FIUBA 03-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II "A" (61.03)

TEMA 1 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. Dado $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \,/\, \vec{f}(x,y,z) = (\, y\,z \,,\; x\,z \,, \varphi(y,z)\,)$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva borde de la superficie de ecuación $y = 4$ con $x + z \leq 2$, $z \geq 0$, $x \geq 0$. **Indique** gráficamente con qué orientación ha decidido realizar la circulación.

2. Sea $\vec{f}(x,y,z) = (x\,z \,,\; y\,z \,,\; z^2)$ definido en $\mathbb{R}^3$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie Σ de ecuación $y^2 + z^2 = 9$ con $x + y \leq 3$ en el 1^0 octante. **Indique** gráficamente qué orientación adoptó para Σ.

3. La superficie de ecuación $z = x^2 + 6\,x\,y^2 - 6\,x + 10$ tiene tres puntos donde el plano tangente es paralelo al plano xy, **calcule** el área del triángulo que tiene a dichos puntos como vértices.

4. Dado $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tal que $\vec{f}(x,y) = (\,2\,y\,g(x) \,,\; x\,g(x)\,)$, **halle** una $g(x)$ tal que $g(1) = 3$ y que $\oint_{\partial D^+} \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$, siendo $D \subset \mathbb{R}^2$ definido por: $x^2 + 2\,x + y^2 \leq 4$.

5. Dada la familia de curvas planas de ecuación $x^2 + C\,y = 0$, **halle** una ecuación para la curva de la familia ortogonal que pasa por el punto $(2,2)$.

FIUBA 03-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II "A" (61.03)

TEMA 2 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. Dado $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \, / \, \vec{f}(x,y,z) = (\, y\,z \,,\, x\,z \,,\, \varphi(x,z)\,)$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva borde de la superficie de ecuación $x = 4$ con $y + z \leq 2$, $z \geq 0$, $y \geq 0$. **Indique** gráficamente con qué orientación ha decidido realizar la circulación.

2. Sea $\vec{f}(x,y,z) = (x\,z \,,\, x\,y \,,\, z^2)$ definido en $\mathbb{R}^3$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie Σ de ecuación $x^2 + z^2 = 9$ con $x + y \leq 3$ en el 1^0 octante. **Indique** gráficamente qué orientación adoptó para Σ.

3. La superficie de ecuación $z = y^2 + 6\,y\,x^2 - 6\,y + 10$ tiene tres puntos donde el plano tangente es paralelo al plano xy, **calcule** el área del triángulo que tiene a dichos puntos como vértices.

4. Dado $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tal que $\vec{f}(x,y) = (\, 2\,y\,g(x) + x \,,\, x\,g(x) + y^2\,)$, **halle** una $g(x)$ tal que $g(2) = 4$ y que $\oint_{\partial D^+} \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$, siendo $D \subset \mathbb{R}^2$ definido por: $y^2 + 2\,y + x^2 \leq 4$.

5. Dada la familia de curvas planas de ecuación $y + C\,x^2 = 0$, **halle** una ecuación para la curva de la familia ortogonal que pasa por el punto $(2, 2)$.

FIUBA 10-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II "A" (61.03)

TEMA 1 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. Sea π_0 el plano normal a la curva definida por la intersección de las superficies Σ_1 y Σ_2 en el punto $A = (2, 1, 1)$. **Calcule** el área del trozo de π_0 cuya proyección sobre el plano xz es el rectángulo $D = [1, 2] \times [2, 4]$, sabiendo que en un entorno de A las mencionadas superficies quedan definidas por las siguientes ecuaciones:
$$\Sigma_1 : x + z\, e^{y\, z-1} = 3 \quad \text{y} \quad \Sigma_2 : x\, y + \ln(x\, y - z) - 2\, y\, z = 0$$

2. Siendo $\vec{f}(x, y, z) = (\, x + \operatorname{sen}(y^2 z)\, ,\, y + \cos(x^2 + z)\, ,\, 2\, z\,)$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie frontera Σ del cuerpo definido por: $z \leq 5 - x^2$, $z \geq 1$, $|y| \leq 2$. **Indique** gráficamente la orientación que ha adoptado para Σ.

3. Dado $\vec{f}(x, y) = (\, 2\, x\, ,\, y - 1\,)$ definido en $\mathbb{R}^2$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ desde $(0, 2)$ hasta $(2, y_1)$ a lo largo de la curva integral de $y' + 2\, x\, y = 2\, x$.

4. Sea el cuerpo $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x^2 + z^2 - a \leq y \leq a - x^2 - z^2\}$ con $a > 0$ constante, **calcule** el valor de a para el cual el volumen de H es igual a $9\,\pi$.

5. Dada la región $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x^2 + y^2 \leq 4\, x - 3\, ,\, y \geq 0\,\}$ y la función $f(x, y) = x\, y + h(y/x)$ con $h \in C^1(\mathbb{R})$, **calcule** $\iint_D ||\vec{X}||\, f'(\vec{X}, \breve{X})\, dx\, dy$, donde $f'(\vec{X}, \breve{X})$ con $\vec{X} = (x, y)$ es la derivada direccional de f en $\vec{X}$ según $\breve{X}$.

FIUBA 10-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II “A” (61.03)

TEMA 2 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. Sea π_0 el plano normal a la curva definida por la intersección de las superficies Σ_1 y Σ_2 en el punto $A = (1, 2, 1)$. **Calcule** el área del trozo de π_0 cuya proyección sobre el plano yz es el rectángulo $D = [1, 2] \times [2, 4]$, sabiendo que en un entorno de A las mencionadas superficies quedan definidas por las siguientes ecuaciones:
$$\Sigma_1 \,:\, y + z\, e^{x\,z-1} = 3 \quad \text{y} \quad \Sigma_2 \,:\, x\,y + \ln(x\,y - z) - 2\,x\,z = 0$$

2. Siendo $\vec{f}(x, y, z) = (\,x+\text{sen}(z^2y)\,,\, y+\cos(z^2+x)\,,\, 2\,z\,)$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie frontera Σ del cuerpo definido por: $z \leq 5 - y^2$, $z \geq 1$, $|x| \leq 2$. **Indique** gráficamente la orientación que ha adoptado para Σ.

3. Dado $\vec{f}(x, y) = (\,x\,,\, 2\,y - 2)$ definido en $\mathbb{R}^2$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ desde $(0, 3)$ hasta $(2, y_1)$ a lo largo de la curva integral de $y' + 2\,x\,y = 2\,x$.

4. Sea el cuerpo $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, y^2 + z^2 - a \leq x \leq a - y^2 - z^2\}$ con $a > 0$ constante, **calcule** el valor de a para el cual el volumen de H es igual a $16\,\pi$.

5. Dada la región $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x^2 + y^2 \leq 4\,y - 3\,,\, x \geq 0\,\}$ y la función $f(x, y) = x\,y + h(x/y)$ con $h \in C^1(\mathbb{R})$, **calcule** $\iint_D ||\vec{X}||\, f'(\vec{X}, \breve{X})\, dx\, dy$, donde $f'(\vec{X}, \breve{X})$ con $\vec{X} = (x, y)$ es la derivada direccional de f en $\vec{X}$ según $\breve{X}$.

FIUBA 17-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II "A" (61.03)

TEMA 1 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

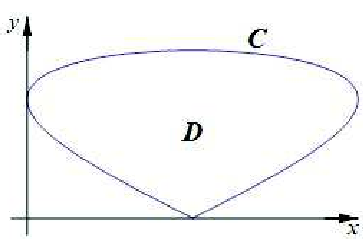
La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. Sea H la chapa plana limitada por las curvas de nivel 4 de los campos escalares:
$$f(x,y) = x^2 + y \qquad \text{y} \qquad g(x,y) = x^2 + 2\,y$$
Calcule la masa de H si su densidad superficial en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje y.

2. Sea D la región del plano xy que se representa en el gráfico, **calcule** el área de D sabiendo que su curva frontera C admite la ecuación vectorial $\vec{X} = (\,1 - \operatorname{sen}(2\,t)\,,\, \operatorname{sen}(t)\,)$ con $0 \le t \le \pi$.



3. Dada la superficie Σ de ecuación $x + z = 3$ con $z \ge y\,,\, x \ge 0\,, y \ge 0\,,$ y el campo vectorial $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $\vec{f}(x,y,z) = (\,g(x,z)\,,\, x^2\,,\, 2\,y\,z)\,,$ **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva borde de Σ. **Indique** gráficamente la orientación que ha elegido para recorrer la curva.

4. El campo vectorial $\vec{f}\,:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \,/\, \vec{f}(x,y,z) = (2\,x\,,\, 8\,y\,,\, -1)$ admite función potencial ϕ tal que $\phi(0,0,1) = 2\,.$ **Calcule** el volumen del cuerpo limitado por la superficie cuyos puntos tienen potencial igual a 3 y el plano de ecuación $z = 4$.

5. Dado $\vec{f}(x,y,z) = (\,x\,g(x)\,,\, z^2 - 2\,x\,y\,,\, x\,y)\,,$ **halle** $g(x)$ tal que $g(1) = 3$ y el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie frontera del cuerpo definido por $(x-2)^2 + y^2 + z^2 \le 1$ resulte numéricamente igual al volumen del cuerpo. Suponga $\vec{f} \in C^1$ en todo punto (x,y,z) con $x > 0$ e **indique** gráficamente cómo orientó la superficie.

FIUBA 17-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II “A” (61.03)

TEMA 2 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

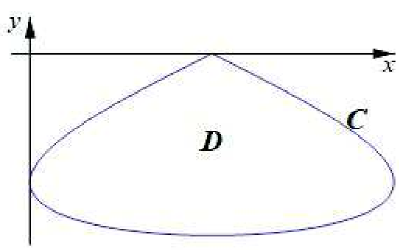
La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. Sea H la chapa plana limitada por las curvas de nivel 4 de los campos escalares:
$$f(x,y) = x + y^2 \qquad \text{y} \qquad g(x,y) = 2\,x + y^2$$
Calcule la masa de H si su densidad superficial en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje x.

2. Sea D la región del plano xy que se representa en el gráfico, **calcule** el área de D sabiendo que su curva frontera C admite la ecuación vectorial $\vec{X} = (\,1+\mathrm{sen}(2\,t)\,,\,-\mathrm{sen}(t)\,)$ con $0 \le t \le \pi$.



3. Dada la superficie Σ de ecuación $y + z = 3$ con $z \ge x\,,\, x \ge 0\,, y \ge 0\,$, y el campo vectorial $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $\vec{f}(x,y,z) = (\,y^2\,,\,g(y,z)\,,\,2\,x\,z\,)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva borde de Σ. **Indique** gráficamente la orientación que ha elegido para recorrer la curva.

4. El campo vectorial $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \,/\, \vec{f}(x,y,z) = (8\,x\,,\,2\,y\,,\,-1)$ admite función potencial ϕ tal que $\phi(0,0,1) = 2$. **Calcule** el volumen del cuerpo limitado por la superficie cuyos puntos tienen potencial igual a 3 y el plano de ecuación $z = 4$.

5. Dado $\vec{f}(x,y,z) = (\,x\,g(x) + z^2\,,\,x^2 - 2\,x\,y\,,\,x\,y)$, **halle** $g(x)$ tal que $g(1) = 4$ y el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie frontera del cuerpo definido por $(x-3)^2 + y^2 + z^2 \le 1$ resulte numéricamente igual al volumen del cuerpo. Suponga $\vec{f} \in C^1$ en todo punto (x,y,z) con $x > 0$ e **indique** gráficamente cómo orientó la superficie.

FIUBA 24-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II "A" (61.03)

TEMA 1 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. **Calcule** la longitud de la curva definida por la intersección de las superficies de ecuaciones:
$$x^2 + 2\,y^2 = 8 \quad \text{y} \quad z = y + 2 \quad \text{con} \quad x \geq 0.$$

2. Dado $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $f(x,y,z) = \varphi(x-y\,,\,y-x) + z^3$, **calcule** el flujo de ∇f a través de la superficie de ecuación $x + y + z = 1$ con $x^2 + z^2 \leq 4$, orientada hacia z^+.

3. Siendo $D_{xy} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x \leq y \leq x+2\,,\, x+y \leq 4\,,\, y \geq 0\}$, **calcule** $\iint_{D_{xy}} 2\,(y-x)\,dxdy$ aplicando el cambio de variables definido por $(x,y) = (v-u\,,\,v)$.

4. El campo vectorial $\vec{f} = (P,Q) \in C^1$ en $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ tiene matriz jacobiana:
$$D\vec{f}(x,y) = \begin{pmatrix} P'_x(x,y) & 2+\varphi(x,y) \\ 4+\varphi(x,y) & Q'_y(x,y) \end{pmatrix}.$$
Sabiendo que para C_1 de ecuación $x^2+y^2 = 1$ resulta $\oint_{C_1^+} \vec{f}\cdot d\vec{s} = 3$, **calcule** $\oint_{C_2^+} \vec{f}\cdot d\vec{s}$ siendo C_2 la frontera del rectángulo $[-2,2]\times[-3,3]$.

5. **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $2\,y \leq z \leq 4 + 2\,y - x^2 - y^2$.

FIUBA 24-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II “A” (61.03)

TEMA 2 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. **Calcule** la longitud de la curva definida por la intersección de las superficies de ecuaciones:
$$2\,x^2 + y^2 = 8 \quad \text{y} \quad z = x + 2 \quad \text{con} \quad x \geq 0.$$

2. Dado $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $f(x,y,z) = \varphi(y - x\,,\, x - y) + z^3$, **calcule** el flujo de ∇f a través de la superficie de ecuación $x + y + z = 2$ con $x^2 + z^2 \leq 9$, orientada hacia z^+.

3. Siendo $D_{xy} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x - 2 \leq y \leq x\,,\, x + y \geq -4\,,\, y \leq 0\}$, **calcule** $\iint_{D_{xy}} 2\,(y - x)\,dxdy$ aplicando el cambio de variables definido por $(x,y) = (v - u\,,\, v)$.

4. El campo vectorial $\vec{f} = (P,Q) \in C^1$ en $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ tiene matriz jacobiana:
$$D\vec{f}(x,y) = \begin{pmatrix} P'_x(x,y) & 3 + \varphi(x,y) \\ 5 + \varphi(x,y) & Q'_y(x,y) \end{pmatrix}.$$
Sabiendo que para C_1 de ecuación $x^2 + y^2 = 4$ resulta $\oint_{C_1^+} \vec{f} \cdot d\vec{s} = 6$, **calcule** $\oint_{C_2^+} \vec{f} \cdot d\vec{s}$ siendo C_2 la frontera del rectángulo $[-3,3] \times [-4,4]$.

5. **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $2\,x \leq z \leq 4 + 2\,x - x^2 - y^2$.

FIUBA 31-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II "A" (61.03)

TEMA 1 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \,/\, f(x,y,z) = x\,y + x\,z + y\,z$, y la curva Γ definida por $\Gamma : \begin{cases} x^2 + z^2 = 2\,x \\ y = 2\,x \end{cases}$.
Calcule la circulación de ∇f a lo largo de Γ en sus puntos con coordenada $z \geq 0$. **Indique** claramente qué puntos son los que ha elegido como *inicial* y *final* del recorrido.

2. En el espacio xyz la superficie Σ tiene ecuación vectorial $(x,y,z) = (u+v\,,\, u-v\,,\, u^2+2\,v)$ con $(u,v) \in \mathbb{R}^2$. **Calcule** el área del trozo de Σ cuyos puntos cumplen con: $x+y \leq 2\,,\, y \leq x\,,\, y \geq 0$.

3. Dado el campo vectorial $\vec{f}(x,y) = (x\,,\, 2\,y)$ definido en $\mathbb{R}^2$, **halle** una ecuación para la línea de campo que pasa por el punto $(1,2)$, **dibújela** e **indique** gráficamente su orientación en dicho punto.

4. **Calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie Σ de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ con $z \geq 1$, sabiendo que $\vec{f}(x,y,z) = (g(y)\,,\, g(x)\,,\, 4\,z)$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$. **Indique** gráficamente cómo ha decidido orientar a Σ.

5. El cuerpo H definido por: $z \geq \sqrt{x^2+y^2}\,,\, y \geq |x|\,,\, z \leq 4$ tiene densidad $\delta(x,y,z) = k\,z$ con $k > 0$. **Calcule** la masa de H.

FIUBA 31-07-18 ANÁLISIS MATEMÁTICO II (81.01) y II "A" (61.03)

TEMA 2 **Evaluación Integradora**

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios.
En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): .... Nombre(s): ....

Curso: .... Padrón: .... Código asignatura: ....

1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \,/\, f(x,y,z) = x\,y + x\,z + y\,z$, y la curva Γ definida por $\Gamma : \begin{cases} y^2 + z^2 = 2\,y \\ x = 2\,y \end{cases}$.
   Calcule la circulación de ∇f a lo largo de Γ en sus puntos con coordenada $z \geq 0$. **Indique** claramente qué puntos son los que ha elegido como *inicial* y *final* del recorrido.

2. En el espacio xyz la superficie Σ tiene ecuación vectorial $(x,y,z) = (v-u\,,\,u+v\,,\,2\,u+v^2)$ con $(u,v) \in \mathbb{R}^2$. **Calcule** el área del trozo de Σ cuyos puntos cumplen con: $x+y \leq 2\,,\,y \geq x\,,\,x \geq 0$.

3. Dado el campo vectorial $\vec{f}(x,y) = (2\,x\,,\,y)$ definido en $\mathbb{R}^2$, **halle** una ecuación para la línea de campo que pasa por el punto $(2,1)$, **dibújela** e **indique** gráficamente su orientación en dicho punto.

4. **Calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie Σ de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ con $z \geq 2$, sabiendo que $\vec{f}(x,y,z) = (h(y)\,,\,h(x)\,,\,4\,z)$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$. **Indique** gráficamente cómo ha decidido orientar a Σ .

5. El cuerpo H definido por: $z \geq \sqrt{x^2+y^2}$, $x \geq |y|$, $z \leq 3$ tiene densidad $\delta(x,y,z) = k\,z$ con $k > 0$. **Calcule** la masa de H.

evaluación integradora del 12/02/19

1. Dada la superficie Σ de ecuación $x^2 y = 2z$ con $x^2 \le y \le 4$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de Σ orientada hacia z^+ sabiendo que $\vec{f}(x,y,z) = (x,\ y,\ z)$.

2. Siendo $\vec{f}(x,y) = (2y, -1)$, **calcule** el área de la región D del plano xy limitada por $x=0$ y las líneas de campo L_1 y L_2 de $\vec{f}$ que pasan por los puntos $(4,0)$ y $(1,0)$ respectivamente.

3. Sea $\vec{f}(x,y,z) = (P(x,y,z), Q(x,y,z), z+2)$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$ y solenoidal, tal que el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie Σ de ecuación $y = \sqrt{5-x^2-z^2}$ con $y \ge 1$ resulta igual a 7π cuando Σ se la orienta hacia y^+. **Calcule** el flujo del campo $\vec{f}$ a través de la superficie S de ecuación $y=1$ con $x^2+y^2+z^2 \le 5$, orientada también hacia y^+.

4. Sean $U:\Re^2 \to \Re$ con $U \in C^2(\Re^2)$ y $\vec{f} = U\nabla U + \vec{g}$ con $\vec{g}(x,y) = (\operatorname{sen}(x^2+x), 2xy)$. Sabiendo que la circulación de $\vec{f}$ desde $A=(-2,0)$ hasta $B=(2,0)$ a lo largo de la curva de ecuación $y = 4-x^2$ es igual a -24, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ desde A hasta B a lo largo de $y = -\sqrt{4-x^2}$.

5. **Calcule** el volumen del cuerpo D definido por: $z \le 16 - y^2$, $x^2+y^2 \le 4y$, $y \le 2$, en el 1º octante.

evaluación integradora del 18/12/18

1. Sea C la curva dada como intersección de las superficies Σ_1 y Σ_2 de ecuaciones $z = x^2+2y^2$ y $z = 3-2x^2-4y^2$ respectivamente. **Calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de C, sabiendo que $\vec{f}(x,y,z) = (z^2+\varphi(x), 2xz, \varphi(z))$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$. **Indique** gráficamente cómo orientó a C.

2. **Calcule** la masa del cuerpo D definido por: $x^2+z^2 \le 2$, $z^2 \ge x^2+2y^2$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \ge 0$, si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al plano xy.

3. Sea $\vec{f}:\Re^3 \to \Re^3 \ /\ \vec{f}(x,y,z) = (6y, 3z, x+y)$. **Calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través del trozo de plano Σ de ecuación $x+3y+3z=6$ cuya proyección sobre el plano xy tiene área igual a 8. **Indique** gráficamente cómo decidió orientar a Σ.

4. Si $\vec{f}(x,y) = (2y(1+2x^2)e^{x^2}+2x,\ 2xe^{x^2})$, **verifique** que $\vec{f}$ admite función potencial en $\Re^2$ y **calcule** la circulación del campo desde $A=(0,0)$ hasta $B=(1,1)$.

5. Dada la familia F de curvas planas de ecuación $x^2+2y^2 = C$, **calcule** el área de la región del plano limitada por la recta de ecuación $y = 6-x$ y la curva de la familia ortogonal a F que pasa por el punto $(1,1)$.

evaluación integradora del 19/02/19

1. Dado $\vec{f}(x,y,z) = (y + h(x\,y),\ x + h(x\,y),\ z + 3h(x\,y))$ con $h : \Re \to \Re$ y $\vec{f}$ continuo en $\Re^3$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del segmento $\overline{AB}$ desde $A = (0,0,6)$ hasta $B = (x_o\,,\ y_o\,,\ z_o)$ con $x_o > 0$, sabiendo que el segmento tiene longitud igual a $\sqrt{24}$ y está incluido en la recta de ecuación $\vec{X} = (t\,,\ 2t\,,\ 6 - t)$ con $t \in \Re$.

2. **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $z \le 4 - x^2$, $x^2 + y^2 \le 4$, $y \le x$, 1º octante.

3. Si $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$ / $\vec{f}(x,y,z) = (2\,y\,g(x) + y^2,\ z\,g(x) + 2\,x\,y\,,\ z^2 + x\,g(x))$ con $\vec{f}(0,0,1) = (0,1,1)$, **halle** una $g(x)$ tal que la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la circunferencia Γ incluida en el plano $z = 2$ con centro en $(0,0,2)$ y radio $R > 0$ resulte numéricamente igual al doble del área del círculo que tiene a Γ como borde. **Indique** gráficamente la orientación que adopta para Γ.

4. Sean $\vec{f}(x,y,z) = (y^2 - x\,z,\ z^2 - 3\,y\,z,\ x^2 - z^2)$ y el cuerpo D definido por $z \ge \sqrt{x^2 + 2\,y^2}$, $z \le y + 2$. **Calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie frontera de D y, en función del resultado obtenido y de cómo ha elegido orientar a la superficie, **analice** si dicho flujo es entrante o saliente de D.

5. Sea C la curva de ecuación $\vec{X} = (t\,,\ t^2\,,\ h(t))$ con $z = h(t)$ tal que $t\,z + e^{t+z-3} - 3 = 0$, para t en un entorno de $t_o = 1$. **Calcule** la distancia entre los puntos en que la recta tangente a C en $(1,\,1,\,h(1))$ interseca a la superficie de ecuación $z = x^2 + 4$.

---

evaluación integradora del 26/02/19

1. Sea π_o el plano normal en $(2, 0, z_o)$ a la curva de ecuación $\vec{X} = (2t^2\,,\ t^2 - t,\ 2t + 1)$ con $t \in \Re$. **Calcule** la longitud de la curva definida por la intersección de π_o con la superficie de ecuación $y = 2x$ en el 1º octante.

2. Dado $\vec{f}(x,y) = (x\,y + e^{x^2}\,,\ x^2 + e^{y^2})$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la frontera de $D = \{(x,y) \in \Re^2\ /\ y \ge |\,x\,|\,,\ x + 3\,y \le 4\}$. **Indique** gráficamente con qué orientación decidió realizar la circulación.

3. Siendo $\vec{f}(x,y,z) = (2\,x,\ 2\,y,\ 2\,z)$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través del trozo de plano Σ de ecuación $x + y + 2z = 4$ con $x + y \le 2$, $y \ge x$, $x \ge 0$. Oriente Σ de manera que, en cada punto, su versor normal $\breve{n}$ cumpla con $\breve{n} \cdot \breve{k} > 0$.

4. Dada la familia de curvas planas F de ecuación $y - C\,x = C$, **calcule** el área de la región del semiplano $x \ge 0$ limitada por la curva Γ de la familia ortogonal a F que pasa por $(0,1)$.

5. Sea $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$ con rotor: $\nabla \times \vec{f}(x,y,z) = (\alpha(x,y,z),\ \beta(x,y,z)\,,\ z + 2)$. **Calcule** el flujo de $\nabla \times \vec{f}$ a través de la superficie abierta de ecuación $z = 4 - x^2 - y^2$ con $z \ge 0$, orientada hacia z^+.

evaluación integradora de 30/07/19

1. Sea $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$ tal que $\vec{f}(x,y,z) = (x + g(x-z),\, g(x-z) - y,\, z^2 + g(x-z))$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie frontera del cuerpo D definido por $x^2 + y^2 + z^2 \le 5$, $z \ge 1$. **Indique** gráficamente la orientación elegida para la superficie.

---

2. Sea $\vec{f} = (P,Q) : \Re^2 - \{\vec{0}\} \to \Re^2$ con $\vec{f} \in C^1$ en su dominio, sabiendo que $Q'_x - P'_y = 10$ constante y que $\oint_{\Gamma^+} \vec{f} \cdot d\vec{s} = 7\pi$ cuando Γ es una circunferencia con centro en $(0,0)$ y radio 3, **calcule** $\oint_{\Gamma_1^+} \vec{f} \cdot d\vec{s}$ para el caso en que Γ_1 es la curva frontera del cuadrado $[-5,5]\times[-5,5]$.

3. Dado $\vec{f} : D \subset \Re^2 \to \Re^3$ / $\vec{f}(x,y) = (\sqrt{xy - x},\, \sqrt{5 - x^2 - y^2},\, \ln(y-1))$ donde D es el dominio natural de $\vec{f}$, **calcule** el área de D.

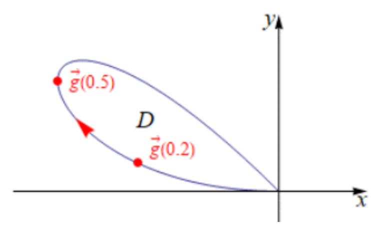
4. Sea F la familia de curvas planas tales que la ordenada al origen de su recta tangente en cada punto es igual al doble de la ordenada del punto. Siendo $\vec{f}(x,y) = (4xy,\, x^2)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ desde $(1,2)$ hasta $(2,1)$ a lo largo de la curva de F que pasa por dichos puntos.

5. El campo escalar $f(x,y,z) = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2$ en cada punto (x,y,z) del espacio tiene una derivada direccional máxima que denotaremos $g(x,y,z)$. **Calcule** la masa del cuerpo H cuya superficie frontera es el conjunto de nivel 4 de g, si la densidad de masa en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje z.

---

evaluación integradora de 23/07/19

1. **Calcule** el área de la región D del plano xy que se representa en la figura, sabiendo que su curva frontera ∂D admite la ecuación $\vec{X} = (t^2 - t,\, t^2 - t^3)$ con $0 \le t \le 1$.



---

2. Sabiendo que en puntos del plano xy es $\vec{f}(x,y,0) = (y^2, xy, x^2)$, $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$ y que $\vec{f}$ es solenoidal, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie abierta Σ de ecuación $z = 4 - x^2 - 4y^2$ con $z \ge 0$, orientada hacia z^+.

3. Dado $\vec{f} : \Re^2 \to \Re^2$ / $\vec{f}(x,y) = ((2+2x)e^{x^2+2x+y^2},\, 2y\, e^{x^2+2x+y^2})$, que admite función potencial ϕ en su dominio, sabiendo que $\phi(0,0) = 3$ **calcule** la longitud de la curva de nivel 3 de ϕ.

---

4. Sea Γ la curva borde del trozo de plano de ecuación $x + z = 2$ con $y \le x$, $y \ge 0$, $z \ge 0$. **Calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Γ si $\vec{f}(x,y,z) = (4y,\, z + g(y),\, 2x + g(z))$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$, **indique** gráficamente cómo decidió orientar a Γ.

5. Calcule el volumen del cuerpo H cuyos puntos cumplen con $x^2 + y^2 + z^2 \le 5$, $z \ge x^2 + y^2 + 1$.

evaluación integradora del 18/02/20

1. **Calcule** el área del trozo de superficie cónica Σ de ecuación $z^2 = x^2 + y^2$ con $x^2 + y^2 \leq 2y$, $z \geq 0$.

2. **Calcule** el volumen del cuerpo D definido por: $z \leq 9 - x^2 - (y-3)^2$, $z \geq 2y$.

3. Sea $\phi(x,y,z) = 3 + e^{z+x^2+y^2-7}$ la función potencial de $\vec{f}$ en $\Re^3$ y sea Σ el trozo de superficie de potencial 4 del campo cuyos puntos cumplen con $z \geq 3$. **Calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de Σ orientada hacia z^+.

4. Sea F la familia de curvas planas de ecuación $y = C x^2$. **Calcule** el área de la región H limitada por la curva de la familia ortogonal a F que contiene al punto $(2,2)$, con $x \geq 0$.

5. La superficie Σ de ecuación $z = x^2 - 4x + xy^2 + 3$ tiene tres puntos (A, B y C) donde el plano tangente es paralelo al plano xy. Dado $\vec{f}(x,y,z) = (xy + z^2, x^2 + h(y), h(x))$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva borde del triángulo cuyos vértices son los puntos mencionados. La circulación debe realizarse en el sentido $A \to B \to C \to A$, indicando cuáles son las coordenadas de cada uno de los puntos a los que se decidió denominar A, B y C.

evaluación integradora del 17/12/19

1. Dado $\vec{f}(x,y,z) = (x + g(yz), y + g(xz), z - x^2)$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie abierta Σ de ecuación $x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ con $z \geq 0$ y orientada hacia z^+.

2. Dado $\vec{f}(x,y) = (g(x)e^{x^2+y^2}, 2ye^{x^2+y^2})$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^2)$, **determine** $g(x)$ de manera que $\vec{f}$ admita función potencial en $\Re^2$ y, en ese caso, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ desde $A = (0,3)$ hasta $B = (1,4)$ a lo largo de la curva de ecuación $y = x^5 + 3$.

3. **Calcule** el volumen del cuerpo D definido por: $x^2 + (z-1)^2 \leq 1$, $0 \leq y \leq x$.

4. Siendo $\vec{f}(x,y,z) = (x^2yz + h(y), g(x,z), x^3y)$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva C de ecuación $\vec{X} = (3\cos(t), 5, 3\operatorname{sen}(t))$ con $t \in [0, 2\pi]$ respetando la orientación impuesta por esta parametrización.

5. **Calcule** $\iint_D (x+y)^2\, dx\, dy$ con $D = \{(x,y) \in \Re^2 / 2 \leq x + y \leq 4 \wedge y \geq x \wedge x \geq 0\}$ aplicando el cambio de variables definido por $(x,y) = (v - 2u, 2u)$.

evaluación integradora de 16/07/19

1. **Calcule** el volumen del cuerpo D limitado por las superficies de ecuaciones $z = 12 - 2x^2$ y $z = x^2 + 3y^2$.

---

2. Dada la superficie abierta Σ de ecuación $z = x^2$ con $z \le 9,\ 0 \le y \le 1$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través Σ orientada hacia z^+ sabiendo que $\vec{f}(x,y,z) = (x,\ x\varphi(y,z),\ 3z)$ con $\vec{f}$ continuo en $\Re^3$.

3. Dado $\vec{f}(x,y) = (xy,\ x^2)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ desde $(1,3)$ hasta $(2,5)$ a lo largo de la curva integral (solución particular) de $y' + x^{-1}\,y = 3x$ que contiene a dichos puntos.

4. **Calcule** el área de la superficie Σ de ecuación $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ con $x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 1$.

5. Sabiendo que $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$ y que $\vec{f}(x,y,z) = (x^2 z,\ x z^2 + h(y),\ y\,h(z))$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva de ecuación $\vec{X} = (2\cos(t),\ 2\operatorname{sen}(t),\ 5)$ con $0 \le t \le \pi$ con la orientación impuesta por la parametrización dada.

---

evaluación integradora del 10/12/19

1. Sean la superficie Σ de ecuación $y = x^2 + 1$ con $y \le 5,\ 0 \le z \le 2$ y el campo vectorial $\vec{f}$ definido en $\Re^3$ tal que $\vec{f}(x,y,z) = (3x,\ 2y,\ xz)$. **Calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de Σ **indicando** gráficamente cómo decidió orientar a la superficie.

2. Sabiendo que $\phi(x,y) = x^2 y + 1$ es la función potencial del campo $\vec{f}$ en $\Re^2$, **halle** una ecuación para la línea de campo de $\vec{f}$ que pasa por el punto $(2,1)$ e **indique** gráficamente la orientación de dicha línea en ese punto.

3. Siendo $\vec{f}(x,y) = (x + y,\ 5x + \varphi(y))$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^2)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ desde $A = (2,0)$ hasta $B = (0,0)$ a lo largo de la curva Γ de ecuación $x^2 + y^2 = 2x$ con $y \ge 0$.

---

4. Siendo $\vec{f}(x,y,z) = (3xy^2 + g(y),\ g(x) - y^3,\ z^2)$ con $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie frontera del cuerpo D definido por: $x^2 + y^2 \le 4,\ y \le z \le y + 1$ **indicando** qué orientación adopta para dicha superficie.

5. Sea C la curva definida por la intersección de las superficies Σ_1 y Σ_2 cuyas ecuaciones son:
$$\Sigma_1 : x^2 y + xz = 3 \quad \text{y} \quad \Sigma_2 : xy - z^2 = 1.$$
Si r_o es la recta tangente a C en $P = (1,2,1)$, **calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de r_o desde el punto A hasta el B donde r_o interseca a la superficie de ecuación $z = x^2$, sabiendo que $\vec{f}(x,y,z) = (x-1,\ y-2,\ z-1)$.
En la resolución debe aclararse cuál de los dos puntos es el que se adopta como punto A, el otro será el B.

evaluación integradora de 06/08/19

1. Dado $\vec{f}(x,y,z) = (x\,y\,, z\,x\,,\, 2\,y\,z)$, **calcule** el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie abierta Σ de ecuación $z = 9 - x^2$ con $z \geq y$, $y \geq 0$, $x \geq 0$, orientada hacia z^+.

---

2. Dado $\vec{f}(x,y) = (\frac{-4\,y}{x^2+y^2}\,,\, \frac{4\,x}{x^2+y^2})$ definido en $\Re^2 - \{\vec{0}\}$, **analice** si $\vec{f}$ admite función potencial en dicho dominio.

3. **Demuestre** que $f(x,y) = e^{x^2+y^2+2\,x+5}$ produce un mínimo local en un punto (x_o, y_o) y **calcule** el volumen del cuerpo H definido por $0 \leq z \leq f(x,y)$ con $(x,y) \in D_{xy}$, donde D_{xy} es un círculo de radio $R = 1$ con centro en el mencionado punto (x_o, y_o).

---

4. Sea la curva Ω definida por la intersección de $y + z = 2$ con $4x^2 + y^2 = 4$, orientada de manera que su versor tangente en $(1,0,2)$ tiene componente en $\breve{k}$ negativa. **Calcule** la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Ω sabiendo que $\vec{f}(x,y,z) = (z^2\,,\, \varphi(z),\, y^2)$ con φ' continua en $\Re$.

---

5. Dado $\vec{f}(x,y,z) = (2 + x\,g(x),\, 3 + y\,g(x),\, 4 - 3z\,g(x))$ con $\vec{f}(1,0,0) = (2,3,4)$ y $\vec{f} \in C^1(\Re^3)$, **halle** una $g(x)$ de manera que el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie frontera ∂H del cubo H definido por $[-a,a]\times[-a,a]\times[-a,a]$ con $a > 0$ <u>resulte entrante y con módulo igual al doble del volumen</u> de H.