

## RELACIÓN PRÁCTICAS - MODELADO MATEMÁTICO

1. Una firma comercial conoce los precios de compra y venta de una cierta mercancía en el transcurso de los 4 próximos meses. Posee una capacidad de 600  $Tm$ . El precio de compra y venta por  $Tm$ . es

Mes	1	2	3	4
Compra	400	500	600	700
Venta	300	700	500	600

Se supone que no existen gastos de almacenaje. Al principio del mes primero hay 200  $Tm$ . en el almacén. Se supone también que las compras se realizan a principio de mes. Plantear el problema de Programación Lineal que nos determine las cantidades que debe comprar y vender cada mes para que el beneficio sea máximo.

2. En un garaje, en el transcurso de un día, se ha comprobado que se precisan los empleados que se indican en la siguiente tabla

Turno	Empleados
de 0 h. a 4 h.	3
de 4 h. a 8 h.	8
de 8 h. a 12 h.	10
de 12 h. a 16 h.	8
de 16 h. a 20 h.	14
de 20 h. a 24 h.	5

Los empleados trabajan 8 horas diarias seguidas. Plantear el problema de Programación Lineal que determine el número de empleados que hay que coger como mínimo para atender todos los servicios.

3. Radio Televisión Española es una de las cadenas que ha tenido que preparar la retransmisión de la misa que ha dado el Papa Benedicto XVI en Santiago de Compostela durante su reciente visita a España. Para ello, fue necesario situar estratégicamente las cámaras a fin de no perder detalle del acontecimiento.

Los especialistas en realización dividieron la plaza del Obradoiro en 30 zonas de interés y prepararon 15 posibles localizaciones para las cámaras. Asimismo, prepararon la siguiente tabla en la que se muestran las zonas de posible cobertura por cada localización.

Localización	Zonas de cobertura						
1	1	3	4	5	15		
2	6	7	8	10	12	16	
3	2	3	5	9	11		
4	2	6	8	12	13	17	20
5	1	7	14	16	18		
6	19	23	26	27	28	30	
7	9	10	11	13	14	15	17
8	1	4	8	13	18	19	
9	21	22	25	26	29	30	
10	15	20	23	24	28		
11	2	4	5	7	10	14	17
12	18	19	21	22	25	26	27
13	12	16	20	22	27	29	30
14	21	23	24	25	26	28	29
15	1	2	3	6	9	11	

El objeto del realizador, para economizar medios, fue utilizar el menor número de cámaras y que todas las zonas quedasen cubiertas.

Plantear el problema que hubo que resolver mediante un modelo de Programación Lineal.

- Una persona dispone de un capital de 10 millones de euros que puede invertir en acciones de las sociedades A, B y C, en una Cooperativa Agraria, en dos fondos de inversión colectiva E y F, en una póliza de seguros de vida, en Bonos del Estado, en Cédulas Hipotecarias, o tenerlo en la cuenta corriente.

Los rendimientos brutos obtenidos son los que se muestran en la tabla adjunta.

Algunas de las inversiones no tienen una rentabilidad asegurada, ya que los posibles beneficios están sujetos a variaciones del mercado, por lo que esa persona les ha asociado, de forma subjetiva, un cierto riesgo valorado en una escala de 0 a 10 puntos. Las inversiones en acciones, bonos y cédulas se las administra y custodia su banco, cobrándole una comisión del 0.35% sobre el valor de la inversión efectuada, mientras que por la gestión y custodia de los fondos de inversión le cobran un 1% de la inversión. Sobre los rendimientos brutos percibidos tendrá que pagar un impuesto total del 35%, pero algunas de la inversiones efectuadas están sujetas a desgravación fiscal según los tipos recogidos en la tabla.

Con objeto de aprovechar al máximo las desgravaciones fiscales, a esa persona le interesa invertir en el seguro de vida, bonos y cédulas unas cantidades tales que la desgravación fiscal total debida a esos tres conceptos en conjunto no rebase el límite de los 750000 euros.

En la póliza del seguro de vida quiere invertir entre 100000 y 250000 euros.

Al menos un millón de euros lo quiere colocar entre los fondos de inversión colectiva E y F y, además, el riesgo medio de las inversiones sujetas a éste (acciones, cooperativa y fondos), ponderado por las respectivas inversiones, no quiere que rebase el límite de 3 puntos.

¿Cómo debería realizar las inversiones para maximizar el rendimiento neto?

Rendimiento neto = Rendimiento bruto-Impuestos-Gastos(gestión, administración, custodia, etc)+Desgravación fiscal.

<b>Inversión</b>	<b>Rendimientos brutos (%)</b>	<b>Riesgo estimado</b>	<b>Desgravación fiscal</b>
Sociedad A	20	5	10% sobre rendimientos brutos
Sociedad B	15	2	10% sobre rendimientos brutos
Sociedad C	30	10	10% sobre rendimientos brutos
Cooperativa Agraria	10	1	5% sobre rendimientos brutos
Fondo E	15	1	No hay
Fondo F	20	3	No hay
Seguro de vida	No hay	No hay	15% de la inversión efectuada
Bonos del Estado	7	No hay	5% de la inversión efectuada
Cédulas Hipotecarias	5	No hay	10% de la inversión efectuada
Efectivo en c/c	1	No hay	No hay

5. Un alumno desea matricularse del tercer curso de la licenciatura de Estadística de la Universidad de Salamanca. En la tabla se muestra el código, tipo, créditos y precio por crédito de las diferentes asignaturas que se ofertan.

<b>Código</b>	<b>Asignatura</b>	<b>Tipo</b>	<b>Créditos</b>	<b>Euros/crédito</b>
T1	Modelos	Troncal	9	9
T2	Muestreo I	Troncal	9	10
T3	Muestreo II	Troncal	9	10
T4	Sistemas Expertos	Troncal	9	11
Op1	Optimización Dinámica	Optativa	6	12
Op2	Teoría de la Decisión	Optativa	9	11
Op3	Teoría de Juegos	Optativa	4.5	12
Op4	Economía	Optativa	4.5	10
Op5	Control de la Calidad	Optativa	9	12
Op6	Cálculo Numérico I	Optativa	6	12
Op7	Cálculo Numérico II	Optativa	6	12
E1	Inglés	Libre elección	6	9
E2	Alemán I	Libre elección	6	9
E3	Francés	Libre elección	6	10
E4	Lógica Matemática	Libre elección	4.5	12
E5	Alemán II	Libre elección	6	9
E6	Software	Libre elección	4.5	12

Para hacer la matrícula debe tener en cuenta:

1. Sólo dispone de 800 euros para pagarla.
2. Tiene que cursar un mínimo de 18 créditos y un máximo de 27 de asignaturas troncales; entre 19 y 33 créditos de optativas y al menos 10 créditos de libre elección.
3. Si se matricula en la primera parte de una asignatura, debe hacerlo también de la segunda, y viceversa.
4. Quiere asistir a todas las clases, pero según los horarios, *Teoría de la Decisión* y *Optimización Dinámica* se imparten a la misma hora, y lo mismo sucede con *Teoría de Juegos* y *Control de la Calidad*. Además, para matricularse en *Teoría de Juegos* es preciso estar matriculado en *Teoría de la Decisión*.
5. A lo sumo puede escoger dos idiomas, pero si se matricula en *Alemán I*, no podrá hacerlo en *Francés*.

Formula el modelo de Programación Lineal que resuelve el problema si:

- a) Quiere gastar lo menos posible.
  - b) Quiere matricularse de todos los créditos que pueda.
6. Cinco corredores de fondo de un mismo equipo tienen que repartirse la única bicicleta del equipo para lograr llegar a la meta en el menor tiempo posible. La siguiente tabla muestra las velocidades, en kilómetros por hora, caminando y en bicicleta de cada corredor

Deportista	Número 1	Número 2	Número 3	Número 4	Número 5
Caminando	4	2	3	2	3
En bicicleta	7	8	7	9	8

Sabiendo que los deportistas salen todos juntos desde el mismo punto de salida y que la meta se encuentra a 10 kilómetros del mismo, escribir un modelo de Programación Lineal que resuelva el problema de determinar el número de kilómetros que cada corredor debe hacer andando y en bicicleta para que el último deportista que llegue al punto de destino lo haga lo antes posible.

7. Una compañía de autobuses debe empezar el servicio diario situando en los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  respectivamente 3, 3, 4 y 5 autobuses. Estos 15 vehículos proceden de los garajes  $G_1$ ,  $G_2$  y  $G_3$  en los cuales se guardan 2, 6 y 7 autobuses respectivamente, y tardan en llegar a los destinos los tiempos que se reflejan en la siguiente tabla.

	$A$	$B$	$C$	$D$
$G_1$	13	11	15	20
$G_2$	17	14	12	13
$G_3$	18	18	15	12

Plantear el problema de Programación Lineal que determine el itinerario previo de los autobuses para que se minimice el tiempo total empleado para completar el servicio.

8. Disponemos de cuatro aviones que deben fumigar cuatro campos sembrados. Por las características de los aviones y de los campos sembrados, cada avión emplea distintos tiempos (en horas) en la fumigación de cada campo, como se ve en el siguiente cuadro

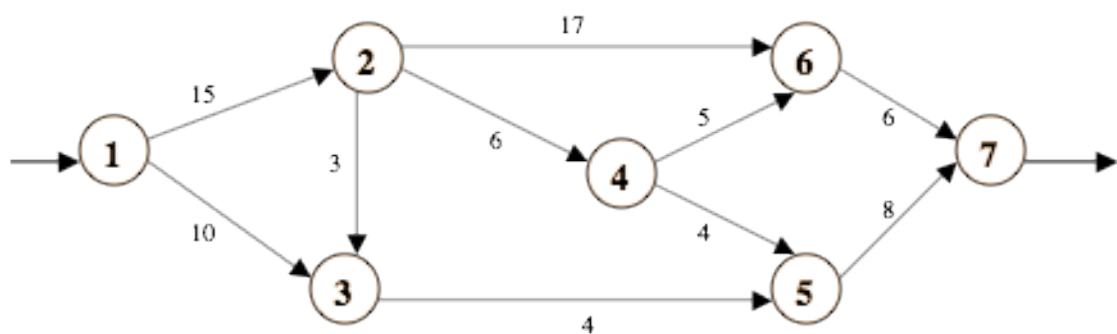
	Trigo	Alfalfa	Caña	Maíz
Pawnee	2	4	2	1
Steerman	1	2	3	2
Beachcraft	4	6	2	4
Cessna 150	4	4	1	3

Plantear un modelo de Programación Lineal que permita determinar qué avión debe fumigar cada uno de los campos de tal manera que se minimicen las horas de vuelo.

9. El pequeño municipio de *La Merced* ha decidido pavimentar algunas calles situadas cerca de la plaza de su Ayuntamiento, con lo cual se cortará el tráfico para ir, de forma directa, del punto 1 al punto 7.

La Dirección de la Policía Municipal presentó un programa de desvíos alternativos que permitan unir dichos puntos conflictivos. El alcalde acogió favorablemente el programa de desvíos, pero hizo la siguiente observación: *Si bien el trazado de los desvíos es bueno, ¿cómo puedo saber la cantidad máxima de vehículos que pueden circular por los desvíos? Hay calles que son estrechas y otras que tienen restricción para vehículos de carga.*

Ante esto, la Dirección de la Policía Municipal optó por definir los sentidos de cada calle y sus capacidades en vehículos por hora. Además, impedirá que los vehículos puedan estacionarse en alguna calle del desvío. El resultado se traduce en la siguiente malla.



Formula un modelo de Programación Lineal que permita saber la cantidad de vehículos que pueden circular por cada uno de los puntos que aparecen en la malla de forma que el número de vehículos que entren por el punto 1 para llegar al punto 7 sea máximo.

10. Una casa discográfica recibe 8 canciones de un cantante y tiene que acomodarlas para su posterior venta en versión disco de vinilo. Las canciones en cada cara del disco deben sumar entre 14 y 16 minutos de duración. La duración y el tipo de canción,

clasificada como balada o rítmica se dan en la siguiente tabla.

Canción	Tipo	Duración
1	Balada	4 minutos
2	Rítmica	5 minutos
3	Balada	3 minutos
4	Rítmica	2 minutos
5	Balada	4 minutos
6	Rítmica	3 minutos
7	—	5 minutos
8	Balada y rítmica	4 minutos

La distribución de las canciones en el disco debe satisfacer las siguientes condiciones:

1. En cada cara debe haber exactamente dos baladas.
2. En la cara A debe haber por lo menos 3 canciones rítmicas.
3. Ya sea la canción 5, o bien la canción 6, deben estar en la cara A.
4. Si las canciones 2 y 4 se encuentran en la cara A, entonces la canción 5 tendrá que estar en la cara B.

Plantea el modelo de Programación Lineal que determine la composición del disco de forma que aparezcan en él el mayor número de canciones.

11. La compañía aérea *O son do ar* tiene que realizar las operaciones de mantenimiento sobre sus aviones, que son:

- 9 Concorde (tipo A),
- 10 Airbus (tipo B),
- 14 aeroplanos (tipo C),
- 12 hidroaviones (tipo D),
- 15 Boeings (tipo E).

Cada avión requiere unas operaciones específicas para su mantenimiento en el taller. Dadas las dimensiones de los aviones, sólo es posible trabajar simultáneamente sobre no más de tres aviones atendiendo a las siguientes configuraciones del taller:

*Primera configuración:* un Concorde, un Airbus y un hidroavión.

*Segunda configuración:* un Concorde, un hidroavión y un Boeing.

*Tercera configuración:* un Concorde, un aeroplano y un Boeing.

*Cuarta configuración:* un Airbus, un aeroplano y un hidroavión.

*Quinta configuración:* un Airbus, un aeroplano y un Boeing.

Además, la cantidad de horas de taller que requiere un avión viene dada por la siguiente tabla:

Avión	Concorde	Airbus	Aeroplano	Hidroavión	Boeing
Tiempo	3	4	1	2	3

Asumamos que el taller puede pasar de una configuración a otra sólo cuando se haya terminado de trabajar sobre sus aviones.

Plantear un modelo matemático para configurar oportunamente el taller de manera que se minimice el tiempo total de mantenimiento de la flota.

12. Supongamos que una empresa que recibe rollos de un cable con un largo total de 100 metros necesita suministrar trozos de cable a distintos clientes suyos con dimensiones que varían en función de éstos. Supongamos que los trozos finales que tiene que producir la empresa son:

- 97 piezas de 45 metros,
- 610 piezas de 36 metros,
- 395 piezas de 31 metros,
- 211 piezas de 14 metros.

Plantear un modelo matemático para asistir a la empresa en la toma de la decisión sobre cómo distribuir las piezas en rollos de manera que consuma la menor cantidad posible de rollos.

13. Una compañía farmacéutica estima la demanda para una de sus vacunas, en millones de dosis, de la siguiente forma

Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero
7.1	13.2	12.8	7.7	2.1

Para los otros meses la demanda es baja y basta tener a final de Febrero un inventario de un millón de dosis.

Producir la vacuna lleva 4 semanas, así que no se pueden embarcar en un mes las producidas en ese mes.

Una vez que la vacuna esté lista se puede enviar a los consumidores o conservarla en inventario a un costo de 10 unidades monetarias (u.m.) por dosis.

La compañía produce la vacuna entre Agosto y Diciembre. A principios de Septiembre se distribuye cualquier sobrante del inventario del año anterior.

Las capacidades (en millones de dosis) y los costos de producción (en u.m.) vienen dados en la siguiente tabla:

	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Capacidades	12.5	11	9.5	8.1	5.5
Costos	63	68	75	52	48

Plantear el problema que nos sirva para determinar un programa de producción que cubra toda la demanda a coste total mínimo.

14. En una compañía industrial se debe planear la producción para cada una de las estaciones del año. Las capacidades de producción, así como las demandas (en unidades de producto) son las siguientes

	Primavera	Verano	Otoño	Invierno
Demanda	250	100	400	500
Capacidad en tiempo normal	200	300	350	0
Capacidad en tiempo extra	100	508	100	150

El costo de producción en tiempo normal es de 70 u.m. por unidad producida.

El costo de producción, por unidad producida, en tiempo extra es: 80 u.m. en primavera y otoño, 90 u.m. en verano y 100 u.m. en invierno

Se dispone de un inventario inicial de 200 unidades. Se desea un inventario 0 al final del invierno.

Las unidades producidas en los turnos normales no se pueden embarcar durante la estación en la que se producen.

El coste de inventario por unidad y estación es de 7 u.m. (si se embarcan en la estación siguiente de cuando se producen no gastan inventario).

Las unidades producidas en tiempo extra deben ambarcarse en la misma estación en que se producen.

Determinése un programa de producción que minimice los gastos.

15. A manufacturer wishes to plan the production of two items A and B for the months of March, April, May and June. The demnads that must be met are given.

	March	April	May	June
Item A	400	500	600	400
Item B	600	600	700	600

Suppose that the inventory of A and B at the end of February is 100 and 150, respectively. Further suppose that at least 150 units of item B must be available at the end of June. The inventory holding costs of items A and B during any month are given by \$1.00 and \$0.80 times the inventory of the item at the end of the month. Furthermore, because of space limitation, the sum of items A and B in stock cannot exceed 250 during any month. Finally, the maximum number of items A and B that can be produced durind any given month is 500 and 650, respectively.

Formulate the production problem as a linear program. The objective is to minimize the total inventory cost (the production cost is assumed constant).