Trabajo Práctico N°8
Análisis Matemático 1-Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Cuyo

ECUACIONES PARAMÉTRICAS

Prof. Iris Gómez
Dr. Pablo Ochoa

1. Dadas las ecuaciones paramétricas e intervalos de parámetros del movimiento de una partícula en el plano xy, identifique la trayectoria de la partícula determinando la ecuación cartesiana. Grafique indicando la porción de la gráfica seguida por la partícula y la dirección del movimiento:

   a) $x = 3\,t, y = 9\,t^2$, $-\infty < t < \infty$
   b) $x = 3 - 3\,t, y = 2\,t$, $0 < t < 1$
   c) $x = \cos(2t), y = \operatorname{sen}(2t)$, $0 \leq t \leq \pi$
   d) $x = \cos(\pi - t), y = \operatorname{sen}(\pi - t)$, $0 \leq t \leq \pi$
   e) $x = 1 + \operatorname{sen}(t), y = -2 + \cos(t)$, $0 \leq t \leq \pi$
   f) $x = t, y = \sqrt{1 - t^2}$, $-1 \leq t \leq 0$
   g) $x = -\sec(t), y = \tan(t)$, $\frac{-\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$

2. Obtenga las ecuaciones paramétricas y el intervalo del parámetro del movimiento de una partícula que inicia en (a, 0) y sigue la circunferencia $x^2 + y^2 = a^2$

   a) una vez en sentido horario
   b) una vez en sentido antihorario
   c) dos veces en sentido horario
   d) dos veces en sentido antihorario.

3. Determine la parametrización del segmento de recta con extremos en (-1, -3) y (4, 1).

4. Determine la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto definido por el valor dado a t. Además determine el valor de $\frac{d^2y}{dx^2}$ en ese punto:

   a) $x = 2\cos(t)$, $y = 2\operatorname{sen}(t)$, $t = \frac{\pi}{4}$
   b) $x = 4\operatorname{sen}(t)$, $y = 2\cos(t)$, $t = \frac{\pi}{4}$
   c) $x = t$, $y = \sqrt{t}$, $t = \frac{1}{4}$
   d) $x = 1 + e^t$, $y = 1 - e^t$, $t = 0$

5. Suponiendo que las siguientes ecuaciones definen implícitamente a x e y como funciones derivables $x = f(t)$, $y = g(t)$; determine la pendiente de la curva para el valor dado de t:

   a) $x^3 + 2t^2 = 9$, $2y^3 - 3t^2 = 4$, $t = 2$
   b) $x = \sqrt{5 - \sqrt{t}}$, $y(t - 1) = \sqrt{t}$, $t = 4$

6. Obtenga el área encerrada por la elipse $x = acos(t)$, $y = bsen(t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$

7. Obtenga la longitud de la curva:

   a) $x = \cos(t)$, $y = t + \operatorname{sen}(t)$, $0 \leq t \leq \pi$

   b) $x = t^3$, $y = \dfrac{3t^2}{2}$, $0 \leq t \leq \sqrt{3}$

8. Calcule la longitud del semicírculo $y = \sqrt{1 - x^2}$ con estas dos parametrizaciones diferentes:

   a) $x = \cos(2t)$, $y = \operatorname{sen}(2t)$, $0 \leq t \leq \dfrac{\pi}{2}$

   b) $x = \operatorname{sen}(\pi t)$, $y = \cos(\pi t)$, $\dfrac{-1}{2} \leq t \leq \dfrac{1}{2}$

9. Obtenga la longitud de un arco de la cicloide:

$$x = a(t - \operatorname{sen}(t)),\ y = a(1 - \cos(t)$$

   Y obtenga el área de la superficie generada al hacer girar alrededor del eje x, un arco de la cicloide con a = 1.