Ejercicio 1: Modelo básico

En primer lugar, con el objetivo de minimizar los costos de distribución relacionados con la apertura de centrales para abastecer a las oficinas y las distancias de conexión, se planteó el siguiente modelo básico.

Conjuntos:

$$C = \{1, 2, \ldots, 10\} = \text{Conjunto de centrales operativas extraído de "centrales.txt"}$$
$$O = \{1, 2, \ldots, 56\} = \text{Conjunto de oficinas extraído de "oficinas.txt"}$$

Variables:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la oficina } i \text{ está conectada a la central } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{si la central } j \text{ está abierta} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Función objetivo:

Minimizar:

$$\sum_{j \in C} \text{costo\_central} \cdot y_j + \sum_{i \in O} \sum_{j \in C} \mathrm{d}_{ij} \cdot \text{costo\_cable} \cdot x_{ij}$$

Siendo que el costo de abrir una central de operaciones es de 5700 y que el costo de 1 metro de cable es de 17/1000, la función objetivo es:

$$\sum_{j \in C} 5700 \cdot y_j + \sum_{i \in O} \sum_{j \in C} \mathrm{d}_{ij} \cdot \frac{17}{1000} \cdot x_{ij}$$

Restricciones:

- Cada oficina debe estar conectada a una única central operativa:

$$\sum_{j \in C} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in O$$

- Si una oficina está asignada a una central, esa central debe estar abierta:

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in O, \forall j \in C$$

- La suma de las demandas de las oficinas conectadas a una central no debe exceder la capacidad máxima ($M = 15000$):

$$\sum_{i \in O} x_{ij} \cdot \text{operaciones}_i \leq M \quad \forall j \in C$$

Resultados:

Con el modelo básico planteado, se encontró un costo mínimo de 34549.843. Dicho mínimo se alcanzó en 9 segundos por el solver y asigna las oficinas a las centrales de la siguiente manera:

- Centrales abiertas: 1, 2, 3, 5, 7, 9.
  - Oficinas asignadas a la central 1: 15, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54
  - Oficinas asignadas a la central 2: 1, 2, 3, 14, 16, 29, 30, 42, 43, 44

- Oficinas asignadas a la central 3: 10, 11, 18, 19, 21, 31, 32, 33
- Oficinas asignadas a la central 5: 8, 9, 17, 20, 34, 35, 36, 37, 40, 41
- Oficinas asignadas a la central 7: 4, 5, 6, 7, 26, 28, 38, 45, 55, 56
- Oficinas asignadas a la central 9: 12, 13, 22, 23, 24, 25, 27, 39

Ejercicio 2: Restricción adicional

Se puede agregar una restricción adicional al modelo para que en la solución se considere que una central no pueda atender a más de 10 oficinas, como una manera de hacer las distribuciones más equitativas y no permitir la sobrecarga de una central particular más allá de que pueda cumplir con las restricciones de demanda.

- Cada central no puede atender a más de 10 oficinas:

$$\sum_{i \in O} x_{ij} \leq 10 \qquad \forall j \in C$$

Resultados con restricción adicional:

Teniendo en cuenta esta nueva restricción, el óptimo encontrado no cambia. Fijándonos en el óptimo con el modelo sin esta restricción adicional, a ninguna central se le asignan más de 10 oficinas, por lo que esta restricción no afecta al óptimo. Si se pusiera una menor cantidad de oficinas máximas a las que puede abastecer una central, ya nos encontraríamos con otro caso distinto.

Igualmente, agregando esta restricción se nota una pequeña mejora en el tiempo de ejecución del solver, pasando de tardar 8 segundos en encontrar la solución óptima a tardar 7 segundos. Si bien no parece muy significante, con mayores instancias o cambios en los datasets, esta restricción podría ser de ayuda para la reducción de tiempo de ejecución.

Ejercicio 3: Parámetro adicional

$$\text{capacidad\_mínima} = \frac{\sum_{i \in O} \text{demanda}_i}{10}$$