DEFINICION

Se llama matriz inversa de A aquella que cumple, si es que existe :

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$

(El producto (ES DECIR LA MULTIPLICACION) de una matriz A por su inversa es igual al matriz identidad)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matriz de identidad:

Es una matriz cuadrada que tiene todos sus elementos nulos excepto los de la diagonal principal

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Para poder calcular la inversa de una matriz, esta debe ser de la forma A_{nxn}

(es decir cuando hablamos de matrices invertibles estamos hablando <u>solo de matrices cuadradas</u>)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

Las matrices que tienen inversas se llaman regulares y las matrices que no tienen inversa se llaman matrices singulares.

¿Cómo sabemos que la matriz es invertible? La matriz es invertible solo si el determinante de la matriz A es distinto de 0

- Ejemplo para ver si la matriz es invertible:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$det(A) = \begin{vmatrix} 6 & -7 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 6(2) - [4(-7)]$$

$$12 - (-28)$$

$$\det(A) = 40$$

En este caso la matriz si es invertible, porque el resultado no fue 0

Propiedades de la matriz inversa

- La inversa de una matriz, si existe, es única (es decir solo tiene una inversa)
- Una matriz es invertible si y sólo si el determinante de A es distinto de cero

Cálculo de la matriz inversa por determinantes

Formula-> $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot (A^*)^t$

A^{-1}	Matriz inversa
$\|A\|$	Determinante de la matriz
A^*	Matriz adjunta
$(A^*)^t$	Matriz traspuesta de la adjunta

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 1.- Lo primero que hay que hacer es el determinante de la matriz A (porque si el determinante da 0, la matriz no es invertible)

$$|\mathbf{A}| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- En este caso el determinante es -1

- 2.- Ya con el determinante, ahora calculo la transpuesta de la matriz A

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 3.- Ahora solo hacemos la adjunta de la transpuesta, es decir otra matriz que en este caso esta compuesta por 9 determinantes. Tenemos que tener en cuenta el cambio de signo en algunos resultados.
- Para sacar el adjunto del determinante, se elimina la fila y columna de ese elemento y lo que quede lo pongo en la nueva matriz

$$adj(A^T) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

- Ahora resuelvo cada matriz de 2 x 2 que resultó:
- Lo hago multiplicando la diagonal principal, menos el resultado de la otra diagonal
- Y el resultado es:

$$\mathbf{adj}(\mathbf{A}^{\mathbf{T}}) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- Ya con la determinante y la adjunta de la transpuesta, solo paso los valores a la formula
- $A^{-1} = 1/|A|\ adj(A)^T$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$