

Nombre y apellido:.....

Legajo:.....

PRIMER EXAMEN PARCIAL-TURNO MAÑANA-TEMA 2

06/04/2016

Análisis Matemático I

Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo

**Instrucciones.** Coloque su nombre y apellido en cada hoja que va a entregar. Lea atentamente cada consigna. **Desarrolle detalladamente los ejercicios** para obtener el puntaje completo. Puede usar lápiz o tinta para desarrollar los ejercicios, pero el resultado final debe estar en tinta. No se permite corrector, tache si es necesario. Desarrolle sus respuestas con letra clara. **Debe obtener un mínimo de 60 puntos para aprobar el examen escrito. SUERTE!**

- (1) (10 pts.) ¿En qué puntos la función:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{1 + \sin^2 x}$$

es continua? Justifique su respuesta.

- (2) (10 pts.) Determine si es posible definir una extensión continua de:

$$g(x) = \frac{\sin(x)}{2|x|}$$

en  $x = 0$ . Si es posible, defina la extensión continua.

- (3) (10 pts.) Pruebe que las gráficas de la funciones:

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ y } g(x) = 4 - \sqrt{1 + x},$$

se cortan en al menos un punto.

- (4) Sea:

$$g(x) = \frac{x^2 + 4}{9x^2 - 3}$$

- (a) (5 pts.) Determine el dominio de  $g$  y las intersecciones (si existen) con los ejes coordenados.
- (b) (5 pts.) ¿Es  $g$  una función par? ¿Es  $g$  impar? Justifique.
- (c) (5 pts.) Determine las asíntotas verticales y horizontales de  $g$ .
- (d) (5 pts.) ¿En qué conjunto es  $g$  continua? Justifique.
- (e) (5 pts.) Determine las discontinuidades de  $g$  y clasifíquelas. Justifique su respuesta.
- (f) (5 pts.) Encuentre la pendiente de la gráfica de  $g$  en el punto  $(1, 5/6)$ . Determine además la ecuación de la recta tangente en ese punto.
- (g) (5 pts.) ¿En qué punto/s la función no admite derivada? Justifique.
- (h) (5 pts.) ¿Existe algún  $x$  en donde la recta tangente a la gráfica de  $g$  sea horizontal?

- (5) De acuerdo a la teoría de la relatividad, la masa  $m$  de un objeto depende de su velocidad  $v$  con respecto a un observador:

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

donde  $m_0$  es la masa del objeto en reposo y  $c$  es una constante (representa la velocidad de la luz en el vacío).

- (a) (5 pts.) ¿Qué sucede con la masa  $m(v)$  cuando  $v$  es aproximadamente 0.
- (b) (5 pts.) ¿Qué sucede con la masa  $m(v)$  cuando la velocidad  $v$  aumenta.
- (c) (5 pts.) Determine:

$$\lim_{v \rightarrow c^-} m(v).$$

- (6) (a) (5 pts.) Escriba la definición de función continua en un punto  $x_0$ .  
(b) (5 pts.) Explique cuándo se produce una discontinuidad de salto.  
(c) (5 pts.) Defina asíntota vertical.