Junio de 2023

Movimiento browniano en 1 dimensión

Aurelio Emiliano Maltés Muñoz
Facultad de Ciencias, UNAM
Física Estadística

1. Código

Este es un código en fortran que modela un movimiento browniano aleatorio unidimensional. Al ejecutarlo nos pregunta por el tiempo final (en segundos), el número de pasos temporales que utilizaremos, el coeficiente de difusión, el número de trayectorias que queremos hacer, y la posición inicial.

El objetivo de este programa es observar el comportamiento del promedio y la desviación conforme avanza el tiempo por lo que la salida es un archivo *promn.dat* con el tiempo, el promedio de posición y la desviación estándar. Además se genera el archivo *trayectorias.dat* que contiene 10 trayectorias para poder visualizar el funcionamiento el programa.

El archivo tiene formato t, $\overline{x}$, σ^2.

Este programa necesitó de la libreria stdlib para poder generar números aleatorios gaussianos. Por tal razón debe de compilarse utilizando el gestor de aplicaciones para fortran *fpm*. Dentro del directorio de la aplicación que se llama brownianmotion se ejecuta el código ”fpm runz el programa comienza ejecutarse.

```fortran
program main
  use stdlib_stats_distribution_normal, only: norm => rvs_normal
  use stdlib_random, only: random_seed
real :: x, p, z, u, D, dt, tiempo, finish, start, prom, prom2, desv, dx, s1, s2,
    sig, tray
integer :: t, npasos, k, j, i, put, get, seed, pid, seed1
dimension z(0:1000000), u(0:1000), tray(0:9, 0:100000)
integer, dimension(8) :: values
open(1, file= 'promn.dat', status= 'replace')
open(2, file= 'trayectorias.dat', status='replace')

!posicin inicil
u(0)=1.
!Difusion
D=0.25

!N mero de pruebas en cada paso de tiempo
t=10000


!tiempo final
tiempo=2.
!numero de pasos hasta llegar a t
npasos=100
write(*,*) 'Tiempo final'
read(*,*) tiempo
write(*,*) 'Numero de pasos dt'
read(*,*) npasos
write(*,*) 'Coeficiente de difusion'
read(*,*) D
write(*,*) 'Numero de pruebas para cada t'
read(*,*) t
write(*,*) 'Posici n inicial'
read(*,*) u(0)
```

```
34
35 dt=tiempo/npasos
36 z(0)=0.
37 sig=sqrt(2*D*dt)
38 pid=getpid()
39 call date_and_time(values=values)
40 seed=pid+values(8)*values(7)*values(6)
41 seed1=mod(seed, 2147483647)
42 call random_seed(seed, get)
43
44 do k=0, 9
45 tray(k,0)=u(0)
46 do j=1, npasos
47 dx=norm(0.,sig)
48 tray(k,j)=tray(k,j-1)+dx
49 end do
50 end do
51 do j=0, npasos
52 write(2,*) dt*j, tray(0,j), tray(1,j), tray(2,j), tray(3,j), tray(4,j), tray(5,j),
      tray(6,j), tray(7,j), tray(8,j), tray(9,j)
53 end do
54
55 do k=1, npasos
56   do j=1, t
57     do i=1, k
58     dx=norm(0., sig)
59     u(i)= u(i-1)+dx
60     end do
61     z(j)=u(k)
62   end do
63
64   s1=0.
65   s2=0.
66
67   do j=1, t
68     s1=s1+z(j)
69     s2=s2+(z(j))**2
70   end do
71   prom=s1/t
72   prom2=s2/t
73   desv=prom2-(prom)**2
74   write(1,*) k, prom, desv
75 end do
76 end program main
```

Código 1: Código de `main.f90`

Las líneas 35 a 42 del programa las utilicé para que con cada ejecución del programa las trayectorias fueran diferentes. Además, para modelar el movimiento browniano en tiempos discretos, se utilizó la fórmula encontrada en clase: $\Delta x = N(0, 2 * D * \Delta t)$. Esto lo observamos en las líneas 47 y 58.

2. Resultados

Ejecutando el código con D=0.5, $t_f = 100s, n_t = 1000$, con 1000 partículas brownianas y con $x_0 = 0$ obtenemos los siguientes resultados.

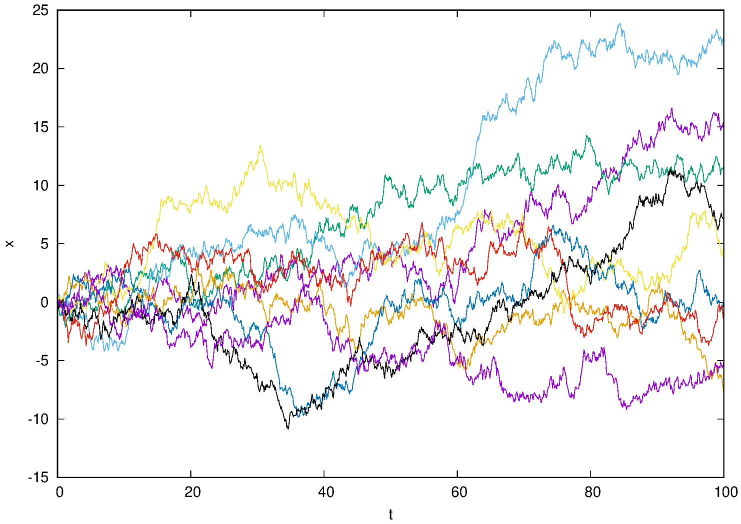

Figura 1: Gráfica de 10 trayectorias brownianas

Observamos que en las trayectorias parecería que en esta ejecución se favorecieron desplazamientos positivos. Conforme avanza el tiempo las trayectorias se van separandp.

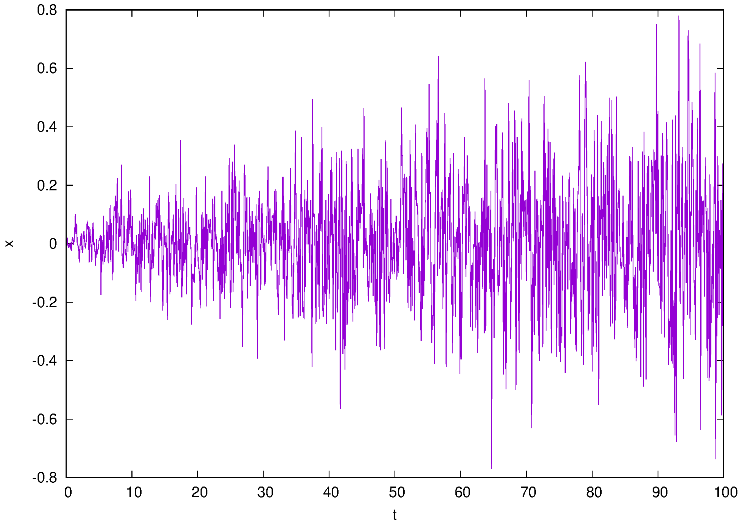

Figura 2: Gráfica del promedio de x como función del tiempo

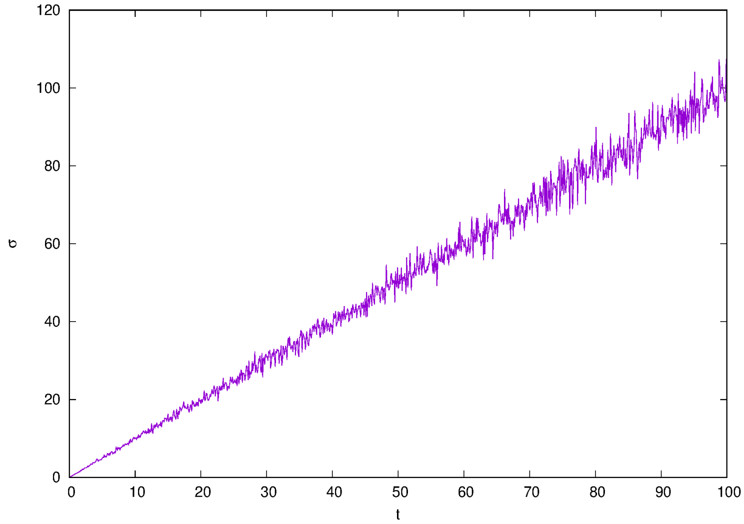

Figura 3: Gráfica de la varianza de x como función del tiempo

En las figuras 3 y 2 vemos que como va aumentando la desviación estándar, el promedio oscila con una amplitud cada vez mayor pero se queda alrededor del cero.

Por último, hice las mismas pruebas pero con D=1. El resultado se encuentra en las figuras 4,5 y 6.

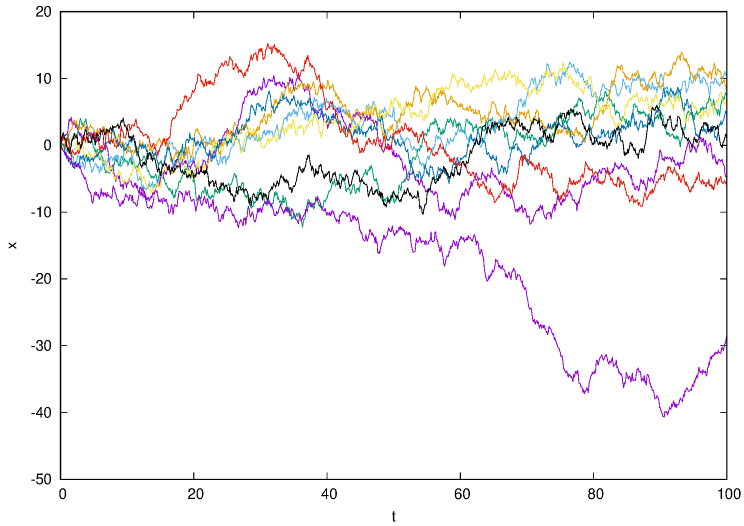

Figura 4: Gráfica de 10 trayectorias brownianas con D=1

Observamos que estas trayectorias son más disprsas con una alcanzando x muy negativas.

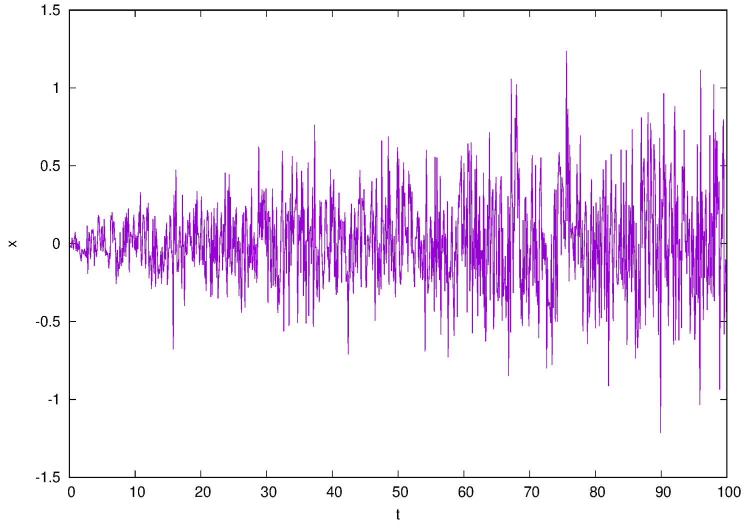

Figura 5: Gráfica del promedio de x como función del tiempo con D=1

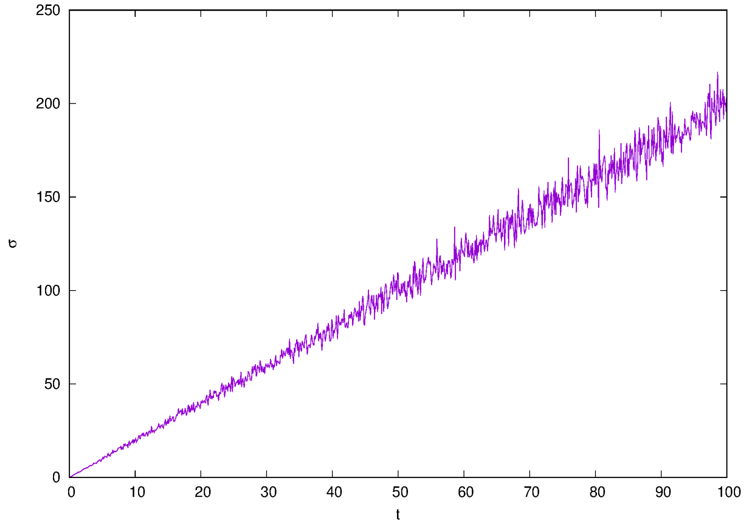

Figura 6: Gráfica de la varianza de x como función del tiempo con D=1

También podemos ver que el promedio oscila más, lo que también se refleja en la varianza que crece ahora de manera más rápida. .

Adjunto a este archivo incluyo la carpeta del proyecto con los archivos *promn.dat* y *trayectorias.dat* de esta última ejecución.