– Práctica 2 bis –
Métodos multipaso

1. Para comprobar que las implementaciones de los métodos de Adams-Bashforth AB3, Adams-Moulton AM3 y el predictor-corrector Adams-Bashforth-Moulton ABM3 son correctas, ejecutad los códigos para resolver el problema

$$\begin{cases} y' = -y + 2\,\mathrm{sen}(t), \quad t \in [0, 10], \\ y(0) = \pi, \end{cases}$$

cuya solución exacta es la función $y(t) = (\pi + 1)e^{-t} + \mathrm{sen}(t) - \cos(t)$. Tomad $N = 50$ particiones. Los errores que deberían obtenerse son los siguientes:

- AB3: 0.005059383766935266
- AM3 (punto fijo): $4.9339429654571276e - 05$ (máximo número de iteraciones: 10).
- ABM3: 0.0004016759096066025

Indicaciones: Para los algoritmos de punto fijo en AM3 se ha tomado tolerancia 10^{-12}, un número máximo de 200 iteraciones y, como semilla, se toma la aproximación que daría en el tiempo t_{k+1} el método AB3 (ver Ejercicio 2(e) de la Práctica 3). Para inicializar los métodos se ha utilizado RK4 en los tres casos. El error se calcula como $\max\limits_{0 \leqslant k \leqslant N} |y(t_k) - y_k|$.

2. Para hacer lo propio con las implementaciones para sistemas, considerad el problema

$$\begin{cases} x'(t) = 3x(t) - 2y(t), \\ y'(t) = -x(t) + 3y(t) - 2z(t), \\ z'(t) = -y(t) + 3z(t), \end{cases}$$

en el intervalo $[0, 1]$ con condiciones iniciales

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 0, \quad z(0) = -1,$$

y resolvedlo tomando $N = 100$ particiones. La solución exacta es

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{4}e^{5t} + \frac{3}{2}e^{3t} - \frac{1}{4}e^{t}, \\ y(t) = \frac{1}{4}e^{5t} - \frac{1}{4}e^{t}, \\ z(t) = -\frac{1}{8}e^{5t} - \frac{3}{4}e^{3t} - \frac{1}{8}e^{t}. \end{cases}$$

Los errores en (x, y, z) que deberían obtenerse son los siguientes:

- AB3: $(0.007208837169901727, 0.008076841293480186, 0.004472916875108979)$
- AM3: $(2.6805043662037065e - 5, 2.864185357509541e - 5, 1.5239678226919295e - 5)$ (máximo número de iteraciones: 6).
- ABM3: $(0.00011273730503980062, 0.0001205815057971904, 6.421435431747113e - 5)$

Indicación: Los datos para la tolerancia, el número máximo de iteraciones y la semilla en el algoritmo de punto fijo para AM3 son los mismos que en el apartado anterior, y el error entre iteraciones se ha medido usando la norma del máximo. Los métodos se han inicializado con RK4. El error se calcula como en el apartado anterior, componente a componente.