Trabajo Práctico N°1
Análisis Matemático 1-Facultad de Ingeniería

FUNCIONES, LÍMITES Y CONTINUIDAD

Mgter. Noemí Vega
Dr. Pablo Ochoa

1-FUNCIONES

1. Determine el dominio y el rango de cada uno de las siguientes funciones.

   a) $f(x) = 1 + x^2$

   b) $f(x) = \sqrt{5x + 10}$

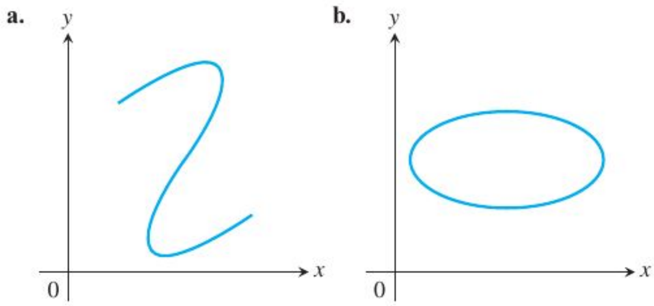
   c) $f(t) = \dfrac{4}{3 - t}$

   d) $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

   e) $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$

   f) $g(t) = \dfrac{2}{t^2 - 16}$

2. Explique por qué los siguientes gráficos no representan funciones de x.



3. Exprese la longitud del lado, el área de la superficie y el volumen de un cubo como función de la diagonal d del mismo.

4. Considere un punto $P(x; y)$ que está en la recta $2x + 4y = 5$. Sea L la distancia del punto $(x; y)$ al origen (0;0). Escriba L como función de x.

5. Considere el punto $P(x; y)$ que está en la gráfica de $y = \sqrt{x - 3}$. Sea L la distancia entre los puntos $(x; y)$ y (4;0). Escriba L como función de y.

6. Determine el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x + 3}{4 - \sqrt{x^2 - 9}}$$

7. Grafique las siguientes funciones:

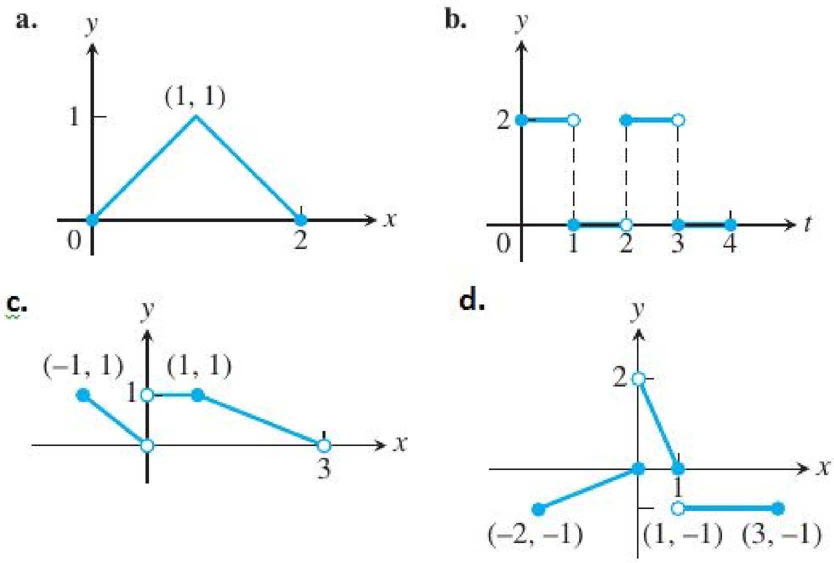
a) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } 0 \le x \le 1, \\ 2 - x, & \text{si } 1 < x \le 2. \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{si } x \le 1, \\ x^2 + 2x, & \text{si } x > 1. \end{cases}$

c) $g(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{si } 0 \le x \le 1, \\ 2 - x, & \text{si } 1 < x \le 2. \end{cases}$

d) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, & \text{si } x < 0, \\ x, & \text{si } x \ge 0. \end{cases}$

8. Determine una fórmula para cada función graficada.



9. Para las siguientes funciones:
   - determine el dominio
   - estudie paridad e indique simetrías
   - grafique
   - indique intervalos de crecimiento y de decrecimiento
   - indique conjunto imagen

a) $f(x) = \sqrt{|x|}$

b) $g(x) = 2|x| - 1$

c) $h(x) = x^3 + x$

d) $j(x) = \dfrac{1}{|x|}$

10. Indique si las siguientes funciones son pares, impares o ni par ni impar. Justifique su respuesta.

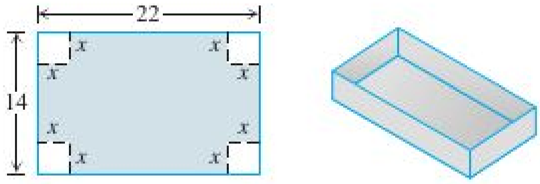
a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$

b) $g(t) = \dfrac{1}{t - 1}$

c) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

d) $g(x) = |x^3|$

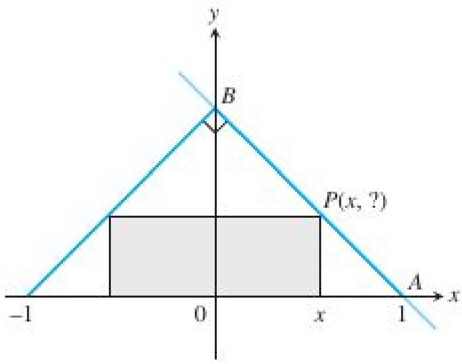
11. Una caja sin tapa se construye a partir de una pieza rectangular de cartón, cuyas dimensiones son 14 x 22 pulgadas(in). A la pieza de cartón se le cortan cuadrados de lado x en cada esquina y luego se doblan hacia arriba los lados. Exprese el volumen de la caja en función de x.



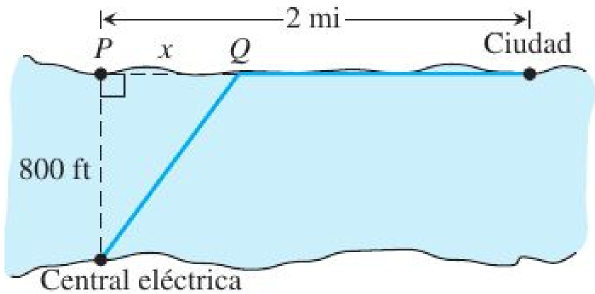
12. La siguiente figura muestra un rectángulo inscripto en un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa tiene una longitud de 2 unidades.

    a) Exprese la coordenada y de P en términos de x.(Podría iniciar escribiendo la ecuación de la recta AB).

    b) Exprese el área del rectángulo en función de x.



13. Una central eléctrica se encuentra cerca de un río, donde éste tiene un ancho de 800 pies(ft). Tender un cable de la planta a un lugar en la ciudad, 2 millas(mi) río abajo en el lado opuesto, tiene un costo de pesos 180 por pie que cruce el río y pesos 100 por pie en tierra a lo largo de la orilla del río.



    a) Suponga que el cable va de la planta al punto Q, en el lado opuesto, lugar que se encuentre a x pie del punto P, directamente opuesto a la planta. Escriba una función $C(x)$ que indique el costo de tender el cable en términos de la distancia x.

    b) Genere una tabla de valores para determinar si la ubicación más barata para el punto Q es menor a 2000 pie o mayor a 2000 pie del punto P.

14. Determine dominio y rango de f, g, f+g, f.g, f/g y g/f.

   a) $f(x) = \sqrt{x+1}$, $\qquad g(x) = \sqrt{x-1}$

   b) $f(x) = x^2 + 1$, $\qquad g(x) = 1 + \sqrt{x}$

15. Escriba la fórmula para $f \circ g \circ h$

   a) $f(x) = \sqrt{x+1}$, $\qquad g(x) = \dfrac{1}{x+4}$, $\qquad h(x) = \dfrac{1}{x}$

   b) $f(x) = \dfrac{x+2}{3-x}$, $\qquad g(x) = \dfrac{x^2}{x^2+1}$, $\qquad h(x) = \sqrt{2-x}$

16. Sean $f(x) = x - 3$; $g(x) = \sqrt{x}$; $h(x) = x^3$ y $j(x) = 2x$. Exprese cada una de las siguientes funciones como una composición de funciones que incluya a una o más de f, g, h y/o j.

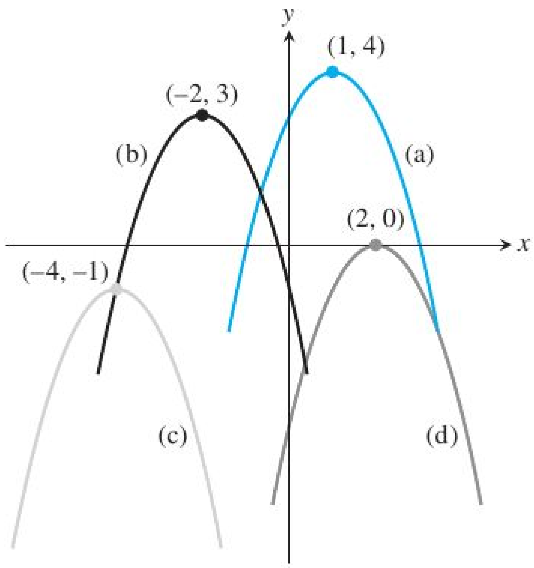
   a) $y = \sqrt{x} - 3$
   b) $y = x^{\frac{1}{4}}$
   c) $y = \sqrt{(x-3)}^3$
   d) $y = \sqrt{x^3 - 3}$
   e) $y = 2\sqrt{x}$
   f) $y = x - 6$
   g) $y = (2x-6)^3$
   h) $y = 2\sqrt{x-3}$
   i) $y = 2x - 3$
   j) $y = x^{\frac{3}{2}}$
   k) $y = 4x$
   l) $y = x^9$

17. Evalúe cada expresión siendo

$$f(x) = 2 - x, \qquad g(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } -2 \leq x < 0, \\ x - 1, & \text{si } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

   a) $f\,(g(0))$
   b) $f\,(f(2))$
   c) $g\,(f(3))$
   d) $g\,(f(0))$
   e) $g\,(g(-1))$
   f) $f\left(g(\tfrac{1}{2})\right)$

18. El siguiente gráfico muestra la gráfica de $y = -x^2$ desplazada a cuatro posiciones nuevas. Escriba una ecuación para cada una de las gráficas.



19. Grafique las siguientes funciones:

   a) $y = (x-1)^{1/3} - 1$

   b) $y = \sqrt{9-x}$

   c) $y = \dfrac{1}{x^2} + 1$

   d) $y = |1-x| - 1$

20. Suponga que f es una función par y g es una función impar y que tanto f como g están definidas en todo IR. ¿Cuáles de las siguientes funciones (donde estén definidas) son pares?¿Cuáles son impares?

   a) $f.g$

   b) f^2

   c) $g \circ f$

   d) f/g

   e) g^2

   f) $f \circ f$

   g) g/f

   h) $f \circ g$

   i) $g \circ g$

21. En un círculo de 10 m, ¿Cuál es la longitud de un arco que subtiende un ángulo central de:

   a) $\dfrac{4\pi}{5}$?

   b) 110°?

22. Un ángulo central en un círculo de radio 8 está subtendido por un arco de longitud 10π. Determine la medida del ángulo en radianes y en grados.

23. Conociendo el sen x, cos x o tan x, halle los dos que faltan, teniendo en cuenta el intervalo al cual pertenece x.

   a) $sen(x) = \dfrac{3}{5}$, $\quad x \epsilon \left[\dfrac{\pi}{2}; \pi\right]$

   b) $cos(x) = -\dfrac{5}{13}$, $\quad x \epsilon \left[\dfrac{\pi}{2}; \pi\right]$

   c) $tan(x) = -\dfrac{1}{2}$, $\quad x \epsilon \left[\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$

   d) $sen(x) = -\dfrac{1}{2}$, $\quad x \epsilon \left[\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$

24. Teniendo en cuenta

$$f(x) = A.sen\left[\frac{2\pi}{B}(x - C)\right] + D,$$

indique los valores de A, B, C y D para:

a) $y = 2sen(x + \pi) - 1$

b) $y = \frac{1}{2}sen(\pi x - \pi) + \frac{1}{2}$

25. Grafique las siguientes funciones e indique su período.

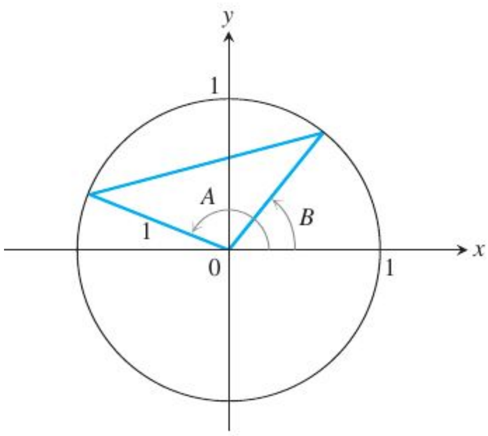
a) $f(x) = cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

b) $f(x) = sen\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$

c) $f(x) = sen\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

d) $f(x) = cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - 2$

26. Aplique la ley de los cosenos al triángulo de la figura, con la finalidad de deducir la fórmula para cos(A-B).



2-LÍMITES

1. Encuentre la tasa de cambio promedio de las siguientes funciones en el intervalo o intervalos dados.

a) $f(x) = x^2$	$i)[-1; 1]$	$ii)[-2; 0]$
b) $f(t) = cost$	$i)\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$	$ii)\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right]$
c) $f(\theta) = \theta^3 - 4\theta^2 + 5\theta$	$i)[1; 2]$	

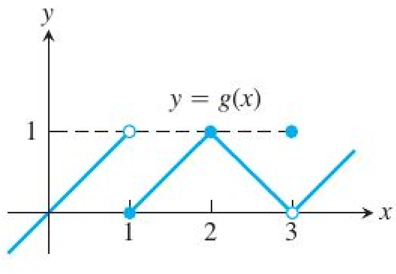
2. En los ejercicios siguientes, determine:

- la pendiente de la curva en el punto dado P.
- una ecuación de la recta tangente en P.

a) $y = x^2 - 4x$ $\quad P(1; -3)$

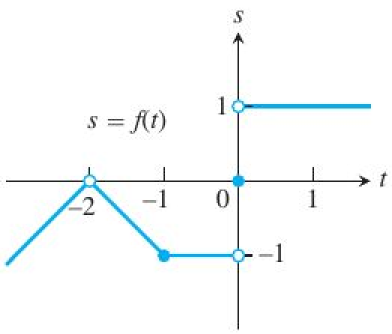
b) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ $\qquad P(2;0)$

3. Para la función g, cuya gráfica se ve a continuación, determine los límites siguientes o explique por qué no existen.



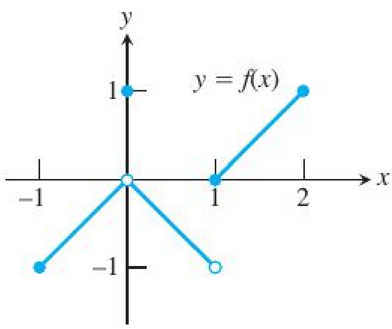
a) $\lim_{x\to 1} g(x) =$ $\qquad$ b) $\lim_{x\to 2} g(x) =$ $\qquad$ c) $\lim_{x\to 3} g(x) =$ $\qquad$ d) $\lim_{x\to 2{,}5} g(x) =$

4. Para la función f, cuya gráfica se ve a continuación, determine los límites siguientes o explique por qué no existen.



a) $\lim_{t\to -2} f(t) =$ $\qquad$ *b*) $\lim_{t\to -1} f(t) =$ $\qquad$ *c*) $\lim_{t\to 0} f(t) =$ $\qquad$ *d*) $\lim_{t\to -0{,}5} f(t) =$

5. ¿Cuáles de los siguientes enunciados, con respecto a la función y = f(x) graficada aquí, son verdaderos y cuáles son falsos?



a) $\lim_{x\to 0} f(x)$ *existe* $\qquad$ *e*) $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

b) $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$

c) $\lim_{x\to 1} f(x) = 0$

d) $\lim_{x\to 1} f(x)$ *no existe*

f) $\lim_{x\to 1} f(x) = 1$

g) $\lim_{x\to x0} f(x)$ *existe para todo* x_0 *en* $(-1;1)$

6. Si el $\lim_{x\to 1} f(x) = 5$, ¿f debe estar definida en x = 5? Si es así, ¿debe ser f(1) = 5? ¿Puede concluir algo acerca de f en x = 1? Explique.

7. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 2} \left(-x^2 + 5x - 2\right) =$

b) $\lim_{h\to 0} \left(\frac{3}{\sqrt{3h+1}+1}\right) =$

c) $\lim_{y\to 2} \left(\frac{y+2}{y^2+5y+6}\right) =$

d) $\lim_{h\to 0} \left(\frac{\sqrt{5h+4}-2}{h}\right) =$

8. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{t\to 5} \left(\frac{x-5}{x^2-25}\right) =$

b) $\lim_{x\to 9} \left(\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}\right) =$

c) $\lim_{x\to -1} \left(\frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x+1}\right) =$

d) $\lim_{t\to -1} \left(\frac{t^2+3t+2}{t^2-t-2}\right) =$

e) $\lim_{x\to 1} \left(\frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}\right) =$

f) $\lim_{x\to -3} \left(\frac{2-\sqrt{x^2-5}}{x+3}\right) =$

9. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1+x+senx}{3cosx}\right) =$

b) $\lim_{t\to 0} \left[(x^2-1)(2-cosx)\right] =$

10. Debido a su relación con las rectas secantes, tangentes y tasas instantáneas, los límites de la forma

$$\lim_{h\to 0} \left[\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\right]$$

aparecen con mucha frecuencia en cálculo. Evalúe este límite para el valor de x y la función f indicados.

a) $f(x) = x^2 \qquad x = 1$

b) $f(x) = \sqrt{3x+1} \qquad x = 0$

11. Si $\sqrt{5-2x^2} \leq f(x) \leq \sqrt{5-x^2}$ para toda $-1 \leq x \leq 1$, determine $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

12. Puede demostrarse que las desigualdades

$$1-\frac{x^2}{6} < \frac{xsenx}{2-2cosx} < 1$$

se cumplen para todos los valores de x cercanos a 0. ¿Nos indica algo acerca de

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{xsenx}{2-2cosx}\right)?.$$

Justifique su respuesta.

13. *a*) Si $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-5}{x-2}=3$, determine $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

    b) Si $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-5}{x-2}=4$, determine $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

14. Si $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=1$, determine:

    a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

    b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$

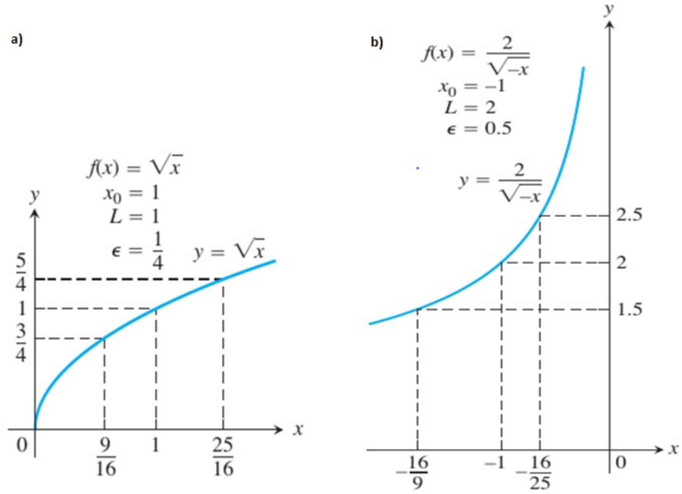
15. Por medio de un ejemplo demuestre que la siguiente afirmación es errónea. Explique por qué la función en su ejemplo no tiene el valor dado de L como límite para $x \to x_0$

    a) El número L es el límite de f(x) cuando x se aproxima a x_0 si f(x) se hace muy cercano a L cuando x se aproxima a x_0

    b) El número L es el límite de f(x) cuando x se aproxima a x_0 si, dado cualquier $\varepsilon > 0$, existe un valor de x para el que $|f(x)-L| < \varepsilon$

16. Utilice las gráficas para encontrar una $\delta > 0$ tal que para toda x

$$|x-x_0| < \delta \Rightarrow |f(x)-L| < \varepsilon$$



17. Dada la función $f(x)$ y los números L, x_0 y $\epsilon > 0$. En cada caso, determine un intervalo abierto alrededor de x_0 en desigualdad $|f(x) - L| < \epsilon$. Luego, dé un valor para $\delta > 0$ tal que para toda x que satisface $0 < |x - x_0| < \delta$ se cumpla la desigualdad $|f(x) - L| < \epsilon$.

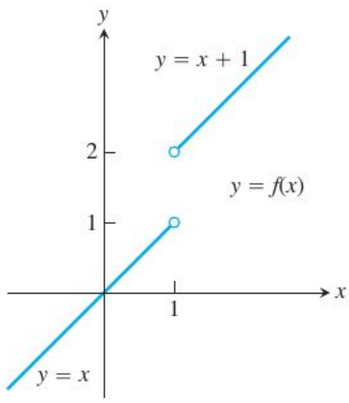
   a) $f(x) = 2x - 2, \quad L = -6, \quad x_0 = -2, \quad \epsilon = 0,02$

   b) $f(x) = \sqrt{x+1}, \quad L = 1, \quad x_0 = 0, \quad \epsilon = 0,1$

   c) $f(x) = \dfrac{1}{x}, \quad L = \dfrac{1}{4}, \quad x_0 = 4, \quad \epsilon = 0,05$

   d) $f(x) = x^2, \quad L = 4, \quad x_0 = -2, \quad \epsilon = 0,5$

18. Sea $f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x < 1, \\ x+1, & \text{si } x > 1. \end{cases}$



   a) Sea $\epsilon = \dfrac{1}{2}$. Demuestre que no existe $\delta > 0$ que satisfaga la siguiente condición:

   Para toda x, $\quad 0 < |x - 1| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - 2| < \dfrac{1}{2}$.

   Esto es, para cada $\delta > 0$ demuestre que existe un valor de x tal que

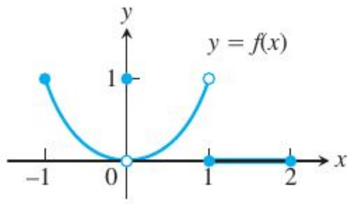
$$0 < |x - 1| < \delta \quad \textit{pero} \quad |f(x) - 2| \geq \frac{1}{2}.$$

   Esto demostrará que $\lim_{x \to 1} f(x) \neq 2$.

b) Demuestre que $\lim\limits_{x\to 1} f(x) \neq 1$.

c) Demuestre que $\lim\limits_{x\to 1} f(x) \neq 1{,}5$.

19. De los siguientes enunciados, respecto de la función y=f(x) que aparece graficada. ¿Cuáles son verdaderos y cuáles son falsos?



a) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 1$

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 1$

c) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ *existe.*

d) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 1$

e) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 0$

f) $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$ *no existe.*

g) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 0$

h) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

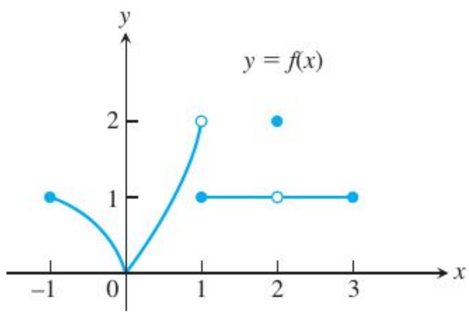
i) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$

j) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 1$

k) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 2$

l) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 0$

20. De los siguientes enunciados, respecto de la función y=f(x) que aparece graficada. ¿Cuáles son verdaderos y cuáles son falsos?



a) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 1$

b) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 2$

c) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 1$

d) $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = 0$

e) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

h) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ *no existe.*

i) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 2$

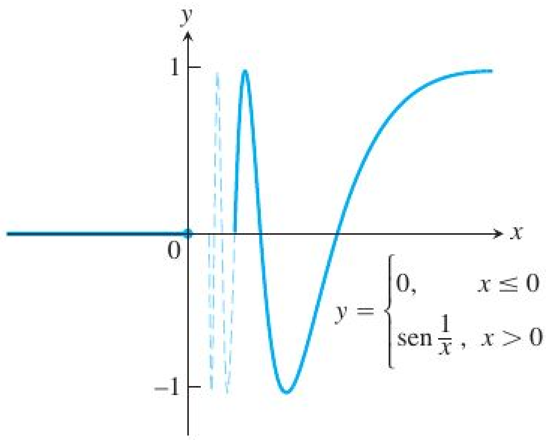
j) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ *no existe.*

k) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$ *no existe.*

f) $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ existe para todo c en el intervalo (-1;1).

g) $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ existe para todo c en el intervalo (1;3).

21. *Sea* $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0, \\ \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right), & \text{si } x > 0. \end{cases}$

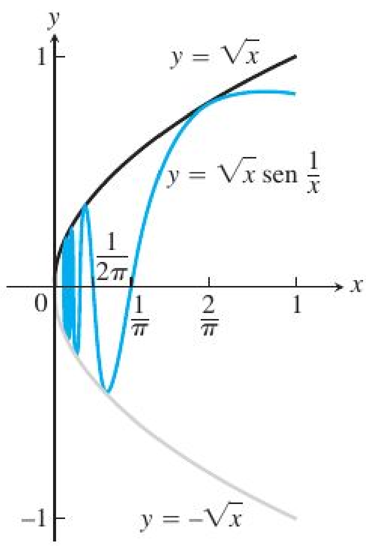


a) ¿Existe el $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$? Si es así, ¿cuál es? Si no existe, ¿por qué?

b) ¿Existe el $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$? Si es así, ¿cuál es? Si no existe, ¿por qué?

c) ¿Existe el $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$? Si es así, ¿cuál es? Si no existe, ¿por qué?

22. *Sea* $g(x) = \sqrt{x}.sen\left(\frac{1}{x}\right).$



a) ¿Existe el $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$? Si es así, ¿cuál es? Si no existe, ¿por qué?

b) ¿Existe el $\lim_{x\to 0^-} g(x)$? Si es así, ¿cuál es? Si no existe, ¿por qué?

c) ¿Existe el $\lim_{x\to 0} g(x)$? Si es así, ¿cuál es? Si no existe, ¿por qué?

23. Grafique $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & \text{si } 0 \leqslant x < 1, \\ 1, & \text{si } 1 \leqslant x < 2, \\ 2, & \text{si } x = 2. \end{cases}$ y responda:

a) ¿Cuál es el dominio y cuál es el rango de f?

b) ¿En qué puntos c, si los hay, existe $\lim_{x\to c} f(x)$?

c) ¿En qué puntos sólo existe el límite por la izquierda?

d) ¿En qué puntos sólo existe el límite por la derecha?

24. Determine los siguientes límites:

a) $\lim_{\theta\to 0} \left(\dfrac{sen\sqrt{2}\theta}{\sqrt{2}\theta}\right)$

b) $\lim_{h\to 0^-} \left(\dfrac{h}{sen3h}\right)$

c) $\lim_{h\to 0} \left(\dfrac{sen\,(senh)}{senh}\right)$

d) $\lim_{x\to 0} \left(\dfrac{tan3x}{sen8x}\right)$

e) $\lim_{y\to 0} \left(\dfrac{sen3y}{4y}\right)$

f) $\lim_{x\to 0} \left(\dfrac{x + xcosx}{senx.cosx}\right)$

g) $\lim_{x\to 0} \left(\dfrac{x - xcosx}{sen^2 3x}\right)$

h) $\lim_{x\to 0} (senx.cot2x)$

25. Si usted sabe que en un punto interior del dominio de f, existe $\lim_{x\to a^+} f(x)$ y $\lim_{x\to a^-} f(x)$ entonces ¿se cumplirá que existe $\lim_{x\to a} f(x)$? Justifique su respuesta.

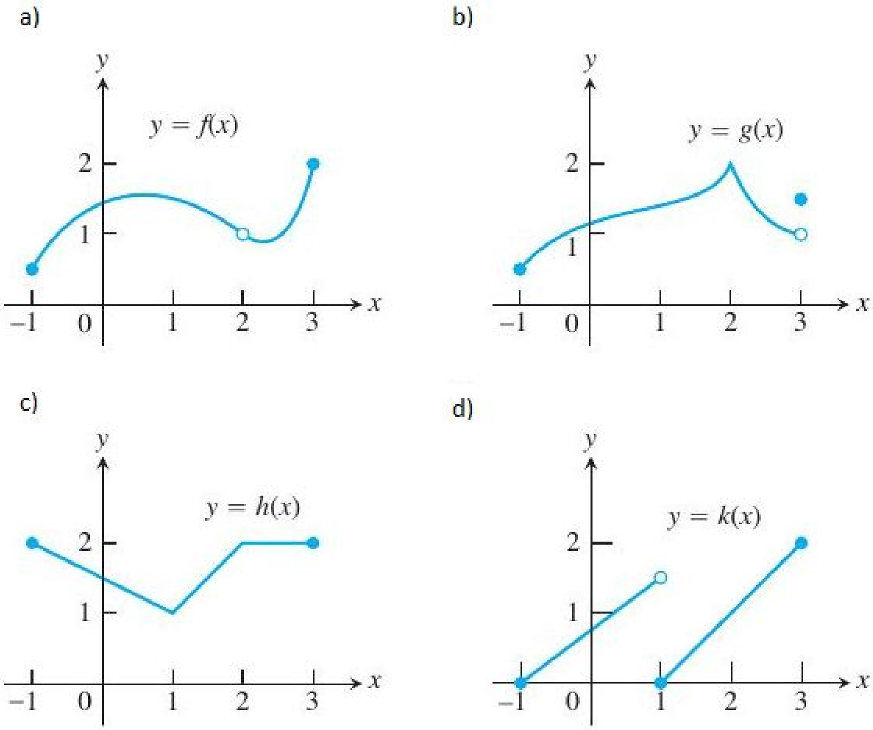
26. Si sabe que existe $\lim_{x\to c} f(x)$ ¿puede encontrar su valor calculando $\lim_{x\to c^+} f(x)$? Justifique su respuesta.

27. Suponga que f es una función impar de x. ¿Saber que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 3$ le indica algo acerca de $\lim_{x\to 0^-} f(x)$? Justifique su respuesta.

28. Suponga que f es una función par de x. ¿Saber que $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 7$ le indica algo acerca de $\lim_{x\to -2^-} f(x)$ o de $\lim_{x\to -2^+} f(x)$? Justifique su respuesta.

3-CONTINUIDAD

1. Indique si las siguientes funciones son continuas en el intervalo [-1;3]. Si no, ¿en dónde es contínua y por qué?



2. Grafique la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{si } -1 \leqslant x < 0, \\ 2x, & \text{si } 0 < x < 1, \\ 1, & \text{si } x = 1, \\ -2x + 4, & \text{si } 1 < x < 2, \\ 0, & \text{si } 2 < x < 3. \end{cases}$ y responda:

   a) ¿Existe f(-1)?
   b) ¿Existe $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$?
   c) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = f(-1)$?
   d) ¿La función es continua en x = - 1?
   e) ¿Existe f(1)?
   f) ¿Existe $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$?
   g) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = f(1)$?
   h) ¿La función es continua en x = 1?

3. Indique, ¿en qué puntos son continuas las siguientes funciones?

   a) $y = \dfrac{1}{(x+2)^2} + 4$
   b) $y = \dfrac{x+2}{cosx}$
   d) $y = \dfrac{x+1}{x^2 - 4x + 3}$
   e) $y = tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

c) $y = \sqrt{3x - 1}$

f) $y = \begin{cases} x^2 - x - 6, & \text{si } x \neq 3, \\ 5, & \text{si } x = 3. \end{cases}$

4. Defina h(2) de manera que $h(t) = \dfrac{t^2 + 3t - 10}{t - 2}$ sea continua en t = 2.

5. ¿Para qué valores de a, la función f es continua para todo x?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{si } x < 3, \\ 2ax, & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$$

6. ¿Para qué valores de b, la función g es continua para todo x?

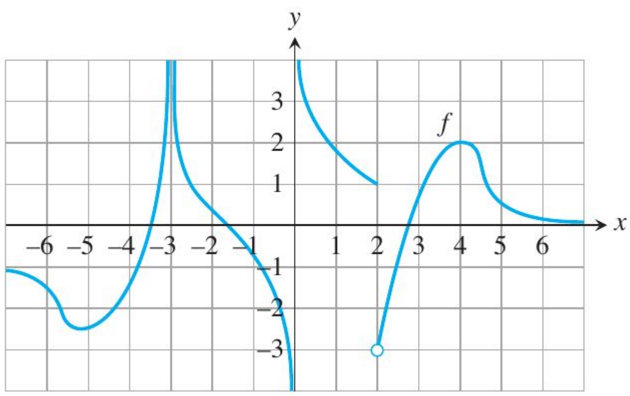
$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x - b}{b + 1}, & \text{si } x < 0, \\ x^2 + b, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

7. Demuestre que la ecuación $x^2 - 15x + 1 = 0$ tiene 3 soluciones en el intervalo [-4;4].

8. ¿Es cierto que una función continua que nunca es cero en un intervalo nunca cambia de signo en dicho intervalo? Justifique su respuesta.

9. Suponga que una función f es continua en el intervalo [0;1]. Demuestre que debe existir un número c en [0;1] tal que f(c) = c. (a c se lo llama punto fijo de f).

10. Para la función f, cuya gráfica se muestra, determine los siguientes límites.



a) $\lim\limits_{x \to 4} f(x)$

e) $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$

i) $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$

b) $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

f) $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x)$

j) $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ *g*) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ *k*) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ *h*) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ *l*) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

11. Determine los límites para $x \to \infty$ y para $x \to -\infty$ para cada una de las siguientes funciones.(Sería útil visualizar su respuesta con ayuda de una calculadora graficadora o una computadora)

    a) $f(x) = \dfrac{1}{2+\frac{1}{x}}$ b) $f(x) = \dfrac{-5+\frac{7}{x}}{3-\frac{1}{x^2}}$

12. Determine los siguientes límites:

    a) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{sen2x}{x}\right)$ *b*) $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{cosx}{3x}\right)$ *c*) $\lim\limits_{t\to -\infty} \left(\dfrac{2-t+sent}{t+cost}\right)$

13. Determine los límites para $x \to \infty$ y para $x \to -\infty$ para cada una de las siguientes funciones.

    a) $f(x) = \dfrac{2x+3}{5x+7}$ c) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+3}$

    b) $f(x) = \dfrac{10x^5+x^4+31}{x^6}$ d) $f(x) = \dfrac{-2x^3-2x+3}{3x^3+3x^2-5x}$

14. Determine los siguientes límites:

    a) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{8x^2-3}{2x^2+x}}$ *c*) $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{x^2+x-1}{8x^2-3}\right)^{\frac{1}{3}}$

    b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{1-x^3}{x^2+7x}\right)^5$ *d*) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}\right)$

15. Calcule los siguientes límites:

    a) $\lim \dfrac{1}{x^2-4}$ para i) $x \to 2^+$ ii) $x \to 2^-$ iii) $x \to -2^+$ iv) $x \to -2^-$

    b) $\lim \dfrac{x}{x^2-1}$ para i) $x \to 1^+$ ii) $x \to 1^-$ iii) $x \to -1^+$ iv) $x \to -1^-$

    c) $\lim \left(\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}\right)$ para i) $x \to 0^+$ ii) $x \to 2^+$ iii) $x \to 2^-$ iv) $x \to 2$

16. Grafique las siguientes funciones, indicando las ecuaciones de las asíntotas y los términos dominantes.

a) $y = \dfrac{1}{2x+4}$

b) $y = \dfrac{x+3}{x+2}$

c) $y = \dfrac{-3}{x-3}$

d) $y = \dfrac{2x}{x+1}$

17. Determine los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x+9} - \sqrt{x+4}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+25} - \sqrt{x^2-1}\right)$

18. Grafique las siguientes funciones, indicando las ecuaciones de las asíntotas y los términos dominantes.

a) $y = \dfrac{x^2}{x-1}$

b) $y = \dfrac{x^2+1}{x-1}$