Trabajo Práctico N°3
Análisis Matemático 1-Facultad de Ingeniería

APLICACIONES DE LAS DERIVADAS

Mgter. Noemí Vega
Dr. Pablo Ochoa

1. Para las siguientes funciones, determinen:
   - Dominio, intersecciones con los ejes y simetría (si la función es par o impar).
   - Intervalos donde la función es continua.
   - Discontinuidades de la función y tipos de discontinuidades.
   - Asíntotas de la función (verticales, horizontales y oblicuas).
   - Intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.
   - Máximos y/o mínimos locales.
   - Intervalos de concavidad hacia arriba y/o hacia abajo.
   - Puntos de inflexión.
   - Finalmente, grafique la función.

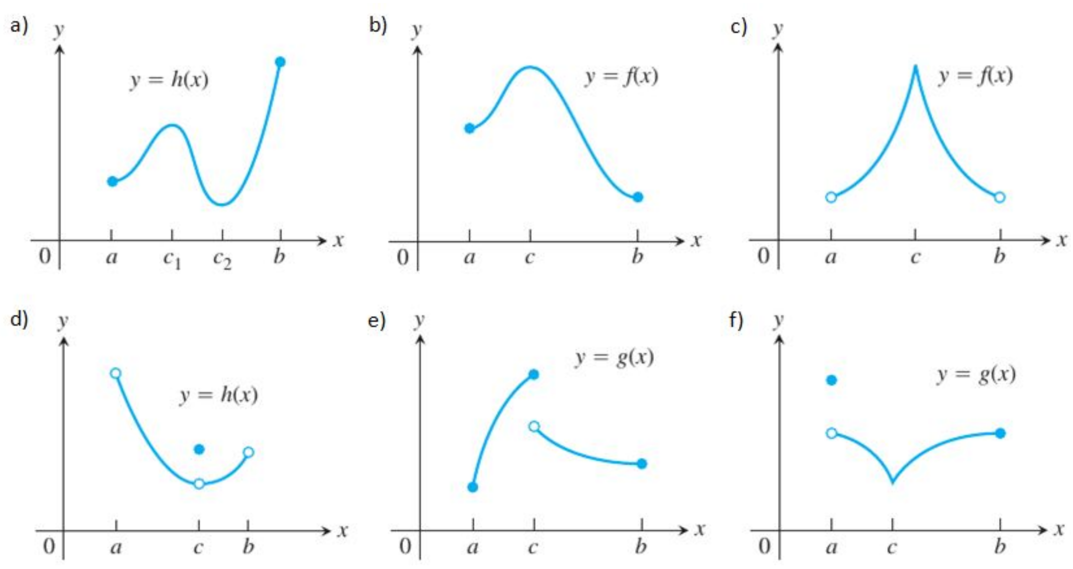
   a) $f(x) = x^3 - 3x + 3$

   b) $f(x) = \dfrac{x^2 - 49}{x^2 + 5x - 14}$

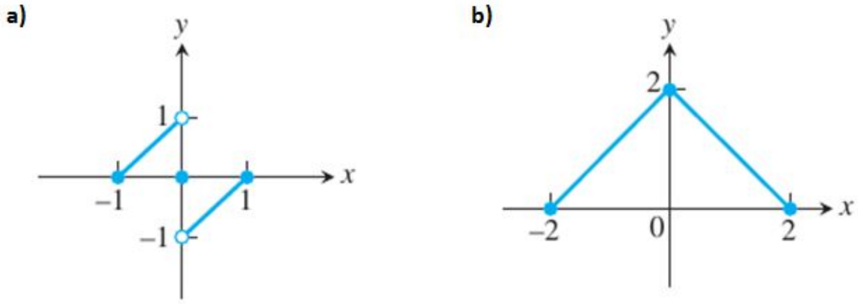
   c) $f(x) = x^4 - 9x^2$

   d) $f(x) = \dfrac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$

2. Determine si las siguientes funciones tienen valores extremos absolutos en [a;b]. Luego explique por qué su respuesta es congruente con el teorema de los valores extremos.



3. Determine los valores extremos absolutos y en donde se presentan.



4. Relacione cada tabla con una gráfica.

1.

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	5

2.

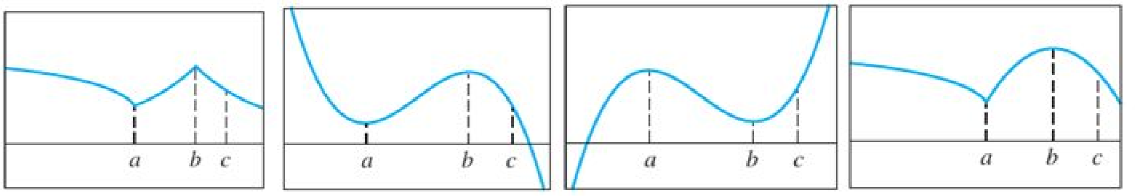
x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	-5

3.

x	$f'(x)$
a	no existe
b	0
c	-2

4.

x	$f'(x)$
a	no existe
b	no existe
c	-1.7



(a) (b) (c) (d)

5. Grafique cada función y determine si la función tiene valores extremos absolutos en su dominio. Explique por qué su respuesta es congruente con el teorema de los valores extremos.

   a) $f(x) = \dfrac{6}{x^2+2}, \qquad -1 < x < 1$

   b) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, & \text{si } -1 \leq x < 0, \\ \sqrt{x}, & \text{si } 0 \leq x \leq 4. \end{cases}$

6. Determine los valores máximo y mínimo absolutos de cada función en el intervalo indicado. Luego grafique la función. Identifique la gráfica donde se alcanzan los extremos absolutos e incluya sus coordenadas.

   a) $f(x) = -x - 4, \qquad -4 \leq x \leq 1.$

   b) $f(x) = -\dfrac{1}{x^2}, \qquad \frac{1}{2} \leq x \leq 2$

   c) $f(x) = -3x^{\frac{2}{3}}, \qquad -1 \leq x \leq 1$

   d) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}, \qquad -2 \leq x \leq 1$

   e) $f(x) = tanx, \qquad -\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{4}.$

   f) $f(t) = |t - 5|, \qquad 4 \leq x \leq 7.$

7. Determine los valores extremos (absolutos y locales) de la función, luego indique dónde se alcanzan.

   a) $y = x^3 + x^2 - 8x + 9$

   b) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

   c) $y = \sqrt{3 + 2x - x^2}$

   d) $y = x^3(x-5)^2$

   e) $y = x - 4\sqrt{x}$

   f) $y = \dfrac{x}{x^2+1}$

8. Determine los puntos críticos y los valores extremos (absolutos y locales) para cada función.

   a) $f(x) = \begin{cases} 4 - 2x, & \text{si } x \leq 1, \\ x + 1, & \text{si } x > 1. \end{cases}$

   b) $f(x) = \begin{cases} 3 - x, & \text{si } x < 0, \\ 3 + 2x - x^2, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$

9. Sea $f(x) = |x^3 - 9x|$.

   a) ¿Existe f'(0)?

   b) ¿Existe f'(3)?

   c) ¿Existe f'(-3)?

   d) Determine todos los valores extremos de f.

10. Si una función par f(x) tiene un valor máximo local en x = c, ¿se puede decir algo acerca del valor de f en x = -c? Justifique su respuesta.

11. Si una función impar f(x) tiene un valor mínimo local en x = c, ¿se puede decir algo acerca del valor de f en x = -c? Justifique su respuesta.

12. La función

    $$V(x) = x(10 - 2x)(16 - 2x), \qquad 0 < x < 5,$$

    modela el volumen de una caja.

    a) Determine los valores extremos de V.

    b) Interprete los valores determinados en el inciso (a) en términos del volumen de la caja.

13. Determine el valor o valores de c que satisfacen la ecuación

    $$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

    en la conclusión del teorema del valor medio para las funciones y los intervalos indicados.

    a) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}, \qquad [0; 1]$

    b) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}, \qquad [\frac{1}{2}; 2]$

    c) $f(x) = x^3 - x^2, \qquad [-1; 2]$

    d) $f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{si } -2 \leq x \leq 0, \\ x^2, & \text{si } 0 < x \leq 2. \end{cases}$

14. ¿Cuáles de las siguientes funciones satisfacen las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo dado y cuáles no? Justifique sus respuestas.

   a) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}, \qquad [-1; 8]$

   b) $f(x) = \sqrt{x(1-x)}, \qquad [0; 1]$

   c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & \text{si } -2 \leq x \leq -1, \\ 2x^2 - 3x - 3, & \text{si } -1 < x \leq 0. \end{cases}$

   d) $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{si } 0 \leq x \leq 2, \\ 6x - x^2 - 7, & \text{si } 2 < x \leq 3. \end{cases}$

15. La función

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } 0 \leq x < 1, \\ 0, & \text{si } x = 1. \end{cases}$$

   es cero en x = 0 y en x = 1, así como derivable en el intervalo(0;1), pero su derivada ahí nunca es cero. ¿Cómo es esto posible?¿Acaso el teorema de Rolle no dice que la derivada tiene que ser cero en algún punto en (0;1)? Justifique su respuesta.

16. ¿Para qué valores de a, m y b la función

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{si } x = 0, \\ -x^2 + 3x + a, & \text{si } 0 < x < 1. \\ mx + b, & \text{si } 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

   satisface las hipótesis del teorema de valor medio en el intervalo [0;2]?

17. Determine los ceros del polinomio $y = x^3 - 3x^2 + 4 = (x+1)(x-2)^2$ y los ceros de su primera derivada.

18. Demuestre que las siguientes funciones tienen un cero en el intervalo indicado.

   a) $f(x) = x^4 + 3x + 1, \qquad$ [-2;-1]

   b) $f(x) = x^3 + \dfrac{4}{x^2} + 7, \qquad (-\infty; 0)$

19. ¿Qué pueden decir acerca de las funciones cuya derivada sea constante? Justifique su respuesta.

20. Determine todas las funciones que tengan la derivada indicada.

   a) $y' = 2x - 1$

   b) $y' = 5 + \dfrac{1}{x^2}$

   c) $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

   d) $y' = sen(2t) + cos\left(\frac{t}{2}\right)$

21. Determine la función con la derivada indicada y cuya gráfica pase por el punto P.

    a) $r'(\theta) = 8 - csc^2\theta \quad P\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$

    b) $r'(t) = sect.tant - 1, \quad P(0; 0)$

22. La velocidad $v = \dfrac{ds}{dt}$ y la posición inicial de un cuerpo que se desplaza a lo largo de una línea coordenada. Determine la posición del cuerpo en el instante t.

    a) $v = 9,8t + 5,$ s(0)=10

    b) $v = 32t - 2, \quad s(0,5) = 4$

23. La aceleración $a = \dfrac{d^2s}{dt^2}$ la velocidad y la posición inicial de un cuerpo que se desplaza a lo largo de una línea coordenada. Determine la posición del cuerpo en el instante t.

    a) $a = 32, \quad v(0) = 20, s(0) = 5$

    b) $a = 9{,}8, \quad v(0) = -3, s(0) = 0$

24. La media aritmética de dos números a y b es el número $\dfrac{a+b}{2}$. Pruebe que el valor c en la conclusión del teorema del valor medio para $f(x) = x^2$ en un intervalo de número positivos [a;b] es $c = \dfrac{a+b}{2}$.

25. a) Construya una función polinomial f(x) que tenga ceros en x = - 2; -1; 0; 1 y 2.

    b) Trace en el mismo sistema de coordenadas f y su derivada f'. ¿En qué se relaciona lo que ve con el teorema de Rolle?

    c) ¿g(x)= sen(x) y su derivada g' ilustran el mismo fenómeno que f y f'?

26. Sea f una función definida en un intervalo [a;b]. ¿Qué condición debe imponer a f para garantizar que

$$minf' \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leq maxf',$$

    donde mín f' y máx f' se refieren a los valores mínimo y máximo de f' en [a;b]? Justifique sus respuestas.

27. Dadas las siguientes funciones:

    a) ¿Cuáles son los puntos críticos de f?

    b) ¿En qué intervalos f es creciente? ¿En cuáles es decreciente?

    c) ¿En qué puntos, si los hay, f toma valores máximo local y mínimo local?

    1) $f'(x) = (x-1)^2(x+2)$

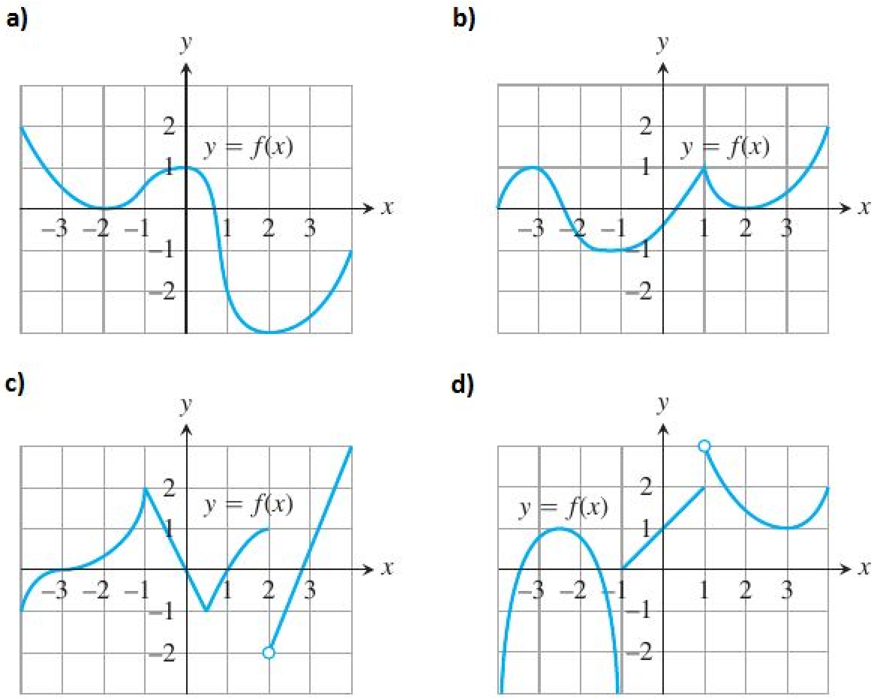
    2) $f'(x) = \dfrac{x^2(x-1)}{x+2}, x \neq -2$

    3) $f'(x) = 1 - \dfrac{4}{x^2}, x \neq 0$

    4) $f'(x) = 3 - \dfrac{6}{\sqrt{x}}, x \neq 0$

28. *a*) Determine los intervalos abiertos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

b) Identifique los valores extremos locales y absolutos de la función, si los hay; además, indique en dónde se alcanzan.



29. *a*) Determine los intervalos abiertos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

b) Identifique los valores extremos locales y absolutos de la función, si los hay; además, indique en dónde se alcanzan.

1) $h(x) = -x^3 + 2x^2$

2) $h(t) = \frac{3}{2}t^4 - t^6$

3) $f(x) = \dfrac{x^3}{3x^2 + 1}$

30. *a*) Identifique los valores extremos locales de la función en el dominio indicado e indique dónde se alcanzan.

b) ¿Cuáles de estos valores extremos, si los hay, son absolutos?

c) Apoye sus resultados con una calculadora graficadora o una computadora.

1) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}, \qquad -5 \leq x \leq 5.$

2) $g(x) = \dfrac{x^2}{4 - x^2}, \qquad -2 < x \leq 1.$

31. a) Determine los extremos locales de la función en el intervalo indicado y diga dónde se alcanzan.

b) Grafique juntas la función y su derivada. Comente sobre el comportamiento de f en relación con los signos y valores de f'.

1) $f(x) = senx - cosx, \qquad 0 \leq x \leq 2\pi.$

2) $f(x) = -2x + tanx, \qquad -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}.$

32. Grafique una función continua y=g(x) tal que:

a) g(2)=2; $0 < g' < 1$ para $x < 2; g'(x) \to 1^-$ cuando $x \to 2^-; -1 < g' < 0$ para $x > 2$ y $g'(x) \to -1^+$ cuando $x \to 2^+$.

b) g(2)=2; $g' < 0$ para $x < 2; g'(x) \to -\infty$ cuando $x \to 2^-; g' > 0$ para $x > 2$ y $g'(x) \to \infty$ cuando $x \to 2^+$.

33. Grafique una función continua y=h(x) tal que:

a) h(0)=0; $-2 \leqslant h(x) \leqslant 2$ para toda x; $h'(x) \to \infty$ cuando $x \to 0^-$ y $h'(x) \to \infty$ cuando $x \to 0^+$.

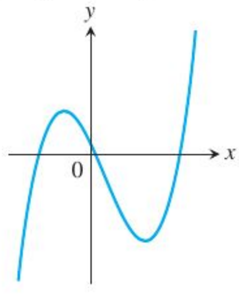
b) h(0)=0; $-2 \leqslant h(x) \leqslant 0$ para toda x; $h'(x) \to \infty$ cuando $x \to 0^-$ y $h'(x) \to -\infty$ cuando $x \to 0^+$.

34. Determine los intervalos en los que la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, es creciente y en dónde es decreciente. Describa el razonamiento que respalda su respuesta.

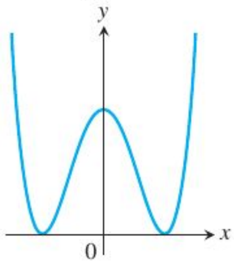
35. Determine los valores de las constantes a, b, c y d, de manera que $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$, tenga un máximo local en el punto (0;0) y un mínimo local en el punto (1;-1).

36. Identifique los puntos de inflexión así como los máximos y mínimos locales de las funciones graficadas. Identifique los intervalos en los que las funciones son cóncavas hacia arriba y cóncavas hacia abajo.

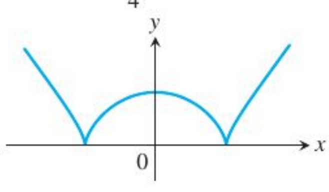
a) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{1}{3}$



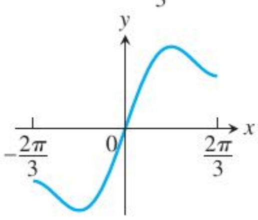
b) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 4$



c) $y = \frac{3}{4}(x^2 - 1)^{2/3}$



d) $y = x + \text{sen}\, 2x, -\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$



37. Grafique las ecuaciones indicadas de acuerdo con los pasos del procedimiento de graficación. Incluya las coordenadas de todos los puntos extremos y los puntos de inflexión.

a) $y = (x-2)^3 + 1$

b) $y = x^4 + 2x^3 = x^3(x+2)$

c) $y = x^5 - 5x^4 = x^4(x-5)$

d) $y = senx.cosx$, $0 \leq x \leq \pi$

e) $y = x + senx$, $0 \leq x \leq 2\pi$

f) $y = x^{\frac{2}{5}}$

g) $y = \dfrac{8x}{x^2+4}$

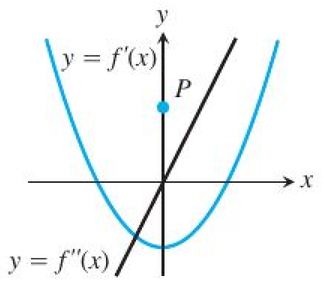
h) $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$

i) $y = x^{\frac{2}{3}}(x-5)$

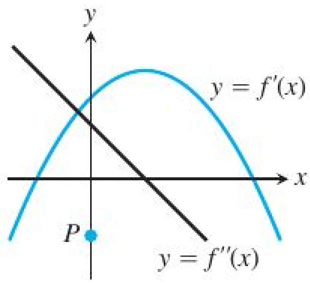
j) $y = |x^2 - 1|$

38. Dadas las gráficas de la derivada primera y segunda de una función y = f(x). Copie el dibujo y agréguele la gráfica aproximada de f, teniendo en cuenta que la gráfica de f pasa por el punto P.

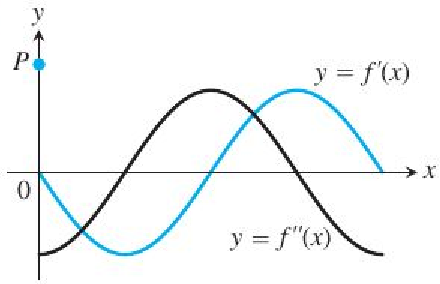
a)



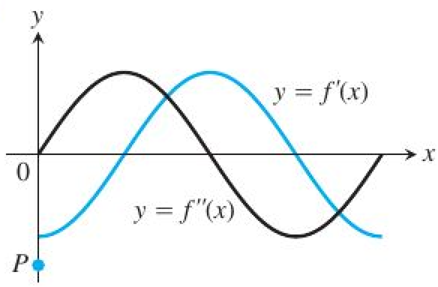
b)



c)



d)



39. Grafique las siguientes funciones racionales.

a) $y = \dfrac{2x^2+x-1}{x^2-1}$

b) $y = \dfrac{x^2+4}{2x}$

c) $y = \dfrac{1}{x^2-1}$

d) $y = \dfrac{x^2}{x^2-1}$

e) $y = -\dfrac{x^2-2}{x^2-1}$

f) $y = \dfrac{x^2-x+1}{x-1}$

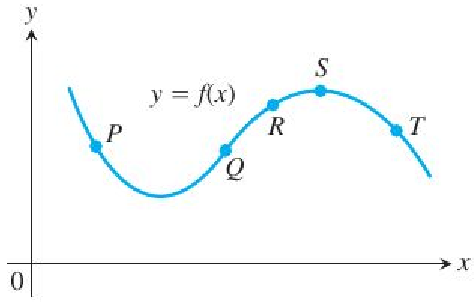
g) $y = \dfrac{x}{x^2-1}$

h) $y = \dfrac{x-1}{x^2(x-2)}$

i) $y = \dfrac{8}{x^2+4}$

j) $y = \dfrac{4x}{x^2+4}$

40. La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de una función diferenciable $y = f(x)$. En cada uno de los cinco puntos indicados, clasifique y' e y" como positiva, negativa o cero.



41. Trace una curva suave conexa y = f(x) que cumpla:

- f(-2) = 8
- f(0) = 4
- f(2) = 0
- $f'(x) > 0$ para $|x| > 2$

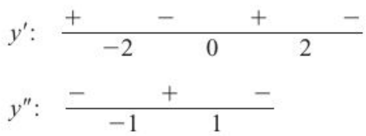
f'(2) = f'(-2) =0,

$f'(x) < 0$ para $|x| < 2$,

f"$(x) < 0$ para $x < 0$,

f"$(x) > 0$ para $x > 0$

42. Grafique una función dos veces derivable y = f(x) que pase por los puntos (-2;2), (-1;1), (0;0), (1;1) y (2;2), cuyas dos primeras derivadas tienen los siguientes patrones de signos.



43. Para $x > 0$, dibuje una curva y = f(x) que tenga f(1) = 0 y $f'(x) = \dfrac{1}{x}$. ¿Puede decirse algo acerca de la concavidad de tal curva?. Justifique su respuesta.

44. *a*) Encuentre las coordenadas del vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

    b) ¿En qué puntos la parábola es cóncava hacia arriba? ¿En cuáles es cóncava hacia abajo? Justifique sus respuestas.

45. ¿Qué puede decir acerca de los puntos de inflexión de la curva cúbica $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$? Justifique sus respuestas.

46. Demuestre que de todos los rectángulos de perímetro 8 m, el de mayor área es un cuadrado.

47. Un rectángulo tiene su base en el eje x y sus dos vértices superiores sobre la parábola $y = 12 - x^2$. ¿Cuál es el mayor área posible del rectángulo y cuáles son sus dimensiones?

48. Un sembradío rectangular de plantas de guisantes mide 216 m^2; se quiere encerrar con una cerca y dividirlo en dos partes iguales mediante otra cerca paralela a uno de los lados. ¿Qué dimensiones del rectángulo exterior requieren la menor longitud total de la cerca? ¿Cuánta cerca se requerirá?

49. ¿Cuáles son las dimensiones de una lata abierta cilíndrica circular recta que puede contener un volumen de 1000 cm^3? Compare el resultado con el del ejemplo 2 de la sección 4.5 del libro Cálculo 1 de Thomas.

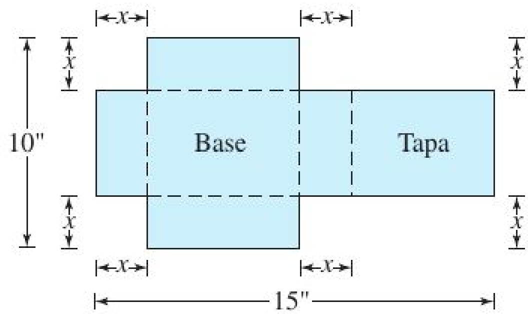
50. Una pieza de cartón mide 10 por 15 pulgadas. Como se ilustra en la figura, se le han quitado dos cuadrados en las esquinas del lado que mide 10 pulgadas, Además, se han eliminado dos rectángulos de las otras dos esquinas, de manera que las cejas puedan doblarse para formar una caja rectangular con tapa.

    a) Escriba una fórmula para el volumen, V(x), de la caja.

    b) Encuentre el dominio de V para la situación del problema y grafique V en su dominio.

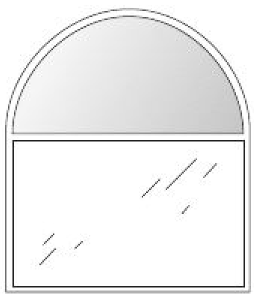
    c) Use un método gráfico para determinar el volumen máximo y el valor de x que lo da.

    d) Confirme analíticamente el resultado obtenido en el inciso (c).

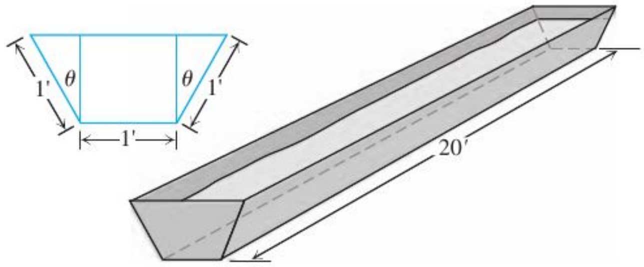


51. Determine las dimensiones de un cilindro circular recto de volumen máximo que se puede inscribir en una esfera de un radio de 10 cm. ¿Cuál es el volumen máximo?

52. Una ventana tiene forma de rectángulo y está coronada con un semicírculo. El rectángulo es de vidrio claro, mientras que el semicírculo es de vidrio de color y transmite sólo la mitad de la luz por unidad de área en comparación con el vidrio claro. El perímetro total es fijo. Encuentre las proporciones de la ventana que admitan la mayor cantidad de luz. Desprecie el espesor del marco.



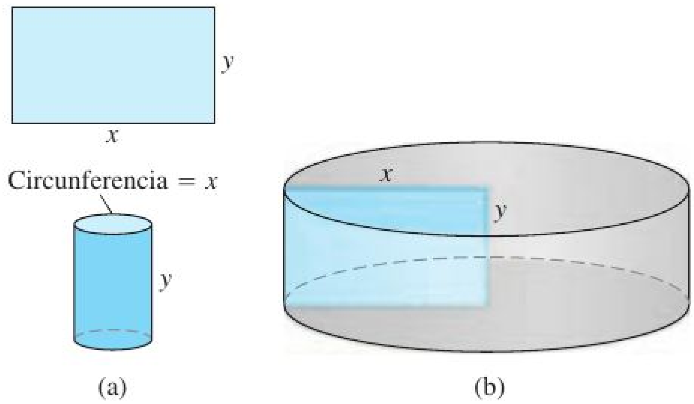
53. El abrevadero de la figura se debe construir con las dimensiones que se indican. Sólo se puede variar el ángulo θ. ¿Qué valor de θ maximizará el volumen del abrevadero?



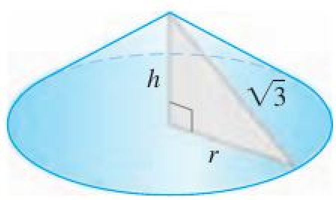
54. Compare las respuestas de los siguientes dos problemas de construcción:

   a) Una hoja rectangular de perímetro de 36 cm y dimensiones x por y cm se enrolla a manera de cilindro, como se ilustra en el inciso (a) de la figura. ¿Qué valores de x y de y dan el mayor volumen?

   b) La misma hoja se hace girar alrededor de uno de los lados de longitud y para generar el cilindro que se ilustra en el inciso (b) de la figura.¿Qué valores de x y de y dan el mayor volumen?



55. Un triángulo cuya hipotenusa mide $\sqrt{3}$ m se hace girar alrededor de uno de sus catetos para generar un cono circular recto. Determine el rádio, la altura y el volumen del cono de mayor volumen que se puede construir de esta manera.



56. La altura con respecto al suelo e un objeto que se desplaza verticalmente está dada por

$$s = -16t^2 + 96t + 112,$$

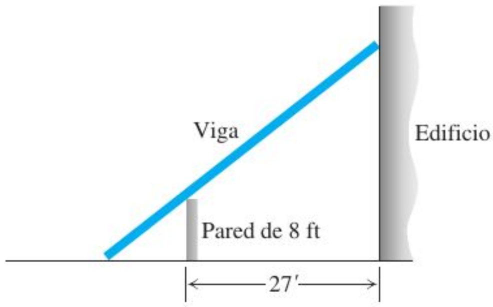
con s en pies y t en segundos. Determine:

a) la velocidad del objeto cuando t = 0

b) su altura máxima y cuando la alcanza.

c) su velocidad cuando $s = 0$.

57. La pared de 8 pies que se ilustra aquí está a 27 pies del edificio. Determine la viga recta de longitud más corta que alcance el lado del edificio desde el suelo que está al otro lado de la pared.



58. Al mediodia, el barco A se encuentra 12 millas náuticas al norte del barco B. El barco A navega hacia el sur a 12 nudos (millas náuticas por hora; una milla náutica es igual a 2000 yardas) y continúa haciéndolo todo el día. El barco B navega hacia el este a 8 nudos y continua haciéndolo todo el día.

a) Empiece a contar el tiempo t = 0 al mediodía y exprese la distancia s entre los barcos como una función de t.

b) ¿Qué tan rápido cambia la distancia entre barcos al mediodía? ¿Qué tan rápido lo hace una hora después?

c) Ese día, la visibilidad era de 5 millas náuticas. ¿los tripulantes de los barcos pudieron verse alguna vez?

d) Grafique juntas s y $\frac{ds}{dt}$ como funciones de t para $-1 \leq t \leq 3$, usando diferentes colores, si es posible. Compare las gráficas y lo que ve con las respuestas que obtuvo en los incisos (b) y (c).

e) Aparentemente, la gráfica de $\frac{ds}{dt}$ podría tener una asíntota horizontal en el primer cuadrante. Lo anterior sugiere que $\frac{ds}{dt}$ se aproxima a un valor límite cuando $t \to \infty$. ¿Cuál es ese valor? ¿Cuál es su relación con la rapidez individual de cada barco?

59. Demuestre que $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ es una función creciente de x.

60. Determine una antiderivada para cada función. Realice todo cuanto pueda mentalmente. Verifique sus respuestas mediante la diferenciación.

a) $x^7 - 6x + 8$

b) $x^{-4} + 2x + 3$

c) $2 - \dfrac{5}{x^2}$

d) $\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

e) $\pi cos(\pi x)$

f) $-sec^2\left(\frac{3x}{2}\right)$

g) $1 - 8csc^2(2x)$

h) $4sec(3x).tan(3x)$

61. Determine la antiderivada más general o la integral indefinida . Compruebe sus respuestas mediante diferenciación.

a) $\displaystyle\int \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{x^3} + 2x\right) dx$

b) $\displaystyle\int \left(\frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right) dx$

c) $\displaystyle\int \frac{t\,\sqrt{t} + \sqrt{t}}{t^2} dt$

d) $\displaystyle\int 3\,cos(5\theta)\,d\theta$

e) $\displaystyle\int \frac{2}{5} sec\theta\; tan\theta\; d\theta$

f) $\displaystyle\int (sen(2x) - csc^2 x) dx$

g) $\displaystyle\int \frac{1 - cos(6t)}{2} dt$

h) $\displaystyle\int (1 + tan^2\theta) d\theta$

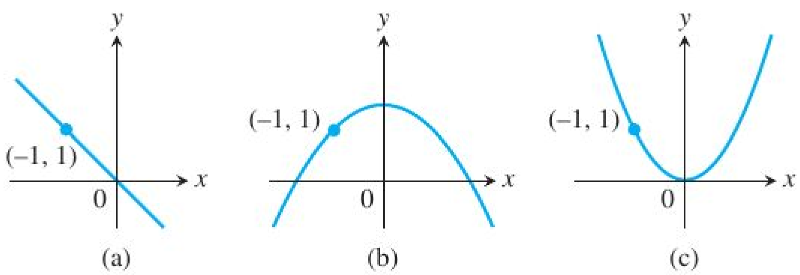
62. Indique si cada fórmula es correcta o incorrecta y dé una breve justificación para cada respuesta.

a) $\displaystyle\int x\; senx\; dx = \frac{x^2}{2} senx + C$

b) $\displaystyle\int x\; senx\; dx = -x\; cosx + C$

63. ¿Cuál de las siguientes gráficas muestra la solución del problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx} = -x, \quad y = 1 \;\; cuando \;\; x = -1?$$



Justifique su respuesta.

64. Resuelva los problemas de valor inicial:

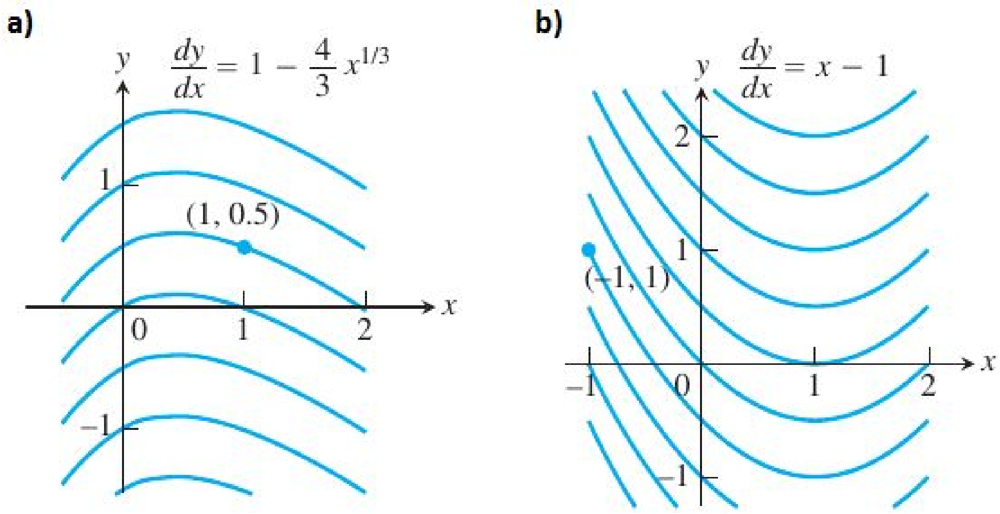
a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x^2} + x, \quad x > 0; \quad y(2) = 1$

c) $\dfrac{dr}{d\theta} = cos(\pi\theta), \quad r(0) = 1$

b) $\dfrac{d^2s}{dt^2} = \dfrac{3t}{8}; \quad \dfrac{dr}{dt}|_{t=1} = 1, \quad r(1) = 1$

d) $\dfrac{ds}{dt} = 1 + cost, \quad s(0) = 4$

65. Las siguientes gráficas muestran curvas solución de ecuaciones diferenciales. En cada ejercicio determine una ecuación para la curva que pasa por el punto indicado.



66. *a*) Suponga que la velocidad de un cuerpo que se desplaza a lo largo del eje s es

$$\frac{ds}{dt} = v = 9{,}8t - 3.$$

- Determine el desplazamiento del cuerpo en el intervalo de tiempo que va desde t = 1 a t = 3, dado que $s = 5$ cuando $t = 0$.
- Determine el desplazamiento del cuerpo en el intervalo de tiempo que va desde t = 1 a t = 3, dado que $s = -2$ cuando $t = 0$.
- Ahora determine el desplazamiento del cuerpo en el intervalo de tiempo que va desde t = 1 a t = 3, dado que $s = s_0$ cuando $t = 0$.

b) Suponga que la posición s del cuerpo que se desplaza a lo largo de una recta coordenada es una función derivable del tiempo t. ¿Es cierto que una vez que se conoce una antiderivada de la función velocidad $\dfrac{ds}{dt}$ es posible encontrar el desplazamiento del cuerpo de $t = a$ a $t = b$, aún si no se conoce la posición exacta del cuerpo en ninguno de esos tiempos? Justifique su respuesta.

67. La ecuación estándar para la posición s de un cuerpo que se desplaza a lo largo de una recta coordenada con aceleración constante a es

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0,$$

donde v_0 y s_0 son la velocidad y la posición del cuerpo en el tiempo $t = 0$. Deduzca esta ecuación; para ello, resuelva el problema de valor inicial.

$$Ecuacion\ diferencial: \quad \frac{d^2s}{dt^2} = a$$

$$Condiciones\ iniciales: \quad \frac{ds}{dt} = v_0 \quad y \quad s = s_0 \quad cuando \quad t = 0.$$

68. La suma de dos números no negativos es 20. Encuentre los números:

    $a)$ si el producto de uno de ellos multiplicado por la raíz cuadrada del otro debe ser lo más grande posible.

    $b)$ si la suma de uno de ellos más la raíz cuadrada del otro debe ser lo más grande posible.

69. Un triángulo isósceles tine su vértice en el origen y su base paralela al eje x con los vértices por arriba del eje en la curva $y = 27 - x^2$. Encuentre el área máxima que puede tener el triángulo.

70. Determine la altura y el radio del cilindro circular recto más grande que se pueda colocar dentro de una esfera de radio $\sqrt{3}$.