

Nombre y apellido:.....

Legajo y carrera:.....

Examen Final: Alumno Libre
Análisis Matemático I-FI-UNCUYO

Instrucciones. Desarrolle detalladamente los ejercicios para obtener el puntaje completo. En los recuadros indicados con **Respuesta** debe completar con tinta. No se permite corrector, tache si es necesario. Desarrolle sus respuestas con letra clara. **Debe obtener un mínimo de 60 puntos para aprobar el examen escrito. SUERTE!**

NOTA: DEBE ENTREGAR SOLAMENTE LOS DESARROLLOS DE LOS EJERCICIOS 2, 3, 4d), 6 y 7. PARA LOS DEMÁS EJERCICIOS, SÓLO CONSIGNE LA RESPUESTA EN EL CUADRADO INDICADO. SI NO COLOCA LA RESPUESTA, NO OBTENDRÁ EL PUNTAJE.

- (1) (**5 pts.**) Dibuje la gráfica de una función $y = f(x)$ para $x \in [0, 5]$ tal que f tenga un máximo absoluto en $x = 2$, un mínimo relativo, pero no absoluto, en $x = 1$, un máximo relativo pero no absoluto en $x = 3$ y un mínimo absoluto en $x = 0$.

Respuesta:

- (2) (**15 pts.**) Pruebe que:

$$\operatorname{sen}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1},$$

para todo $x \in \mathbb{R}$. Enuncie el resultado teórico que va a utilizar.

- (3) Supongamos que tenemos una cáscara cilíndrica delgada abierta por arriba de espesor 1 cm, altura 100 cm y diámetro (exterior) 50 cm.
- (a) (**10 pts.**) Utilizando diferenciales, determine una aproximación del volumen de la cáscara.
- (b) (**5 pts.**) Determine el volumen exacto de la cáscara.
- (4) Sea $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$ para $x \in [0, \pi/2]$.
- (a) (**5 pts.**) Plantee una integral que permita determinar la longitud de la curva en el intervalo dado.

Respuesta:

- (b) (**10 pts.**) Plantee una integral que permita determinar el área de la región encerrada por el gráfico de f y el eje x para x en $[0, \pi]$.

Respuesta:

- (c) (**5 pts.**) Plantee una integral que permita calcular el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar alrededor de la recta $x = \pi/2$ la región acotada por el gráfico de f y el eje x en $[0, \pi/2]$

Respuesta:

- (d) (**10 pts.**) Calcule el volumen del sólido anterior.
- (e) (**5 pts.**) Plantee una expresión que permita determina el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar la región del inciso c) alrededor del eje y .

Respuesta:

- (5) (**10 pts.**) Enuncie la fórmula de integración por partes para integrales definidas.

Respuesta:

- (6) (**10 pts.**) Encuentre una primitiva de:

$$f(x) = \frac{5x^2 + 20x + 6}{x^2(x^2 + 1)}.$$

- (7) (**10 pts.**) Determine, si existen, los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad de la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 9}.$$