

## Relazione Esercizio 4

Per garantire le complessità richieste dalla consegna, abbiamo scelto di rappresentare la struttura dati GRAFO mediante una **HashMap** che permette di effettuare inserimento, ricerca e cancellazione in tempo  $O(1)$ .

### Creazione di un grafo vuoto in $O(1)$

Per creare un grafo vuoto, utilizziamo il costruttore offerto dalla API *HashMap* con chiave *String* e valore *List<String>* che rappresenta la lista delle adiacenze, ossia gli archi. Tale costruttore ha complessità  $O(1)$ .

### Aggiunta di un nodo in $O(1)$

Per aggiungere un nodo al grafo utilizziamo *map.put(key, new AdjList)* che ha complessità  $O(1)$ .

### Aggiunta di un arco in $O(1)$

Per aggiungere un arco al grafo controlliamo inizialmente l'esistenza dei nodi *begin* e *end*, se non sono presenti li aggiungiamo mediante il metodo *addNode* (il tutto ha complessità  $O(1)$ ). In seguito aggiungiamo alla lista associata a *begin* il nuovo arco. In più, se il grafo è indiretto, si aggiunge l'arco anche alla lista associata a *end*. Quindi il metodo ha complessità totale  $O(1)$ .

### Verifica se il grafo è diretto in $O(1)$

La verifica è immediata, grazie alla presenza del flag *direct* all'interno della definizione della nostra struttura, quindi sia l'impostazione che recupero del suo valore si effettua in tempo costante  $O(1)$ .

### Verifica se il grafo contiene un dato nodo in $O(1)$

Per la verifica utilizziamo il metodo *map.containsKey(key)* che ha complessità  $O(1)$ .

### Verifica se il grafo contiene un dato arco in $O(1)$

Controlliamo che nella lista delle adiacenze del nodo *begin* sia presente il nodo *end* utilizzando il metodo *map.contains* che ha complessità  $O(1)$ .

### Cancellazione di un nodo in $O(n)$

Utilizziamo un *for* (complessità  $O(n)$ ) per scorrere le chiavi della *HashMap*: se nella lista delle adiacenze del nodo corrente esiste un arco che coinvolge il nodo da eliminare, allora l'arco viene rimosso, infine rimuoviamo la chiave dalla *HashMap*, quindi il nodo dal grafo. La complessità della cancellazione dell'arco è  $O(1) * O(n) = O(1*n) = O(n)$ .

### Cancellazione di un arco in $O(1)$

Per cancellare un arco, controlliamo che l'arco esista (complessità  $O(1)$ ) e lo rimuoviamo (complessità  $O(1)$ ), mediante due operazioni sulla *HashMap*: *map.get(key).remove(arco)*, che per definizione della *HashMap* hanno complessità  $O(1)$ . In più, se il grafo è indiretto, effettuiamo le stesse operazioni in modo speculare rispetto al nodo *end*.

### Determinazione del numero di nodi in $O(1)$

Immediato, pre definizione della API *HashMap*, *map.keySet.size()* – complessità  $O(1)$ .

**Determinazione del numero di archi in  $O(n)$**

Con l'ausilio del ciclo *for* (complessità  $O(n)$ ) che scorre il set delle chiavi presenti, ovvero i nodi del grafo, sommiamo le lunghezze delle liste delle adiacenze di ciascun nodo. La complessità quindi è  $O(1) * O(n) = O(1 * n) = O(n)$ .

**Recupero dei nodi del grafo in  $O(n)$**

Usiamo un ciclo *for* (complessità  $O(n)$ ) per scorrere la HashMap e ad ogni iterazione del ciclo inseriamo in una lista il nodo corrente. La complessità quindi è  $O(1) * O(n) = O(1 * n) = O(n)$ .

**Recupero degli archi del grafo in  $O(n)$**

Analogo al metodo precedente con l'inserimento delle liste al posto dei nodi.

**Recupero nodi adiacenti di un dato nodo in  $O(1)$**

Sfruttando la definizione della HashMap, il recupero delle adiacenze avviene in tempo  $O(1)$  – *map.get(key)*.

**Recupero etichetta associata a una coppia di nodi in  $O(1)$**

Recuperata la coppia dei nodi, il ritrovamento della etichetta è immediata per l'implementazione della struttura arco.