Estructuras de Datos
Grado en Informática, Ingeniería del Software y Computadores
ETSI Informática
Universidad de Málaga

El Tipo Abstracto de Datos Bolsa

@ Pablo López
Dpto. Lenguajes y Ciencias de la Computación
Universidad de Málaga

Metodología de Trabajo

1. Especificar informalmente el TAD
2. Especificar formalmente el TAD
    1. Interfaz
    2. Especificación algebraica
3. Implementar el TAD
4. Analizar la eficiencia
5. Usar el TAD para resolver problemas

Especificación Informal

- Una bolsa es similar a un conjunto, pero los elementos pueden aparecer **repetidos**:

```
{ 'a', 'b', 'c', 'f', 'a', 'a', 't', 'c', 'a', 'c' }
```

- Como en cualquier colección, podremos:
  - **Insertar** un dato
  - **Eliminar** un dato
  - **Consultar** un dato (cuántas veces aparece)
  - **Comprobar** si la colección está **vacía**

Especificación formal: interfaz

El TAD `Bag a` tiene las siguientes operaciones:

El tipo base debe ser `Ord` o `Eq`

```
-- constructores
empty :: Bag a
insert :: Ord a => a -> Bag a -> Bag a

-- selectores
isEmpty :: Bag a -> Bool
occurrences :: Ord a => a -> Bag a -> Int

--transformadores
delete :: Ord a => a -> Bag a -> Bag a
```

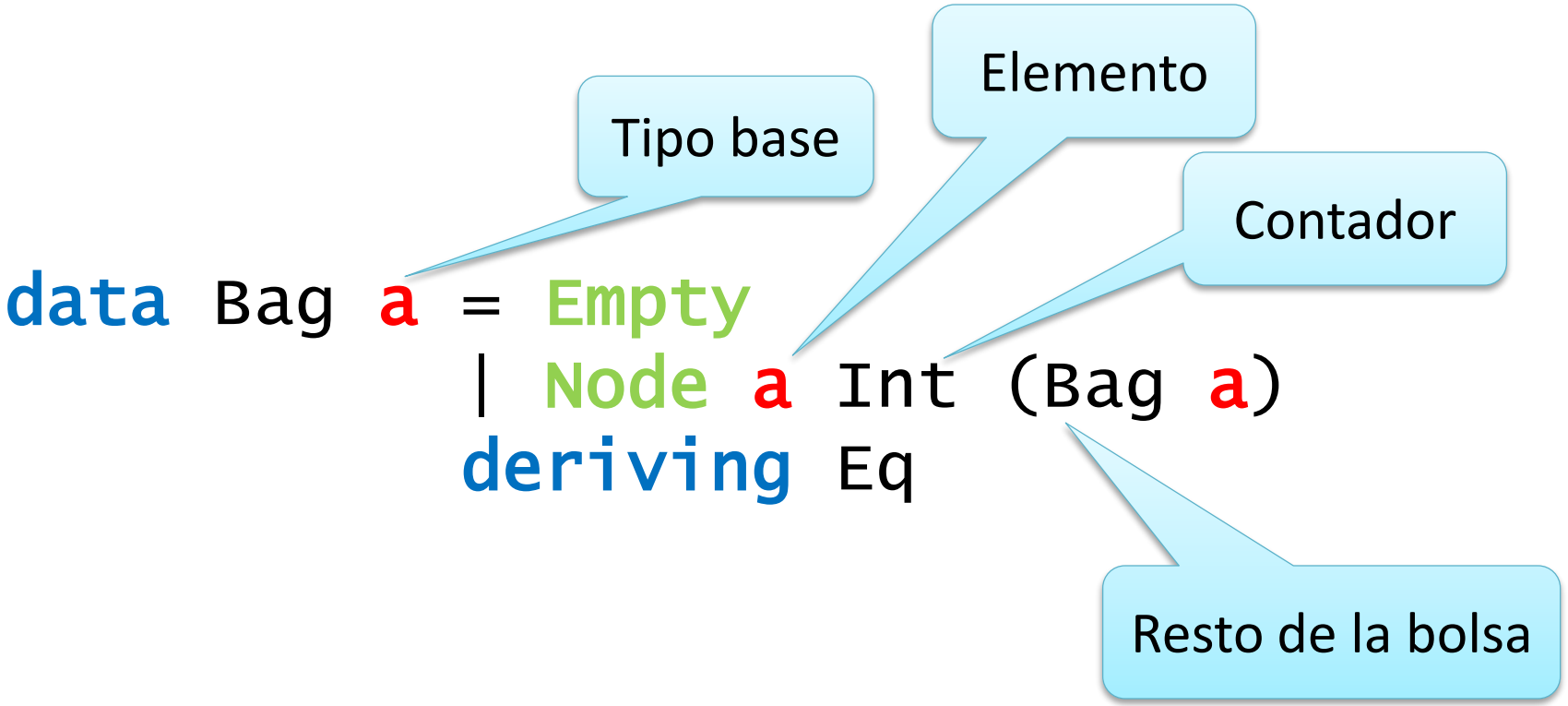
Especificación formal: axiomas

- Basta especificar el resultado que deben devolver los **selectores** y **transformadores** cuando se aplican a una bolsa obtenida con los **constructores** `empty` e `insert`

- Las especificaciones de `occurrences` y `delete` deben distinguir dos casos para el constructor `insert`, según el dato esté o no presente en la bolsa

Implementación del TAD Bolsa (I)

- Utilizaremos el siguiente tipo algebraico recursivo parametrizado:



Implementación de la Bolsa (II)

- La bolsa:

```
{ ‘a’, ‘b’, ‘c’, ‘a’, ‘a’, ‘t’, ‘c’, ‘a’, ‘c’ }
```

se presenta en Haskell por:

Invariante: contadores positivos

```
Node 'a' 4 (Node 'b' 1 (Node 'c' 3 (Node 't' 1 Empty)))
```

Invariante: ordenado por elemento, sin repetidos

Implementación de la Bolsa: insert

```
insert ‘a’ Empty ->
   Node ‘a’ 1 Empty

insert ‘a’ (Node ‘a’ 5 (Node ‘c’ 3 Empty)) ->
   Node ‘a’ 6 (Node ‘c’ 3 Empty)

insert ‘b’ (Node ‘a’ 5 (Node ‘c’ 3 Empty)) ->
   Node ‘a’ 5 (Node ‘b’ 1 (Node  ‘c’ 3 Empty))

insert ‘w’ (Node ‘a’ 5 (Node ‘c’ 3 Empty)) ->
   Node ‘a’ 5 (Node ‘c’ 3 (Node ‘w’ 1 Empty))
```

Operaciones auxiliares sobre bolsas

```
b1 = Node ‘a’ 2 (Node ‘b’ 3 Empty)
b2 = Node ‘a’ 5 (Node ‘c’ 1 Empty)

union b1 b2 =
   Node ‘a’ 7 (Node ‘b’ 3 (Node ‘c’ 1 Empty))

intersection b1 b2 =
   Node ‘a’ 2 Empty

difference b1 b2 =
   Node ‘b’ 3 Empty

difference b2 b1
   Node ‘a’ 3 (Node ‘c’ 1 Empty)
```

Eficiencia de la implementación

- Para cada operación, determinar el **número de pasos** que deben realizarse para llevarla a cabo:
  - **O(1)** – número de pasos constante, independiente del tamaño de la bolsa
  - **O(n)** – el número de pasos es proporcional al tamaño de la bolsa
- ¿Es ventajoso mantener los elementos ordenados? **¿Por qué?**

Uso del TAD Bolsa

Implementar en `BagClient.hs` la función:

```
cardinal :: Ord a => Bag a -> Int
```

que devuelve el número de elementos de una bolsa:

```
cardinal (mkBag "Haskell") =
    7
```

Es **imposible**; necesitamos un plegado.

Plegado de Bolsa: tipo

Para manejar bolsas como cliente es necesario utilizar el siguiente plegado:

```
foldBag :: Ord a =>
           (a -> Int -> b -> b) ->
           b ->
           Bag a ->
           b
```

f x ox solRestoBolsa

Solución del caso base

Plegado de Bolsa: implementación

```
foldBag f base bolsa = plegar bolsa
 where
   plegar Empty = base
   plegar (Node x ox s) = f x ox (plegar s)
```

El cardinal con un plegado

- Caso Base = 0
- Caso Recursivo:

```
f  x   ox solResto =
f 'a'  5    21      = 21 + 5 = 26
```

La 'a' aparece 5 veces

El resto de la bolsa tiene 25 elementos

```
cardinal xs = foldBag f 0 xs
   where
      f x ox solResto = ox + solResto
```

Uso del plegado (I)

- Obtener una lista (sin repeticiones) con los elementos de una bolsa:

```
keys :: Ord a => Bag a -> [a]
keys xs = foldBag f [] xs
 where
    f x ox solRestoBolsa = x : solRestoBolsa
```

- Ejemplo de uso:

```
keys (mkBag "abracadabra“)
"abcdr"
```

Uso del plegado (II)

- Completar la función:

```
contains :: Ord a => a -> Bag a -> Bool
```

del módulo `BagClient.hs` que comprueba si una bolsa contiene un dato:

```
contains 's' (mkBag "Haskell") =
    True
contains 'x' (mkBag "Haskell") =
    False
```