## UNIVERSITÄT KONSTANZ

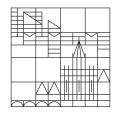
Fachbereich Physik (Theoretische Physik)

Dr. Stefan Gerlach

Raum P 817, Tel. (07531)88-3825

E-mail: stefan.gerlach@uni-konstanz.de

# Universität Konstanz



## Übungen zur Computerphysik II Wintersemester 2022/23

## Übungsblatt 6

Ausgabe 4.1., Übungen KW 4+5, Abgabe bis 3.2.

Zufallszahlen und Anwendungen

## 1. Aufgabe: Zufallszahlentests

Betrachte die folgenden (Pseudo-)Zufallszahlengeneratoren

(A) Linearer Kongruenzgenerator

$$x_{n+1} = (ax_n + b) \mod m$$

mit 
$$m = 2^{31}$$
,  $a = 65539$ ,  $b = 0$  (RANDU).

- (B) Linearer Kongruenzgenerator mit  $m=2^{31}, a=1103515245, b=12345$  (GLIBC).
- (C) Nachkommastellen von  $\pi$ .

Hinweis:

from sympy.mpmath import mp

(D) Der Standard-PRNG von Python (random()).

Der Startwert (SEED) kann frei gewählt werden.

- a) Bestimme für alle PRNGs  $N=10^4$  Zufallszahlen in drei Spalten und plotte diese dreidimensional ("Parking-Lot"- bzw. Spektraltest). Bei welchen PRNGs erkennt man durch Drehung des Plots Hyperebenenverhalten?
- b) Bestimme für alle PRNGs N = 100, 10000, 1000000 Zufallszahlen und berechne

$$\langle z_i \rangle$$
,  $\langle z_i z_{i+1} \rangle$ .

c) Überpruefe für alle Fälle von b), ob gilt

$$\langle z_i z_{i+1} \rangle = \langle z_i \rangle \langle z_{i+1} \rangle.$$

#### 2. Aufgabe: Monte-Carlo-Integration

a) Wir wollen die Fläche eines Kreises mit Hilfe der Stein-Wurf-Methode bestimmen. Effektiv berechnen wir also das Integral

$$4\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, \mathrm{d}x$$

mit der Monte-Carlo-Integration.

Schreibe dazu ein Python-Programm und bestimme N-mal zwei unabhängige Zufallszahlen a und b im Bereich [0,1] und berechne das Verhältnis  $N_+/N$ , wobei  $N_+$  die Versuche mit  $a^2 + b^2 < 1$  sind.

Vergleiche das Ergebnis für verschiedene Werte von N. Wie gut konvergiert die Methode für  $N \to \infty$  gegen den theoretischen Wert?

## b) Einheitskugel

Die MC-Integration ist insbesondere bei hochdimensionalen Integralen konkurrenzlos. Erweitere das Programm aus a), um das Volumen der d-dimensionalen Einheitskugel  $V_d = \int \mathrm{d}^d x$  zu berechnen. Erzeuge dazu N-mal d unabhängige Zufallszahlen  $x_i$  im Bereich [0,1] und berechne wieder das Verhältnis  $N_+/N$ , wobei  $N_+$  hier die Versuche mit  $\sum_{i=1}^d x_i^2 \leq 1$  sind.

Stelle das berechnete Volumen für  $N=10^6$  abhängig von der Dimension d=1,..,20 dar und vergleichen Sie mit dem analytischen Ergebnis

$$V_d = \frac{\pi^{d/2}}{\Gamma(1+d/2)}. (1)$$