Trabajo Práctico N°6
Análisis Matemático 1-Facultad de Ingeniería

TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN.

Prof. Iris Gómez
Dr. Pablo Ochoa

1-INTEGRACIÓN POR PARTES

1. Evalúe las siguientes integrales mediante integración por partes:

   a) $\displaystyle\int x.\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) dx$

   b) $\displaystyle\int_1^2 x.\ln(x)dx$

   c) $\displaystyle\int x.\sec^2(x)dx$

   d) $\displaystyle\int x^2\operatorname{sen}(x)dx$

   e) $\displaystyle\int xe^{3x}dx$

   f) $\displaystyle\int x^5e^xdx$

   g) $\displaystyle\int e^{2x}\cos(3x)dx$

2. En las siguientes integrales, utilice primero una sustitución apropiada y luego aplique integración por partes:

   a) $\displaystyle\int e^{\sqrt{3x+9}}dx$

   b) $\displaystyle\int_0^1 x\sqrt{1-x}dx$

   c) $\displaystyle\int \operatorname{sen}(\ln(x))dx$

   d) $\displaystyle\int \ln(x+x^2)dx$

2-INTEGRALES TRIGONOMÉTRICAS

1. Evalúe las siguientes integrales trigonométricas:

   a) $\displaystyle 3\int \operatorname{sen}^3(x)\,dx$

   b) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx$

   c) $\displaystyle\int \cos^3(x)\operatorname{sen}(x)\,dx$

   d) $\displaystyle\int \cos^3(x)\operatorname{sen}^3(x)\,dx$

e) $\int_0^{\pi} 8\cos^2(y)\,\text{sen}^4(y)\,dy$

f) $\int \cos(3x)\,\text{sen}(2x)\,dx$

g) $\int_0^{\pi} \sqrt{1-\cos(2x)}\,dx$

h) $\int \sec^3(x)\tan(x)\,dx$

2. Determine la longitud de la curva $y = \ln(sec(x)), 0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{4}$.

3-SUSTITUCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1. Evalúe las siguientes integrales, aplicando sustituciones trigonométricas:

   a) $\int_0^2 \dfrac{dx}{8+2x^2}$

   b) $\int \dfrac{5\,dx}{\sqrt{25x^2-9}}$

2. Evalúe la siguiente integral, utilizando el método que prefiera:

$$\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{4x^2\,dx}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

3. Evalúe la siguiente integral:

$$\int \sqrt{\frac{4-x}{x}}\,dx.$$

   Se sugiere hacer $x = u^2$.

4. Determine el área encerrada por la elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

4-INTEGRALES DE FUNCIONES RACIONALES

1. Evalúe la siguientes integrales, por medio de la descomposición en fracciones parciales:

   a) $\int \dfrac{x^2+4x+1}{(x-1)(x+3)(x+1)}dx$

   b) $\int \dfrac{x+3}{2x^3-8x}dx$

   c) $\int_{-1}^{0} \dfrac{x^3}{x^2-2x+1}dx$

   d) $\int \dfrac{2x^3-2x^2+1}{x^2-x}\,dx$

   e) $\int \dfrac{2x+1}{x^2-7x+12}\,dx$

   f) $\int \dfrac{dx}{(x^2-1)^2}$

g) $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{3t^2+t+4}{t^3+t\,dt}$

h) $\displaystyle\int \frac{2x^3-2x^2+1}{x^2-x}dx$

i) $\displaystyle\int \frac{x^4}{x^2-1}dx$

j) $\displaystyle\int \frac{e^t}{e^{2t}+3e^t+2}dt$

k) $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x-1)(x^2+2x+1)}dx$

5-**APLICACIONES**

1. Determine el área de la región encerrada por la curva $y = x\,\mathrm{sen}(x)$ y el eje x para:

   a) $0 \leq x \leq \pi$

   b) $\pi \leq x \leq 2\pi$

   c) $2\pi \leq x \leq 3\pi$.

2. Determine el área de la región encerrada por la curva $y = x\cos(x)$ y el eje x para:

   a) $\pi/2 \leq x \leq 3\pi/2$

   b) $3\pi/2 \leq x \leq 5\pi/2$

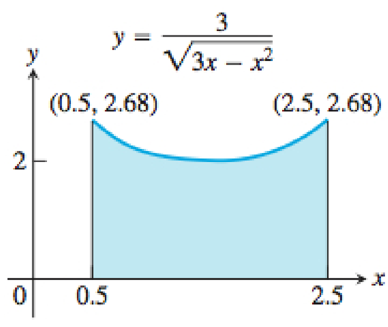
   c) $5\pi/2 \leq x \leq 7\pi/2$.

3. Determine el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar la región acotada por el gráfico de $y = \frac{\sqrt{x}}{(x+1)}$ y $1 \leq x \leq 10$ alrededor del eje x.

4. Determine el volumen del sólido obtenido al hacer girar alrededor de la recta $x = \ln(2)$, la región en el primer cuadrante acotada por los ejes coordenados, la curva $y = e^x$ y la recta $x = \ln(2)$.

5. Determine el área de la región en el primer cuadrante que está encerrada por los ejes coordenados y la curva $y = \sqrt{9-x^2}/3$.

6. Determine el volumen del sólido generado al hacer girar la región sombreada alrededor del eje x:



6-**INTEGRALES IMPROPIAS**

1. Evalúe la siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+1}$

b) $\displaystyle\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$

c) $\displaystyle\int_0^1 x\ln(x)dx$

d) $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty 2xe^{-x^2}dx$

e) $\displaystyle\int_0^1 \frac{4r}{\sqrt{1-r^4}}dr$

f) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{2}{t^2-1}dt$

2. Utilice el método que prefiera para determinar la convergencia de las siguientes integrales:

   a) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan\theta\, d\theta$

   b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx$

   c) $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{e^x+e^{-x}}\, dx$

3. Determine el área de la región que está entre las curvas $y=\sec(x)$ y $y=\tan(x)$ desde $x=0$ hasta $x=\pi/2$.

4. Determine el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar la región acotada por el gráfico de $y=\frac{\sqrt{x}}{(x+1)}$ y $1\leq x$ alrededor del eje x.