinh(
        ondulation / 17.37 ) ) );
78
79     /* gamma */
80     gamma = sinh( beta / ( 2 * ordre ) );
81
82     /* calcul de R */
83     if ( ( ordre % 2 ) != 0 )
84     {
85         R = 1;
86     }

```

```

87     else
88     {
89         R = tanh( beta / 4 ) * tanh( beta / 4 );
90     }
91
92     /* calcul de Rn */
93     Rn = R * impedance;
94
95     /* calcul des Ak */
96     for( k = 1; k <= ordre; k++ )
97     {
98         Ak[k] = Math.sin( ( ( 2 * k-1 ) * Math.PI ) / ( 2 * ordre
99             ) );
100     }
101
102     /* calcul des Bk */
103     for( k = 1; k <= ordre; k++ )
104     {
105         Bk[k] = gamma * gamma + Math.sin( k * Math.PI / ordre ) *
106             Math.sin( k * Math.PI / ordre );
107     }
108
109     /* calcul des Gk */
110     Gk[1] = 2 * Ak[1] / gamma;
111
112     for( k = 2; k <= ordre ; k++ )
113     {
114         Gk[k] = ( 4 * Ak[k-1] * Ak[k] ) / ( Bk[k-1] * Gk[k-1] );
115     }
116
117     /* calcul des L */
118     for( k = 1; k <= ordre ; k++ )
119     {
120         l[k] = ( impedance * Gk[k] ) / Wc ;
121     }
122
123     /* calcul des C */
124     for( k = 1; k <= ordre ; k++ )
125     {
126         c[k] = Gk[k] / ( ( impedance * Wc ) );
127     }
128
129     /* Affichage des résultats sous forme Exponentielle */
130     resultats = '<div class="table-responsive"> <table class="
    table table-bordered table-striped"> <thead> <tr> <th>
    Ordre # </th> <th> C </th> <th> L </th> <th> R </th> </tr>
    > </thead> <tbody>';

```

```

131     for(k=1; k<= ordre; k++)
132     {
133         resultats += "<tr> <td> " + k + "</td>";
134
135         if( (k%2) != 0 )
136         {
137             var aff = c[k].toPrecision(3);
138             resultats += "<td>"+ aff + " F </td> <td> - </td> <td>"
139                 + Rn.toPrecision(2) + " &#937; </td>";
140         }
141         else
142         {
143             var aff = l[k].toPrecision(3);
144             resultats += "<td> - </td> <td>" + aff + " H </td> <td>"
145                 + Rn.toPrecision(2) + " &#937; </td>";
146         }
147
148         resultats += "</tr>";
149     }
150
151     resultats += "</tbody> </div> </table>";
152
153     champsResultat.innerHTML = resultats;
154 }
155 }

```