

Lei da Gravitação Universal de Newton

Emerson Roberto Kruger Gonçalves

Bacharelado em Física, Universidade Federal Fluminense (UFF) — Instituto de Física,
Campus da Praia Vermelha

Agosto 2025

1 Introdução

A gravitação é uma das forças fundamentais da natureza e foi sistematizada de forma notável por Isaac Newton no século XVII. A partir da análise das leis de movimento de Johannes Kepler, Newton formulou um princípio simples e universal capaz de explicar desde a queda de corpos na superfície terrestre até o movimento de planetas em torno do Sol. Sua Lei da Gravitação Universal conecta o comportamento de objetos celestes e terrestres sob um mesmo conjunto de regras, revolucionando a física e abrindo caminho para áreas como a astronomia e a engenharia espacial. Neste artigo, exploramos a formulação matemática dessa lei, seus conceitos fundamentais e aplicações, além de suas limitações na fronteira relativística.

2 Lei da Gravitação Universal

A Lei da Gravitação Universal afirma que qualquer par de corpos no universo exerce uma força de atração mútua, proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Aqui, F é o módulo da força (N), m_1 e m_2 são as massas (kg), r é a distância entre os centros de massa (m) e G é a constante gravitacional universal, cujo valor CODATA 2022 é

$$G = 6,67430(15) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}.$$

Essa lei tem caráter *universal* porque independe da composição: qualquer objeto está sujeito à gravidade. É com ela que Newton unifica a física terrestre e a celeste.

3 Campo Gravitacional e Potencial

O **campo gravitacional** $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ fornece a aceleração que uma massa de prova sofre:

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -G \sum_i m_i \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|^3}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{r}) = -G \int \rho(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d^3\mathbf{r}'$$

para massas pontuais e distribuição contínua $\rho(\mathbf{r}')$, respectivamente.

Define-se o **potencial gravitacional** Φ por

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\nabla\Phi(\mathbf{r}),$$

o que leva, para massas pontuais e meio contínuo, a

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \sum_i \frac{m_i}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|}, \quad \Phi(\mathbf{r}) = -G \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d^3\mathbf{r}'.$$

Aplicando o Laplaciano resulta a **equação de Poisson**:

$$\nabla^2\Phi(\mathbf{r}) = 4\pi G \rho(\mathbf{r}).$$

Superfícies equipotenciais têm Φ constante; deslocamentos tangenciais nelas não realizam trabalho. A **energia potencial** de uma massa de prova m é $U(\mathbf{r}) = m\Phi(\mathbf{r})$ e o trabalho do campo entre A e B é $W_{A \rightarrow B} = -\Delta U$.

Exemplos essenciais

(i) **Massa pontual** Para uma massa M na origem:

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{r}, \quad \mathbf{g}(r) = -\frac{GM}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

(ii) **Próximo à superfície da Terra** Com $r = R_{\oplus} + h$,

$$g(h) = \frac{GM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2} \approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{R_{\oplus}}\right) \quad (h \ll R_{\oplus}),$$

onde $g_0 = GM_{\oplus}/R_{\oplus}^2$.

(iii) **Casca esférica (teorema da casca)** O campo no interior de uma casca esférica homogênea é nulo; fora, equivale ao de uma massa pontual M concentrada no centro.

4 Órbitas Keplerianas

A gravidade newtoniana implica as leis de Kepler. Para uma órbita circular de raio r em torno de M ,

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Definindo o *parâmetro gravitacional* $\mu \equiv GM$, a **velocidade orbital** é $v = \sqrt{\mu/r}$. Do fato de $v = 2\pi r/T$ segue a **lei harmônica**:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu} r^3.$$

Para órbitas elípticas, vale

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G(M+m)} a^3,$$

onde a é o semieixo maior (e, quando $M \gg m$, $G(M+m) \approx GM$).

As três leis de Kepler (interpretação newtoniana)

1. **Órbitas:** trajetórias elípticas com a fonte de gravidade em um foco.
2. **Áreas:** o raio-vetor varre áreas iguais em tempos iguais (conservação do momento angular).
3. **Lei harmônica:** $T^2 \propto a^3$.

Exemplo: órbita baixa terrestre

Com $R_{\oplus} = 6,371 \text{ km}$ e $M_{\oplus} = 5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$, para um satélite a $h = 400 \text{ km}$:

$$r = R_{\oplus} + h = 6,771 \times 10^3 \text{ m}, \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r}} \approx 7,67 \text{ km/s},$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \approx 5,54 \times 10^3 \text{ s} \approx 92,3 \text{ min},$$

isto é, cerca de 15 órbitas por dia.

5 Limitações da Lei de Newton

A teoria de Newton descreve com alta precisão fenômenos cotidianos e orbitais usuais, mas falha em regimes relativísticos.

Periélio de Mercúrio

A órbita de Mercúrio apresenta uma precessão adicional de $\sim 43''$ por século que não se explica apenas com interações planetárias newtonianas. A Relatividade Geral (1915) fornece a conta correta.

Desvio da luz

Na formulação newtoniana padrão, a luz não é prevista corretamente como defletida pela gravidade. Uma análise corpuscular newtoniana clássica chega a *metade* do ângulo observado; o valor completo (medido em 1919 durante um eclipse) requer Relatividade Geral e a curvatura do espaço-tempo (*lente gravitacional*).

Velocidades extremas e campos intensos

A gravidade newtoniana assume ação instantânea e velocidades muito menores que c . Próximo a buracos negros e em objetos compactos, ou para velocidades relativísticas, é necessária a Relatividade Geral.

Ondas gravitacionais

A teoria newtoniana não prevê ondas gravitacionais. Sinais foram detectados diretamente em 2015 (LIGO/Virgo), confirmando uma previsão relativística centenária.

6 Aplicações Práticas

Satélites artificiais

O projeto de órbitas (período, velocidade e altitude) em LEO, MEO e GEO é feito com a dinâmica newtoniana e μ dos corpos. Ex.: satélites GPS em MEO ($\sim 20,200$ km de altitude) têm período de ≈ 12 horas e cobertura global.

Engenharia espacial

Janelas de lançamento, transferências (ex.: Hohmann) e *gravity assists* são planejados com a gravitação newtoniana, com correções relativísticas apenas quando necessário.

Medição da constante G

De Cavendish (1798) a arranjos modernos, mede-se G via forças minúsculas entre massas; é notoriamente difícil reduzir incertezas, dado o caráter extremamente fraco da gravidade.

Geofísica e prospecção

Gravímetros detectam variações de ordem de 10^{-8} m/s² (microgal), úteis para investigar estrutura interna da Terra, recursos e mudanças de massa (gelo, aquíferos).

Ensino

A lei de Newton permanece central no currículo por sua clareza conceitual e enorme domínio de validade prática.

7 Conclusão

A Lei da Gravitação Universal de Newton unifica a física terrestre e a celeste sob um princípio matemático simples e poderoso. Apesar de limitações em regimes relativísticos (periélio de Mercúrio, desvio da luz, ondas gravitacionais), sua aplicação é dominante em problemas cotidianos, de geofísica à engenharia espacial. O estudo dessa lei fornece base conceitual e técnica para avançar rumo à Relatividade e à astrofísica moderna.

Referências (acesso livre)

- NIST — National Institute of Standards and Technology. *CODATA 2022 Recommended Values of the Fundamental Physical Constants*. Disponível em: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/>. Acesso em: ago. 2025.
- BRITANNICA. *Law of Universal Gravitation*. Disponível em: <https://www.britannica.com>. Acesso em: ago. 2025.
- MIT OpenCourseWare. *Gravitational Potential and Field* (notas sobre potencial, campo e equação de Poisson). Disponível em: <https://ocw.mit.edu>. Acesso em: ago. 2025.

- CARROLL, S. *Lecture Notes on General Relativity*. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/gr-qc/9712019>. Acesso em: ago. 2025.
- LIGO Scientific Collaboration. *What are Gravitational Waves?*. Disponível em: <https://www.ligo.org/science/Publication-GW150914/>. Acesso em: ago. 2025.
- NASA — Space Place. *What is Gravity?*. Disponível em: <https://spaceplace.nasa.gov/what-is-gravity/en/>. Acesso em: ago. 2025.
- Observatório Nacional (Brasil). *Gravimetria*. Disponível em: <https://www.on.br/>. Acesso em: ago. 2025.
- GPS.gov. *Space Segment & Orbit Characteristics*. Disponível em: <https://www.gps.gov/systems/gps/space/>. Acesso em: ago. 2025.
- NUSSENZVEIG, H. Moysés. *Curso de Física Básica — Volume 1: Mecânica*. 5.ed. São Paulo: Blucher, 2013. Disponível em: https://www.blucher.com.br/curso-de-fisica-basica-vol-1_9788521207450. Acesso em: ago. 2025.