Trabajo Práctico N°2
Análisis Matemático 1-Facultad de Ingeniería

DERIVADAS

Mgter. Noemí Vega
Dr. Pablo Ochoa

1. Determine la pendiente de la gráfica de la función en el punto dado. Determine también una ecuación para la recta tangente a la gráfica en ese punto.

   a) $f(x) = x^2 + 1$ (2;5)

   b) $f(x) = \sqrt{x+1}$ (8;3)

   c) $f(x) = \dfrac{x}{x-2}$ (3;3)

   d) $f(t) = t^3 + 3t$ (1;4)

2. ¿En qué puntos las gráficas de las funciones indicadas tienen tangentes horizontales.

   a) $f(x) = x^2 + 4x - 1$

   b) $f(x) = x^3 - 3x$

3. Un objeto se deja caer desde lo alto de una torre de 100 m de altura. Su altura por encima del nivel del suelo, al cabo de t segundos, es $100 - 4,9t^2$ m. ¿Cuál es su rapidez 2 segundos después de que se suelta?

4. ¿Cuál es la tasa de cambio instantánea del área de un círculo, con respecto al radio, cuando el radio es r = 3?

5. ¿Cuál es la tasa de cambio instantánea del volumen de una pelota, con respecto al radio, cuando este mide r = 2?

6. Calcule la derivada de las siguientes funciones y determine el valor de las derivadas indicadas en cada caso.

   a) $f(x) = (x-1)^2 - 1$ f'(-1); f'(0); f'(2)

   b) $g(x) = \dfrac{1-x}{2x}$ $g'(-1); g'(1); g'(\sqrt{2})$

7. Determine las derivadas que se indican:

   a) $\dfrac{dy}{dx}$ *si* $y = 2x^3$

   b) $\dfrac{dv}{dt}$ *si* $v = t - \dfrac{1}{t}$

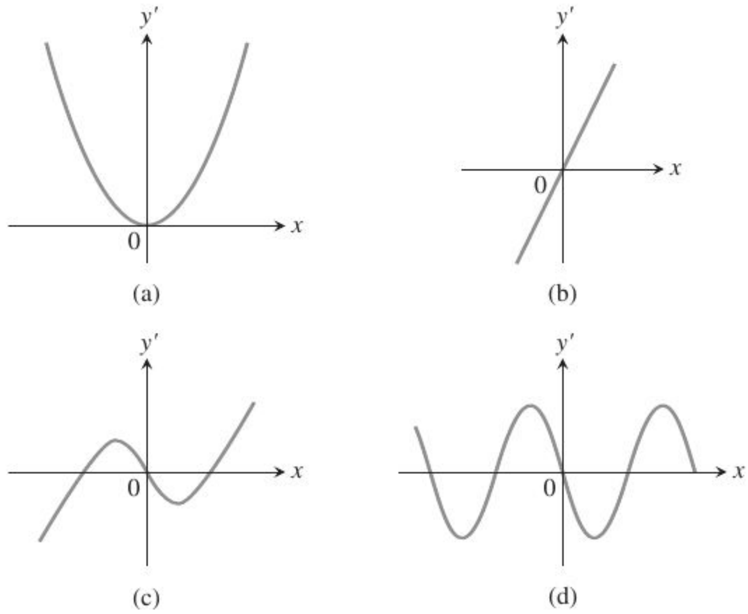
8. Utilice la fórmula

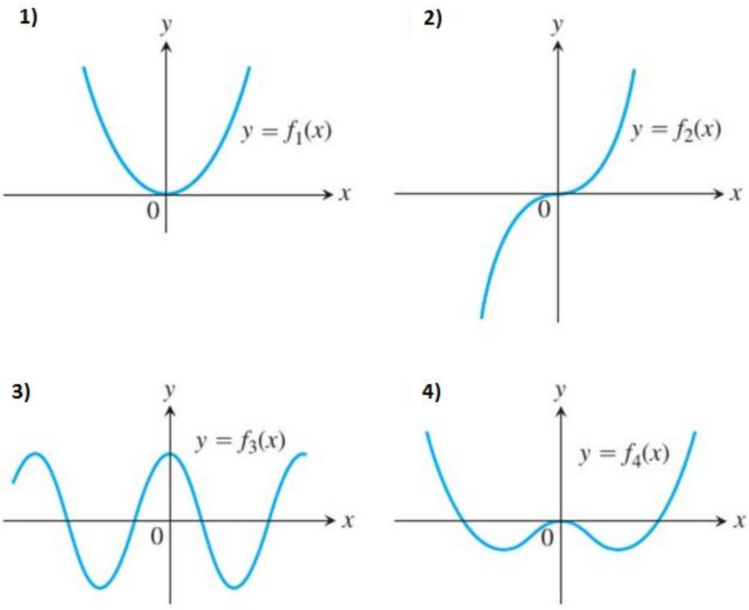
$$f'(x) = \lim_{x \to z} \left[\frac{f(x) - f(z)}{x - z} \right]$$

para determinar la derivada de las siguientes funciones:

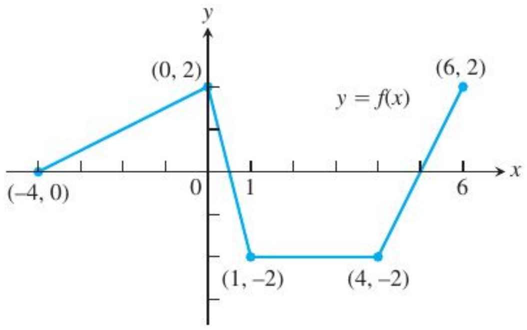
a) $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$ b) $f(x) = x^2 - 3x + 4$,

9. Relacione las gráficas de las funciones con las gráficas de sus derivadas.



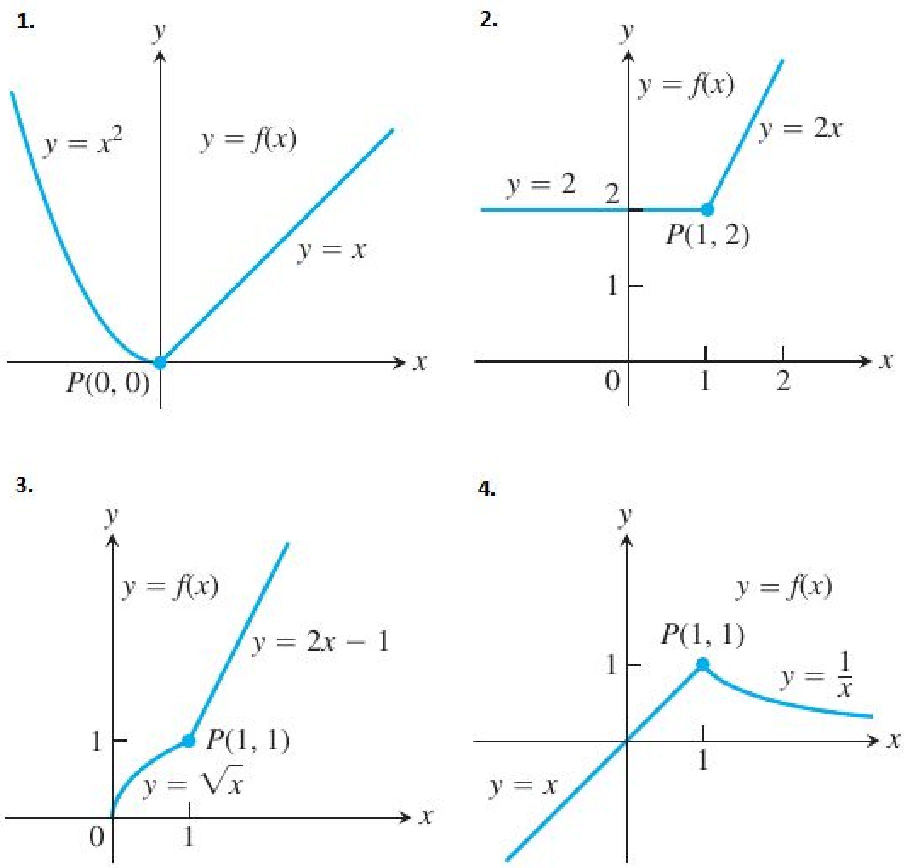


10. a) La gráfica de la siguiente figura está formada por segmentos de recta unidos. ¿En cuáles de los puntos del intervalo [-4;6] no está definida f'? Justifique su respuesta.



b) Grafíque la derivada de f. La gráfica debe mostrar una función escalonada.

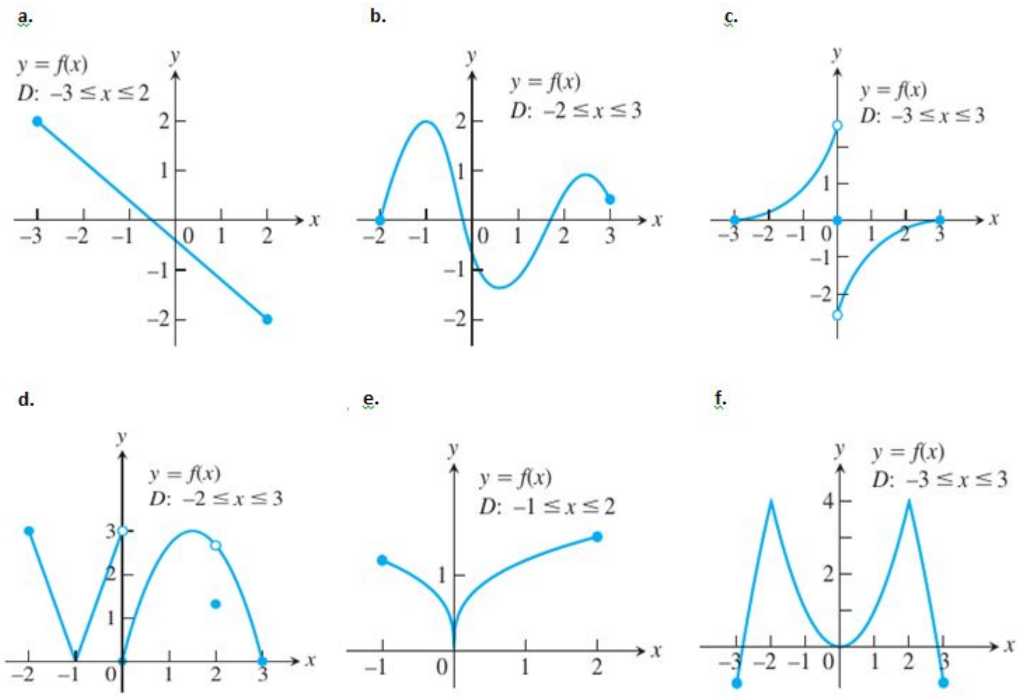
11. Calcule las derivadas por la derecha y por la izquierda como límites para mostrar que las funciones dibujadas no son derivables en el punto P.



12. Cada figura (ver página 4) presenta la gráfica de una función en el intervalo cerrado D. ¿En qué puntos del dominio la función parece ser:

- derivable?
- continua, pero no derivable?
- ni continua ni derivable?

Justifique sus respuestas.



13. Dadas las funciones:

a) $y = -x^2$

b) $y = \frac{1}{3}x^3$

3) $y = -\frac{1}{x}$

4) $y = \frac{1}{4}x^4$

a) Determine la derivada y'.

b) Grafique y = f(x) y y = f'(x) una al lado de la otra, usando un conjunto diferente de ejes y responda las siguientes preguntas.

1) ¿Para qué valores de x, si los hay, f' es positiva?¿Es cero?¿Es negativa?

2) ¿En qué intervalos de valores de x, si los hay, la función y = f(x) es creciente cuando x aumenta?¿decrece cuando x aumenta? ¿Cómo se relaciona esto con lo que encontró en el inciso 1)?

14. Determine la primera y la segunda derivada.

a) $y = -x^2 + 3$

b) $s = 5t^3 - 3t^5$

c) $w = 3z^7 - 7z^3 + 21z^2$

d) $w = 3z^{-2} - \frac{1}{z}$

e) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{x}{4}$

f) $s = -2t^{-1} + \frac{4}{t^2}$

g) $y = 6x^2 - 10x - 5x^{-2}$

h) $r = \frac{12}{\theta} - \frac{4}{\theta^3} + \frac{1}{\theta^4}$

15. Dadas las funciones:

   a) $y = \left(x^2+1\right)\left(x+5+\frac{1}{x}\right)$ 2) $y = \left(1+x^2\right)\left(x^{\frac{3}{4}}-x^{-3}\right)$,

   determine y' mediante los siguientes procedimientos:

   a) aplicando la regla del producto,

   b) multiplicando los factores para producir una suma de términos que resulte más fácil de derivar.

16. Determine las derivadas de las siguientes funciones:

   a) $z = \dfrac{2x+5}{3x-2}$

   b) $f(t) = \dfrac{t^2-1}{t^2+t-2}$

   c) $w = (2x-7)^{-1}(x+5)$

   d) $f(s) = \dfrac{\sqrt{s}-1}{\sqrt{s}+1}$

   e) $y = \dfrac{1}{(x^2-1)(x^2+x+1)}$

   f) $y = \dfrac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)}$

17. Determine la derivada primera y segunda de:

   a) $y = \dfrac{x^3+7}{x}$

   b) $s = \dfrac{t^2+5t-1}{t^2}$

   c) $r = \dfrac{(\theta-1)\left(\theta^2+\theta+1\right)^3}{\theta}$

   d) $w = (z+1)(z-1)\left(z^2+1\right)$

18. *a*) **Normal a una curva.** Determine una ecuación para la recta perpendicular a la tangente a la curva $y = x^3 - 4x + 1$ en el punto (2, 1).

   b) **Pendiente mínima.**¿Cuál es la menor pendiente en la curva? ¿En qué punto de la curva tiene dicha pendiente?

   c) **Tangentes con una pendiente específica.** Determine ecuaciones para las tangentes a la curva en los puntos donde la pendiente de la curva es 8.

19. *a*) **Tangentes horizontales.** Determine ecuaciones para las rectas tangentes a la curva $y = x^3 - 3x - 2$ que son horizontales. También determine ecuaciones para las rectas que son perpendiculares a estas tangentes en los puntos de tangencia.

   b) **Pendiente mínima.**¿Cuál es la menor pendiente en la curva? ¿En qué punto de la curva tiene dicha pendiente? Determine una ecuación para la recta que es perpendicular a la tangente a la curva en dicho punto.

20. La curva $y = ax^2 + bx + c$ pasa por el punto (1;2) y es tangente a la recta $y = x$ en el origen. Determine a, b y c.

21. Determine todos los puntos (x;y) en la gráfica de $f(x) = 3x^2 - 4x$ con rectas tangentes paralelas a la recta $y = 8x + 5$.

22. Evalúe cada límite convirtiendo primero cada uno a una derivada evaluada en un valor particular de x.

    a) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^{50}-1}{x-1}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to -1}\left(\dfrac{x^{\frac{2}{9}}-1}{x+1}\right)$

23. Determine el valor de a que hace que la siguiente función sea derivable para todo valor de x.

$$g(x) = \begin{cases} ax, & \text{si } x < 0, \\ x^2 - 3x, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

24. Determine los valores de a y b que hacen que la siguiente función sea derivable para todo valor de x.

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{si } x > -1, \\ bx^2 - 3, & \text{si } x \leq -1. \end{cases}$$

25. **Presión en un cilindro.** Si en un cilindro se mantiene el gas a una temperatura constante T, la presión P está relacionada con el volumen V mediante la siguiente fórmula:

$$P = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

en la que a, b, n y R son constantes. Determine $\dfrac{dP}{dV}$ (véase la siguiente figura).

26. Dadas las posiciones s = f(t) de un cuerpo que se mueve en recta coordenada; x está en metros y t en segundos.

a) Determine el desplazamiento del cuerpo y la velocidad promedio para el intervalo indicado.

b) Determine la rapidez y aceleración del cuerpo en los extremos del intervalo.

c) ¿Cuándo, si es que sucede, el cuerpo cambia de dirección durante el intervalo?

1) $s = t^2 - 3t + 2, \quad 0 \leqslant t \leqslant 6$

2) $s = -t^3 + 3t^2 - 3t, \quad 0 \leqslant t \leqslant 3$

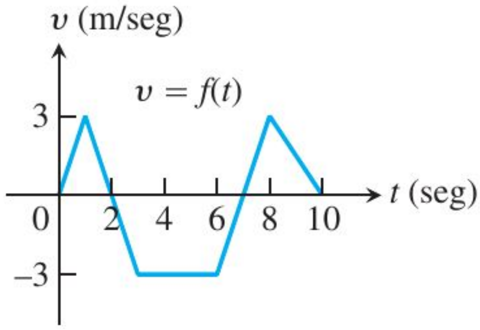
3) $s = \dfrac{t^4}{4} - t^3 + t^2, \quad 0 \leqslant t \leqslant 3$

4) $s = \dfrac{25}{t+5}, \quad -4 \leqslant t \leqslant 0$

27. Las ecuaciones para caída libre en las superficies de Marte y de Júpiter (s en metros, t en segundos) son $s = 1,86t^2$ para Marte y $s = 11,44t^2$ en Júpiter. Si en cada planeta se deja caer una roca desde el reposo, ¿cuánto tardará en alcanzar una velocidad de 27,8 m/s (alrededor de 100 km/h)?

28. Una bala calibre 45 disparada directamente hacia arriba desde la superficie de la Luna, alcanzará una altura de $s = 832t - 2,6t^2$ pie(ft) después de t segundos. En la Tierra, en ausencia de aire, su altura sería de $s = 832t - 16t^2$ pie(ft) después de t segundos. En cada caso, ¿cuánto tiempo estará en el aire la bala?

29. La siguiente figura muestra la velocidad $v = \dfrac{ds}{dt} = f(t)$ (m/seg) de un cuerpo que se mueve a lo largo de una recta coordenada.



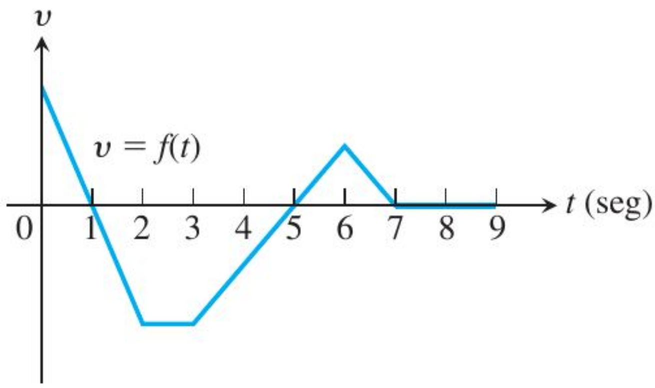
a) ¿En qué intervalo(s) de tiempo retrocede el objeto?

b) ¿En qué intervalo(s) de tiempo el objeto se mueve con rapidez constante?

c) Grafique la rapidez del objeto para $0 \leq t \leq 10$.

d) Grafique la aceleración donde esté definida.

30. La siguiente figura representa la velocidad $v = f(t)$ (m/seg) de una partícula que se mueve en una recta horizontal coordenada.



a) ¿Cuándo se mueve la partícula hacia delante?¿Cuándo hacia atrás? ¿Cuándo aumenta su rapidez? ¿Cuándo se detiene?

b) ¿Cuándo es positiva la aceleración de la partícula? ¿Cuándo es negativa? ¿Cuándo es cero?

c) ¿Cuándo alcanza la partícula su máxima rapidez?

d) ¿Cuándo permanece inmóvil la partícula durante más de un instante?

31. El número de galones de agua de un depósito t minútos después de que éste empezó a drenar es $Q(t) = 200(30-t)^2$. ¿Qué tan rápido sale el agua al final de 10 minutos? ¿Cuál es la tasa promedio a la que el agua sale durante los primeros 10 minutos?

32. El volumen, $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$, de un globo esférico cambia con el radio.

    a) ¿A qué tasa pie^3/pie cambia el volumen con respecto al radio cuando r = 2 pie(ft)?

    b) ¿ Aproximadamente en cuánto aumenta el volumen cuando el radio cambia de 2 a 2,2 pies?

33. Aunque en noviembre de 1959 la erupción del volcán Kilauea Iki en Hawai inició con una línea de brotes a lo largo de la pared del cráter, posteriormente la actividad se concentró en un solo conducto en el piso del cráter; en un momento dado lanzó lava a 1 900 pie(ft) de altura(un record para el archipielago).¿Cuál fue la velocidad de salida de la lava en pie/seg (ft/seg)? ¿En millas por hora? (Sugerencia: Si v_0 es la velocidad de salida de una partícula de lava, su altura t segundos después será $s = v_0 t - 16t^2 \quad pie(ft)$. Comience por determinar el tiempo en el que $\frac{ds}{dt} = 0$. No tome en cuenta la resistencia del aire)

34. Determine $\dfrac{dy}{dx}$

    a) $y = x^2 cos(x)$

    b) $f(x) = sen(x)\, tanx$

    e) $y = cscx - 4\sqrt{x} + 7$

    f) $y = (sec(x) + tan(x))\,(sec(x) - tan(x))$

c) $y = \dfrac{cos(x)}{1 + sen(x)}$

d) $f(x) = x^3 sen(x)\, cos(x)$

g) $y = \dfrac{cos(x)}{x} + \dfrac{x}{cos(x)}$

h) $g(x) = (2 - x)\, tan^2 x$

35. Determine $\dfrac{ds}{dt}$.

a) $s = \dfrac{1 + csc(t)}{1 - csc(t)}$

b) $s = \dfrac{sen(t)}{1 - cos(t)}$

36. Determine los siguientes límites:

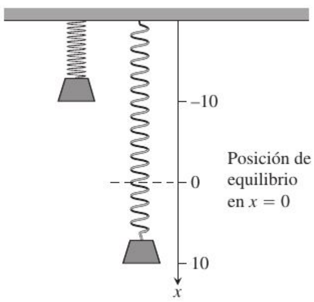
a) $\lim\limits_{x \to 2} sen\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{2}\right)$

b) $\lim\limits_{\theta \to \frac{\pi}{6}} \dfrac{sen(\theta) - \frac{1}{2}}{\theta - \frac{\pi}{6}}$

c) $\lim\limits_{x \to -\frac{\pi}{6}} \sqrt{1 + cos\left(\pi csc(x)\right)}$

d) $\lim\limits_{\theta \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{tan(\theta) - 1}{\theta - \frac{\pi}{4}}$

37. Un objeto está sujeto a un resorte y alcanza su posición de equilibrio (x=0). Entonces, se pone en movimiento dando por resultado un desplazamiento de $x = 10cos(t)$ donde x se mide en cm y t se mide en segundos. Véase la siguiente figura.



a) Determine el desplazamiento del objeto cuando t=0, $t = \frac{\pi}{3}$ y $t = \frac{3\pi}{4}$.

b) Determine la velocidad del objeto cuando t=0, $t = \frac{\pi}{3}$ y $t = \frac{3\pi}{4}$.

38. Dadas y = f(u)y u = g(x), determine $\dfrac{dy}{dx} = f'\left[g(x)\right] g'(x)$.

a) $y = 6u - 9, \qquad u = \frac{1}{2}x^4$

b) $y = sen(u), \qquad u = 3x + 1$

c) $y = cos(u), \qquad u = senx$

d) $y = tan(u), \qquad u = 10x - 5$

39. Escriba la función en la forma y = f(u) y u = g(x). Luego determine $\dfrac{dy}{dx}$ como una función de x.

a) $y = \left(1 - \frac{x}{7}\right)^{-7}$

b) $y = sec\,(tan(x))$

c) $y = cot\left(\pi - \frac{1}{x}\right)$

d) $y = sen^3 x$

40. Determine las derivadas de las siguientes funciones:

a) $q = \left(2r - r^2\right)^{\frac{1}{3}}$

b) $r = 6\,(sec(\theta) - tan(\theta))^{\frac{3}{2}}$

c) $y = \frac{1}{x} sen^{-5} x - \frac{x}{3} cos^3 x$

d) $y = \dfrac{1}{21}\,(3x-2)^7 + \left(4 - \dfrac{1}{2x^2}\right)^{-1}$

e) $y = (4x+3)^4\,(x+1)^{-3}$

f) $f(x) = \sqrt{7 + xsec(x)}$

g) $f(\theta) = \left(\dfrac{sen(\theta)}{1 + cos(\theta)}\right)^2$

h) $r = sec\sqrt{\theta}.tan\left(\frac{1}{\theta}\right)$

41. Determine $\dfrac{dy}{dt}$.

a) $y = \left(\dfrac{t^2}{t^3 - 4t}\right)^3$

b) $y = \left(\dfrac{3t-4}{5t+2}\right)^{-5}$

c) $y = \left(1 + tan^4\left(\frac{t}{12}\right)\right)^3$

d) $y = \sqrt{3t + \sqrt{2 + \sqrt{1-t}}}$

42. Determine y”.

a) $y = (1 - \sqrt{x})^{-1}$

b) $y = \frac{1}{9} cot\,(3x-1)$

c) $y = x\,(2x+1)^4$

d) $y = x^2\left(x^3 - 1\right)^5$

43. Determine el valor de (f o g)’ en el valor dado de x.

a) $f(u) = \dfrac{2u}{u^2+1}$, $\quad u = g(x) = 10x^2 + x + 1$, $\quad$ x = 0.

b) $f(u) = \left(\dfrac{u-1}{u+1}\right)^2$, $\quad u = g(x) = \dfrac{1}{x^2} - 1$, $\quad$ x = -1.

44. Determine la tangente a $y = \left[\dfrac{x-1}{x+1}\right]^2$ en x =0.

45. Suponga que un pistón describe un movimiento recto hacia arriba y hacia abajo, y que su posición en el instante t (en segundos) es

$$s = Acos\,(2\pi bt)\,,$$

con A y b positivos. El valor de A es la amplitud del movimiento y b es la frecuencia (número de veces que el pistón se mueve hacia arriba y hacia abajo cada segundo).¿Qué efecto tiene la duplicación de la frecuencia en la velocidad, la aceleración y la sacudida del pistón? (Una vez que lo determine, sabrá por qué algunas máquinas se descomponen cuando las hacen funcionar demasiado rápido).

46. Suponga que $f(x) = x^2$ y $g(x) = |x|$. Entonces las dos composiciones

$$(fog)(x) = |x|^2 = x^2 \qquad y \qquad (gof)(x) = |x^2| = x^2$$

son difenciables en x = 0, aunque g no sea diferenciable en x= 0. ¿Esto contradice la regla de la cadena? Explique.

47. Determinar $\dfrac{dy}{dx}$:

a) $2xy + y^2 = x + y$

b) $x^2(x - y)^2 = x^2 - y^2$

c) $x + tan(xy) = 0$

d) $y^2 = \dfrac{x-1}{x+1}$

e) $ysen\left(\frac{1}{y}\right) = 1 - xy$

f) $sen(yx) = \dfrac{1}{2}$

48. Utilice derivación implícita para determinar $\dfrac{dy}{dx}$y luego $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

a) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$

b) $y^2 = x^2 + 2x$

c) $2\sqrt{y} = x - y$

d) $xy + y^2 = 1$

49. Si $x^3 + y^3 = 16$, determine el valor de $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ en el punto (2;2).

50. Verifique que el punto dado esté en la curva y determine las rectas tangente y normal a la curva en el punto dado.

a) $x^2+xy-y^2 = 1, \qquad (2,3)$

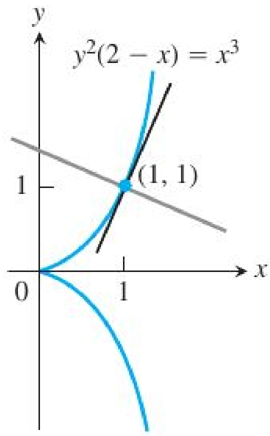
b) $x^2y^2 = 9, \qquad (-1;3)$

c) $y^2-2x-4y-1 = 0, \qquad (-2;1)$

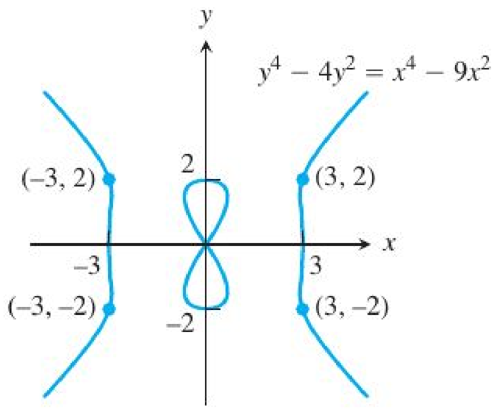
d)$x^2-\sqrt{3}xy+2y^2 = 5, \qquad (\sqrt{3};2)$

51. Determine los dos puntos donde la curva $x^2 + xy + y^2 = 7$ cruza al eje x y demuestre que las tangentes a la curva en estos puntos son paralelas. ¿Cuál es la pendiente común a tales tangentes?

52. Determine ecuaciones para la tangente y la normal a la cisoide de Diocles $y^2(2 - x) = x^3$ en (1;1).



53. Determine las pendientes de la curva del diablo $y^4 - 4y^2 = x^4 - 9x^2$ en los cuatro puntos que se indican en el gráfico.



54. Suponga que el radio r y el área $A = \pi r^2$ de un círculo son funciones derivables de t. Escriba una ecuación que relacione $\dfrac{dA}{dt}$ con $\dfrac{dr}{dt}$.

55. Suponga que el radio r y el área de la superficie $S = 4\pi r^2$ de una esfera son funciones derivables de t. Escriba una ecuación que relacione $\dfrac{dS}{dt}$ con $\dfrac{dr}{dt}$.

56. Si la longitud original de 24 m del lado x de un cubo disminuye a razón de 5 m/min, cuando $x = 3$ m. ¿a qué razón cambia:

   a) el área de la superficie del cubo?

   b) el volumen?

57. La superficie del área de un cubo aumenta a razón de 72 $pulg^2/seg$.¿A qué tasa cambia el volumen del cubo cuando la longitud del lado es x = 3 pulg.?

58. El radio r y la altura h de un cilindro circular recto están relacionados con el volumen V del cilindro mediante la fórmula $V = \pi r^2 h$.

   a) ¿Cómo está relacionada $\dfrac{dV}{dt}$ con $\dfrac{dh}{dt}$ si r es constante?

   b) ¿Cómo está relacionada $\dfrac{dV}{dt}$ con $\dfrac{dr}{dt}$ si h es constante?

   c) ¿Cómo está relacionada $\dfrac{dV}{dt}$ con $\dfrac{dr}{dt}$ y $\dfrac{dh}{dt}$ si ni r ni h son constantes?

59. El radio r y la altura h de un cono circular recto están relacionados con el volumen V del cilindro mediante la fórmula $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

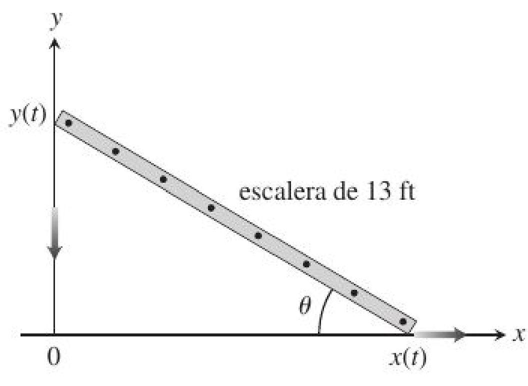
   a) ¿Cómo está relacionada $\dfrac{dV}{dt}$ con $\dfrac{dh}{dt}$ si r es constante?

   b) ¿Cómo está relacionada $\dfrac{dV}{dt}$ con $\dfrac{dr}{dt}$ si h es constante?

   c) ¿Cómo está relacionada $\dfrac{dV}{dt}$ con $\dfrac{dr}{dt}$ y $\dfrac{dh}{dt}$ si ni r ni h son constante?

60. Cuando un plato circular de metal se calienta en un horno, su radio aumenta a razón de 0,01 cm/min. ¿A qué razón aumenta el área del plato cuando el radio es de 50 cm?

61. Una escalera de 13 pies está recargada sobre el muro exterior de una casa cuando su base empieza a deslizarse y alejarse (véase la figura). En el instante en el que la base está a 12 pies de la casa, la base se mueve a una tasa de 5 pies/seg.



   a) ¿Qué tan rápido resbala hacia abajo la parte superior de la escalera?

   b) En ese instante, ¿con qué tasa cambia el área del triángulo formado por la escalera, la pared y el suelo?

   c) En ese instante, ¿A qué tasa cambia el ángulo θ entre la escalera y el suelo?

62. Dos aviones comerciales vuelan a una altura de 40 000 pies a lo largo de recorridos en línea recta que se interesectan en ángulos rectos. El avión A se aproxima al punto de intersección con una rapidez de 442 nudos (millas náuticas por hora; una milla náutica equivale a 2000 yardas). El avión B se aproxima a la intersección a 481 nudos. ¿A qué tasa cambia la distancia entre ellos cuando A está a 5 millas náuticas del punto de intersección y B a 12 millas náuticas del punto de intersección?

63. Los mecánicos de la Automotriz Lincoln vuelven a perforar un cilindro de 6 pulg. de profundidad para colocar un nuevo pistón. La máquina que utilizan aumenta el radio del cilindro una milésima de pulgada cada 3 minutos. ¿Qué tan rápido aumenta el volumen del cilindro cuando la perforación tiene un diámetro de 3, 800 pulgadas?

64. Desde un depósito cónico de concreto (con el vértice hacia abajo), con altura de 6 m y cuyo radio de la base mide 45 m, fluye agua a razón 50 m^3/min.

    a) ¿Con qué rapidez(en centímetros por minuto) disminuye el nivel del agua cuando la profundidad es de 5 m?

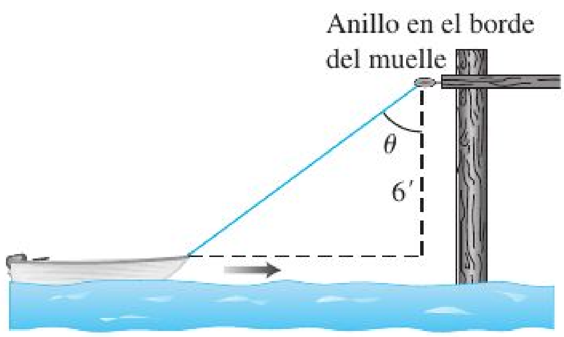
    b) En ese momento, ¿qué tan rápido cambia el radio de la superficie del agua?. Dé su respuesta en centímetros por minuto.

65. Un globo esférico se infla con helio a razón de 100 $\pi pie^3/min$. ¿Qué tan rápido aumenta el radio del globo en el instante en el que el radio es de 5 pie? ¿Con qué rapidez aumenta el área de la superficie?

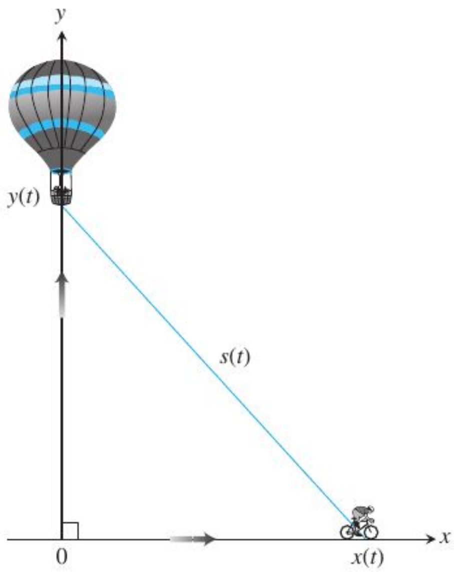
66. Un bote se arrastra hacia el muelle mediante una cuerda que está atada a la proa. Se tira de la cuerda a razón de 2 pie/seg.

    a) ¿Qué tan rápido se aproxima el bote al muelle cuando la longitud de la cuerda es de 10 pies?

    b) ¿A qué velocidad cambia el ángulo θ en ese instante?(Véase la figura)



67. Un globo se eleva verticalmente desde una superficie plana a una tasa de 1 pie/seg. Justo cuando el globo está a 65 pies sobre el nivel del suelo, una bicicleta que se desplaza a una velocidad constante de 17 pie/seg pasa debajo de él. ¿Qué tan rápido cambia la distancia, s(t), entre la bicicleta y el globo 3 segundos después?



68. Determine la linealización L(x) de f(x) en x = a.

   a) $f(x) = x^3 - 2x + 3, \quad a = 2$

   b) $f(x) = \sqrt{x^2+9}, \quad a = -4$

   c) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}, \quad a = 1$

   d) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, \quad a = -8$

69. Determine una linealización en un entero cercano a x_0, elegido de manera adecuada, en la que la función dada y sus derivadas sean fáciles de evaluar.

   a) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3, \quad x_0 = -0,9$

   b) $f(x) = 1 + x, \quad x_0 = 8,1$

   c) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, \quad x_0 = 8,5$

   d) $f(x) = \dfrac{x}{x+1}, \quad x_0 = 1,3$

70. Demuestre que la linealización de $f(x) = (1+x)^k$ en x = 0 es $L(x) = 1 + kx$.

71. Utilice la aproximación $(1+x)^k \approx 1 + kx$ para estimar lo siguiente.

   a) $(1,0002)^{50}$

   b) $(1,009)^{\frac{1}{3}}$

72. Determine dy.

   a) $y = \dfrac{2\sqrt{x}}{3(1+\sqrt{x})}$

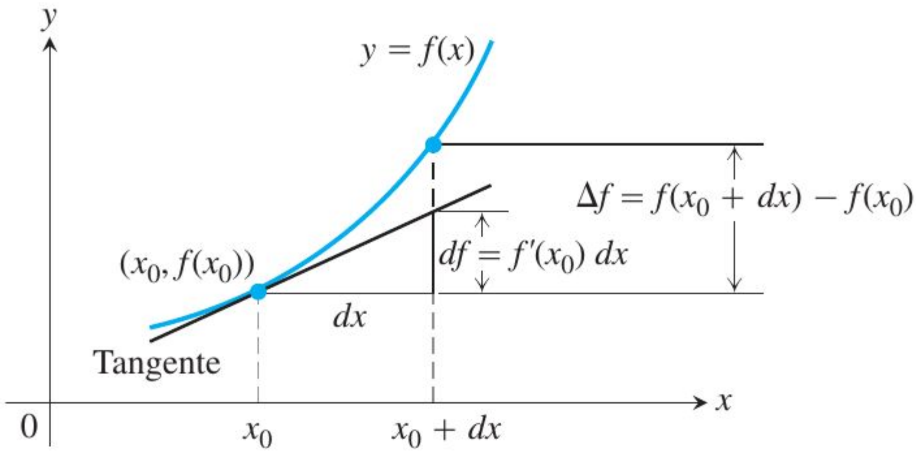
   b) $2y^{\frac{3}{2}} + xy - x = 0$

   c) $y = 3csc\,(1 - 2\sqrt{x})$

   d) $y = 4tan\left(\frac{1}{3}x^3\right)$

73. Cada función f(x) cambia de valor cuando x pasa de x_0 a $x_0 + dx$. Determine:

- el cambio $\triangle f = f(x_0 + dx) - f(x_0)$;
- el valor de la estimación $df = f'(x_0)dx$, y
- el error de aproximación $|\triangle f - df|$.



a) $f(x) = x^2 + 2x, \quad x_0 = 1, \quad dx = 0,1$

b) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3, \quad x_0 = -1, \quad dx = 0,1$

c) $f(x) = x^3 - 2x + 3, \quad x_0 = 2, \quad dx = 0,1$

74. Escriba una fórmula diferencial que estime el cambio dado en el volumen o el área de la superficie.

    a) El cambio en el volumen $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$ de una esfera cuando el radio pasa de r_0 a $r_0 + dr$.

    b) El cambio en el volumen $V = x^3$ de un cubo cuando las longitudes de los lados pasan de x_0 a $x_0 + dx$.

    c) El cambio en el área de la superficie $S = 6x^2$ de un cubo cuando las longitudes de los lados pasan de x_0 a $x_0 + dx$.

    d) El cambio en el volumen $V = \pi r^2 h$ de un cilindro circular recto cuando el radio pasa de r_0 a $r_0 + dr$ y la altura no se modifica.

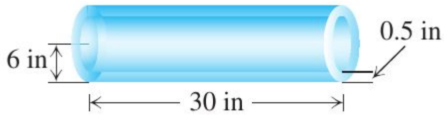
75. El radio de un círculo aumenta de 2,00 a 2,02 m.

    a) Estime el cambio en el área resultante.

    b) Exprese la estimación como un porcentaje del área del círculo original.

76. El diámetro de un árbol era de 10 pulg., al cabo de un tiempo, la circunferencia aumentó 2 pulg. ¿Alrededor de cuánto se incrementó el diámetro del árbol? Aproximadamente, ¿cuánto creció el área de la sección transversal?

77. Estime el volumen del material en un cascarón cilíndrico con longitud de 30 pulg.(in), radio de 6 pulg.(in) y grosor de 0,5 pulg.(in)



78. Un agrimensor se encuentra de 30 pies de la base de un edificio, mide el ángulo de elevación a la parte superior del edificio y éste es de 75°. ¿Con qué precisión se debe medir el ángulo para que el porcentaje de error en la estimación de la altura del edificio sea menor del 4 por ciento?