

# Práctica modelos canónicos y su implementación en GeNIe

## TUTORIAL

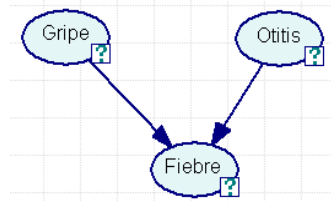
Hemos visto que, en el caso general, el número de parámetros necesario para especificar la probabilidad condicional de un nodo crece exponencialmente con el número de padres, lo que plantea problemas tanto de obtención y almacenamiento de datos como de tiempos de computación de los algoritmos. (por ejemplo, para un nodo binario con 10 padres binarios, la tabla de probabilidad condicional tiene  $2^{10} = 1024$  parámetros).

Por ello, es conveniente buscar **modelos simplificados de interacción entre variables**. Pearl los llama *modelos canónicos* por su aplicabilidad a diferentes dominios. Los más utilizados son las puertas MAX y AND ruidosas.

Analicemos primero el caso más simple: la puerta OR, que es una puerta MAX en la que todos los nodos son binarios. Para considerar una puerta OR es necesario realizar las siguientes hipótesis:

1. Cada una de las causas, por sí misma, puede producir el efecto, y basta que una de las causas produzca el efecto para que éste esté presente.
2. Cuando todas las causas están ausentes, el efecto está ausente.
3. No hay interacción entre las causas.

Estudiaremos este modelo de interacción causal a través de un ejemplo sencillo. Supongamos la siguiente red bayesiana:



Bajo estas hipótesis, para construir las probabilidades necesarias para el modelo bastaría con dar las probabilidades de que cada una de las causas provoque el efecto por separado (que denotaremos por  $c_x$ ). Sea por ejemplo:

$$c_g = P(+f/+g) = 0.8$$

$$c_o = P(+f/+o) = 0.6$$

Y en ese caso tendríamos que:

$$P(+f/+g, +o) = 0.8 + 0.2 \cdot 0.6 = 0.92^1$$

$$P(+f/\neg g, +o) = 0.6$$

$$P(+f/+g, \neg o) = 0.8$$

$$P(+f/\neg g, \neg o) = 0$$

Supongamos que en el modelo queremos incluir que es posible que otras causas no determinadas provoquen también fiebre, introduciendo así cierto ruido en el mismo. Bajo las hipótesis anteriormente mencionadas, es posible construir las probabilidades condicionadas necesarias en el modelo a partir de unos parámetros básicos, concretamente las probabilidades de que cada causa provoque el efecto por separado y un factor de ruido  $r$ , que expresa que otras condiciones no presentes en el modelo podrían provocar la fiebre. Para continuar con el ejemplo, demos unos valores a estos parámetros:

$$c_g = P(+f/+g) = 0.8$$

$$c_o = P(+f/+o) = 0.6$$

$$c_r = P(+f/\neg g, \neg o) = p(+f/\neg g, \neg o, +r) = 0.01$$

Veamos cómo se calculan en este caso las probabilidades condicionadas necesarias. En primer lugar, tenemos que por la tercera hipótesis:

$$P(+f/+g, +o, \neg r) = P(+f/+g, \neg o, \neg r) + P(\neg f/+g, \neg o, \neg r) P(+f/\neg g, +o, \neg r) = 0.8 + 0.2 \cdot 0.6 = 0.92^2$$

Por la segunda hipótesis:

$$P(+f/\neg g, \neg o, \neg r) = 0$$

Las otras probabilidades se calculan mediante:

$$P(+f/+g, +o) = P(+f/+g, +o, \neg r) + P(\neg f/+g, +o, \neg r) P(+f/\neg g, \neg o) = 0.92 + 0.08 \cdot 0.01 = 0.9208^3$$

$$P(+f/+g, \neg o) = P(+f/+g, \neg o, \neg r) + P(\neg f/+g, \neg o, \neg r) P(+f/\neg g, \neg o) = 0.8 + 0.2 \cdot 0.01 = 0.802$$

$$P(+f/\neg g, +o) = P(+f/\neg g, +o, \neg r) + P(\neg f/\neg g, +o, \neg r) P(+f/\neg g, \neg o) = 0.6 + 0.4 \cdot 0.01 = 0.604$$

En general, si en un modelo tenemos un efecto  $X$  y  $U_1, \dots, U_n$  son las causas posibles, si denotamos por  $c_i$  a la probabilidad que tiene cada causa de producir el efecto por separado y por  $q_i$  a la probabilidad complementaria ( $q_i = 1 - c_i$ ), entonces:

$$P(\neg x/u_1, \dots, u_n) = \prod_{i \in T_u} q_i$$

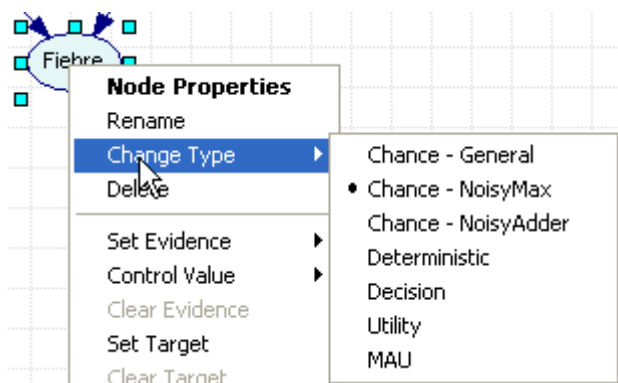
<sup>1</sup> el 80% tendrá fiebre porque tiene gripe, y de entre los que no tienen fiebre aunque tengan gripe, que son el 20%, un 60% tendrá fiebre (por padecer otitis).

<sup>2</sup> Es decir, la probabilidad de tener fiebre cuando tiene gripe, otitis y no actúa el ruido se puede calcular como la probabilidad de tener fiebre teniendo solo la gripe (no otitis, no ruido) + [ probabilidad de no tener fiebre teniendo solo gripe (no otitis, no ruido) \* probabilidad de tener fiebre por tener solo otitis (no gripe, no ruido) ]

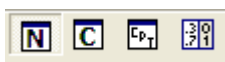
<sup>3</sup> Probabilidad de tener fiebre dada esa combinación de causas + (probabilidad de no tener fiebre dada esa combinación \* probabilidad de que actúe el ruido)

donde  $T_u$  = conjunto de causas de X que están presentes. Como en el caso anterior, el modelo se puede generalizar al caso de que haya cierto ruido.

Existen otros modelos de interacción causal que también están implementados en GeNIe. Para implementar una puerta OR en GeNIe, sólo tenemos que definir el nodo fiebre como nodo MAX ruidoso (tipo de nodo NoisyMax, que no es más que la generalización de la puerta OR ruidosa al caso en que las variables son multi-valuadas). Para ello abrimos el menú contextual asociado:



Una vez cambiado el tipo de nodo, verás que en la pestaña de definición del nodo tendremos nuevos botones:



El primer botón mostrará la tabla 1, que es la tabla de las probabilidades de que cada enfermedad provoque el síntoma por separado sin tener en cuenta el ruido, es decir:

Parent	Gripe	Otitis	LEAK
State	si	si	
▶ si	0.8	0.6	0.01
no	0.2	0.4	0.99

El segundo botón nos muestra la tabla 2, es decir, estas mismas probabilidades, pero teniendo en cuenta el ruido:

Parent	Gripe	Otitis	LEAK
State	si	si	
▶ si	0.802	0.604	0.01
no	0.198	0.396	0.99

y el tercero la tabla 3, es decir, la tabla de probabilidad condicionada (Conditional Probability Table o CPT):

Gripe	si		no	
Otitis	si	no	si	no
▶ si	0.9208	0.802	0.604	0.01
no	0.0792	0.198	0.396	0.99

Finalmente, el cuarto botón muestra o esconde las probabilidades que no es necesario introducir por ser fijas en el modelo y que por tanto no son modificables.

## TAREA Y ENTREGA

**Tarea:** Implementa en GeNIe una puerta OR en la que haya tres causas y un efecto. Razona la forma de construir la CPT en este caso (fórmula). Comprueba para un par de casos que los resultados coinciden con el cálculo que realiza GeNIe.

**Entrega:** Sube un fichero pdf en el que incluyas captura de pantalla de tu red GeNIe y de las tres tablas de probabilidad mencionadas anteriormente (tablas 1, 2 y 3) y también la demostración de que la fórmula que has aplicado te da los resultados correctos (con un par de casos es suficiente).

## OPCIONAL

Si te sobra tiempo, puedes explorar en el manual de GeNIe cómo se introducen otros modelos canónicos. En concreto, te proponemos el siguiente ejercicio: puede que te llame la atención observar que GeNIe no tiene predefinido un tipo Noisy-AND (o Noisy-MIN, por analogía con Noisy-MAX) para nodos cuyos padres estén relacionados con una puerta AND. Esto es debido a que las leyes de Morgan permiten expresar cualquier puerta AND de forma equivalente con una puerta OR como se puede ver en el ejemplo ilustrado por la figura que se muestra a continuación. ¿Cómo definirías el nodo NoFiebre en GeNIe utilizando el tipo Noisy-MAX y la equivalencia entre las dos redes?

