

Nombre y apellido:.....

Legajo:.....

PRIMER EXAMEN PARCIAL-TURNO MAÑANA-TEMA 1

06/04/2016

Análisis Matemático I

Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo

Instrucciones. Coloque su nombre y apellido en cada hoja que va a entregar. Lea atentamente cada consigna. **Desarrolle detalladamente los ejercicios** para obtener el puntaje completo. Puede usar lápiz o tinta para desarrollar los ejercicios, pero el resultado final debe estar en tinta. No se permite corrector, tache si es necesario. Desarrolle sus respuestas con letra clara. **Debe obtener un mínimo de 60 puntos para aprobar el examen escrito. SUERTE!**

(1) Sea:

$$g(x) = \frac{\sqrt{x} + 4}{9x^2 - 1}$$

- (a) (5 pts.) Determine el dominio de g y las intersecciones (si existen) con los ejes coordenados.
- (b) (5 pts.) ¿Es g una función par? ¿Es g impar? Justifique.
- (c) (5 pts.) Determine las asíntotas verticales y horizontales de g .
- (d) (5 pts.) ¿En qué conjunto es g continua? Justifique.
- (e) (5 pts.) Determine las discontinuidades de g y clasifíquelas. Justifique su respuesta.
- (f) (10 pts.) Encuentre la pendiente de la gráfica de g en el punto $(1, 5/8)$ y determine la ecuación de la recta tangente en ese punto.
- (g) (5 pts.) ¿En qué punto/s la función no admite derivada? Justifique.
- (h) (5 pts.) ¿Existe algún x en donde la recta tangente a la gráfica de g sea horizontal?

(2) (10 pts.) Determine el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}.$$

Mencione explícitamente cada regla utilizada.

(3) (15 pts.) ¿La función:

$$f(x) = \frac{x(x^2 - 1)}{|x^2 - 1|}$$

puede extenderse para ser continua en $x = 1$ y en $x = -1$? Si es posible hacerlo en algún punto, defina la extensión continua.

(4) En la teoría de la relatividad de Einstein, la longitud de un objeto con respecto a un observador varía de acuerdo a la velocidad v con que viaja el objeto respecto del observador. Si L_0 es la longitud del objeto en reposo con respecto al observador,

entonces la longitud del objeto cuando se mueve a una velocidad v con respecto al observador viene dada por:

$$L(v) = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

donde c es una constante (es la velocidad de la luz en el vacío). Responda:

- (a) **(5 pts.)** ¿Qué sucede con la longitud L cuando v aumenta?
- (b) **(5 pts.)** Determine el límite:

$$\lim_{v \rightarrow c^-} L(v) = .$$

- (c) **(5 pts.)** ¿Por qué sólo es posible tomar el límite por izquierda de la función $L(v)$ cuando v tiende a c ?
- (5) (a) **(5 pts.)** Defina derivada de una función f en x_0 .
 (b) **(5 pts.)** Defina:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L.$$

- (c) **(5 pts.)** Defina los conceptos de asíntota vertical y horizontal.