



EJERCICIOS DE LA PRÁCTICA 1

25-11-19

EJERCICIO 1. Sea X una variable aleatoria con función de distribución dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2}{16} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 1/4 & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ \frac{2x-5}{8} & \text{si } 4 \leq x < 5 \\ 1 - \frac{5}{4x} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

Estudie qué tipo de función de distribución es, dando la función de densidad en el caso de ser absolutamente continua o los puntos de salto y la pseudodensidad en el caso de ser mixta.

EJERCICIO 2. Sea X una v.a. con función de distribución F dada en el ejercicio 1 y sea Y la v.a. dada por

$$Y = \begin{cases} |X - 1| & \text{si } X < 2 \\ 1/2 & \text{si } 2 \leq X \leq 4 \\ \frac{X}{X-1} & \text{si } X > 4 \end{cases}$$

- a) Calcule la función de distribución de Y .
- b) Calcule los cuartiles de Y .

EJERCICIO 3. Sea X una v.a. con función de distribución F dada en el ejercicio 1.

- a) Calcule la función de distribución de $Z = X \mid X \geq 2$. Compruebe que la suma de las probabilidades de los puntos de salto más la integral de la pseudodensidad suma 1.
- b) Calcule la mediana de Z y los percentiles de orden 10 y de orden 80.

EJERCICIO 4. Sea $F(x, k)$ la función definida por la siguiente expresión:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{4} + kx & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2/3 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ k + \frac{x}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

- a) Determine los valores del parámetro k para los cuales $F(x, k)$ es la función de distribución de alguna v.a.
- b) Para $k = 0.2$ calcule la esperanza, la varianza, la mediana y los diez primeros momentos centrales.