Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе

Дисциплина: Телекоммуникационные технологии

Тема: Сигналы телекоммуникационных. Преобразование Фурье.
Корреляция систем

Выполнил студент гр. 33501/2 Миносян Э.К
Преподаватель Богач Н.В.

Санкт-Петербург

25 апреля 2018 г.

0 Содержание

1 Цель работы

Познакомиться со средствами генерации и визуализации простых сигналов. Получить представление о спектрах теллекомуникационных сигналов.

2 Постановка задачи

- В командном окне MATLAB и в среде Simulink промоделировать синусоидальный и прямоугольный сигналы с различными параметрами. Получить их спектры. Вывести на график.
- Для сигналов, построенных в лабораторной работе №1, выполните расчет преобразования Фурье. Перечислите свойства преобразования Фурье.
- С помощью функции корреляции найдите позицию синхропосылки [101] в сигнале [0001010111000010]. Получите пакет данных, если известно, что его длина составляет 8 бит без учета синхропосылки. Вычислите корреляцию прямым методом, воспользуйтесь алгоритмом быстрой корреляции, сравните время работы обоих алгоритмов.
- Быстрая корреляция

3 Теория

3.1 Сигналы

Сигнал(в теории связи и информации) — материальный носитель информации, используемый для передачи сообщений в системе связи. Сигнал может генерироваться, но его приём не обязателен, в отличие от сообщения, которое должно быть принято принимающей стороной, иначе оно не является сообщением. Сигналом может быть любой физический процесс, параметры которого изменяются в соответствии с передаваемым сообщением..

Сигнал, детерминированный или случайный, описывают математической моделью, функцией, характеризующей изменение параметров сигнала. Математическая модель представления сигнала, как функции времени, является основополагающей концепцией теоретической радиотехники, оказавшейся плодотворной как для анализа, так и для синтеза радиотехнических устройств и систем. В радиотехнике альтернативой сигналу, который несёт полезную информацию, является шум — обычно случайная функция времени, взаимодействующая (например, путём сложения) с сигналом и искажающая его.

Классификация сигналов:

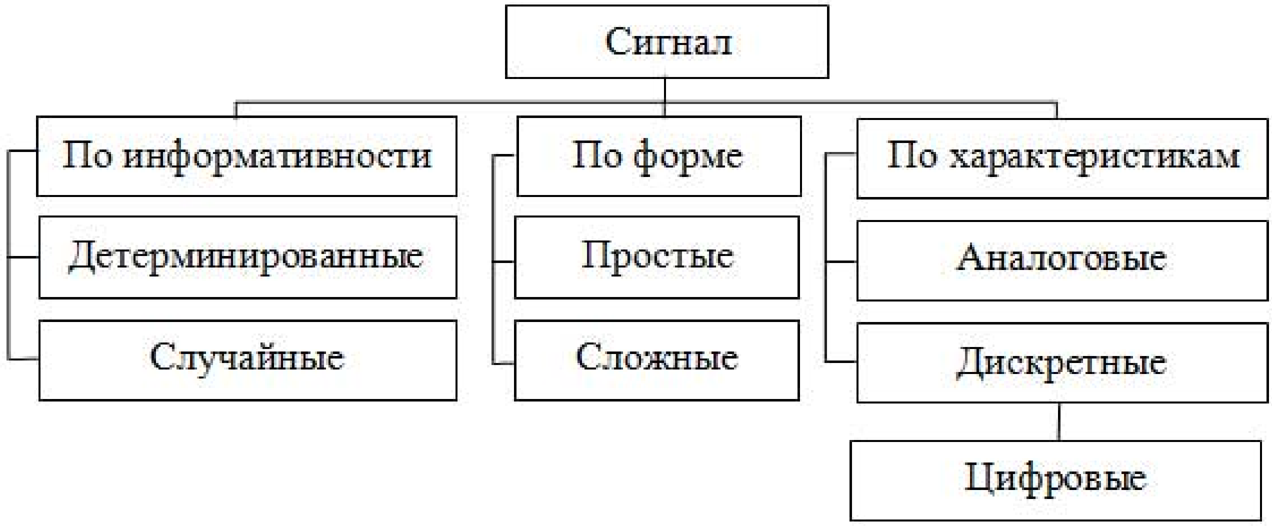

Рис. 3.1: Классификации сигналов

3.2 Преобразования Фурье

Преобразования Фурье осуществляется с помощью ряда Фурье и с помощью интеграла Фурье, причём первый применяется когда функция периодическая, а второй когда она апериодична.

Любая ограниченная, периодическая функция, имеющая конечное число экстремумов на протяжении периода, может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j2\pi k f_1 t} \tag{3.1}$$

где $f_1 = 1/T_1; T_1$ - период функции $\varphi_p(t)$; C_k - постоянные коэффициенты. Коэффициенты находятся по следующей формуле:

$$C_k = \frac{1}{T_1}\int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt \tag{3.2}$$

Значение выражения не зависит от t_0. Как правило, берется $t_0 = 0$ или $t_0 = -T_1/2$.

Приведенные формулы можно записать в виде одного выражения:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T_1}\int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt\right] e^{j2\pi k f_1 t} \tag{3.3}$$

Ряд Фурье справедлив для периодических сигналов, однако на его основе можно вывести соотношения и для непериодических сигналов. В этом случае период $T_1 \to \infty$, в связи с этим частота $f_1 \to 0$ и обозначается как df, kf_1 является текущим значением частоты f, а сумма меняется на интеграл. В результате получается выражение:

$$\varphi_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi ft} dt \right] e^{j2\pi ft} df. \tag{3.4}$$

Это выражение называется интегралом Фурье и объединяет прямое преобразование Фурье:

$$\Phi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi ft} dt \tag{3.5}$$

с обратным преобразованием Фурье:

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(f) e^{j2\pi ft} dt. \tag{3.6}$$

Приведенные преобразования существуют только для функций с ограниченной энергией:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 dt \neq \infty \tag{3.7}$$

В большинстве случаев термин преобразование Фурье обозначает именно интеграл Фурье. Преобразование Фурье сигнала ещё называют спектром сигнала.

3.3 Свойства преобразования Фурье

Преобразование Фурье имеет следующие свойства:

- Смещение функций.

При смещении функции на t_0 ее Преобразование Фурье умножается на $e^{j2\pi ft_0}$

- Суммирование функций.

Преобразование Фурье – линейное преобразование. Отсюда следует:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \varphi_i(t) \leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \Phi_i(f) \tag{3.8}$$

где α_i постоянный коэффициент.

$$\varphi(t - t_0) \leftrightarrow e^{-j2\pi ft_0} \Phi(f). \tag{3.9}$$

- Свертывание функций.

Преобразование Фурье свертки двух функций равно произведению Преобразований Фурье этих функций:

- Перемножение функций.

Преобразование Фурье произведения двух функции равно свертке Преобразований Фурье этих функций:

$$\varphi_1(t)\varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f) * \Phi_2(f). \tag{3.10}$$

- Изменение масштаба аргумента функции.

При домножении аргумента функции t на постоянный коэффициент α, Преобразование Фурье функции имеет вид $\frac{1}{|\alpha|}\Phi(\frac{f}{\alpha})$:

$$\varphi(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha}\Phi\left(\frac{f}{\alpha}\right) \tag{3.11}$$

$$\varphi_1(t) * \varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f)\Phi_2(f). \tag{3.12}$$

- Обратимость преобразования.

Преобразование обратимо с точность до знака аргумента.

$$\varphi(t) \leftarrow \Phi(f) \tag{3.13}$$

$$\Phi(t) \leftrightarrow \varphi(-f), \Phi(-t) \leftrightarrow \varphi(f) \tag{3.14}$$

- Дифференцирование функции.

При дифференцировании функции ее ПФ домножается на $j2\pi f$:

$$\frac{d[\varphi(t)]}{dt} \leftrightarrow j2\pi f\Phi(f) \tag{3.15}$$

- Интегрирование функции.

При интегрировании функции ее Преобразование Фурье делится на $j2\pi f$:

$$\int_{-\infty}^{t} \varphi(t')dt' \leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f}\Phi(f) \tag{3.16}$$

3.4 Корреляция сигналов

Корреляция является методом анализа сигналов.

Корреляционный анализ дает возможность установить в сигналах (или в рядах цифровых данных сигналов) наличие определенной связи изменения значений сигналов по независимой переменной, когда большие значения одного сигнала связаны с большими значениями другого сигнала (положительная корреляция), или малые значения одного сигнала связаны с большими значениями другого (отрицательная корреляция), или данные двух сигналов никак не связаны (нулевая корреляция).

Чтобы найти посылку в сигнале зачастую используется алгоритм взаимной корреляции, где N- длинна всех x и y. Для этого сдвигается один вектор относительно другого, при этом каждый раз находя значение корреляции. Там, где значение корреляции будет максимальным, будет находиться искомая посылка:

$$R = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i * y_i \qquad (3.17)$$

Алгоритм быстрой корреляции выглядит следующим образом:

$$R = \frac{1}{N}F_d^{-1}[X's * Y] \qquad (3.18)$$

4 Ход работы

4.1 Моделирование синусоидального сигнала и получение спектра

```
A1 = 1; %Амплитуда 1
f01 = 10; % Частота 1
A2 = 5; % Амплитуда 2
f02 = 100; % Частота 2
t=0:0.001:1; %Время
Kdis = 8;
fs1= f01*Kdis; % Частота дискретизации 1
fs2= f02*Kdis; % Частота дискретизации 2
y1 = A1*sin(2*pi*f01*t);
y2 = A2*sin(2*pi*f02*t);
figure;
plot(t,y1);
figure;
plot(t,y2);

N=length(t);
ffts1=abs(fft(y1,N)); % преобразование фурье по модулю
ffts1=2*ffts1./N;% нормализация
ffts1(1)=ffts1(1)/2;% нормировка постоянной составляющей в спектре
f1=0:fs1/N:fs1/2-fs1/N;% вектор частот
figure;plot(f1,ffts1(1:length(f1)),'m');%вывод спектра 1
ffts2=abs(fft(y2,N));
ffts2=2*ffts2./N;% нормализация
ffts2(1)=ffts2(1)/2;% нормировка постоянной составляющей в спектре
f2=0:fs2/N:fs2/2-fs2/N;% вектор частот для 2го примера
figure;plot(f2,ffts2(1:length(f2)),'m');%вывод спектра для 2го примера
```

Рис. 4.1: Код MATLAB

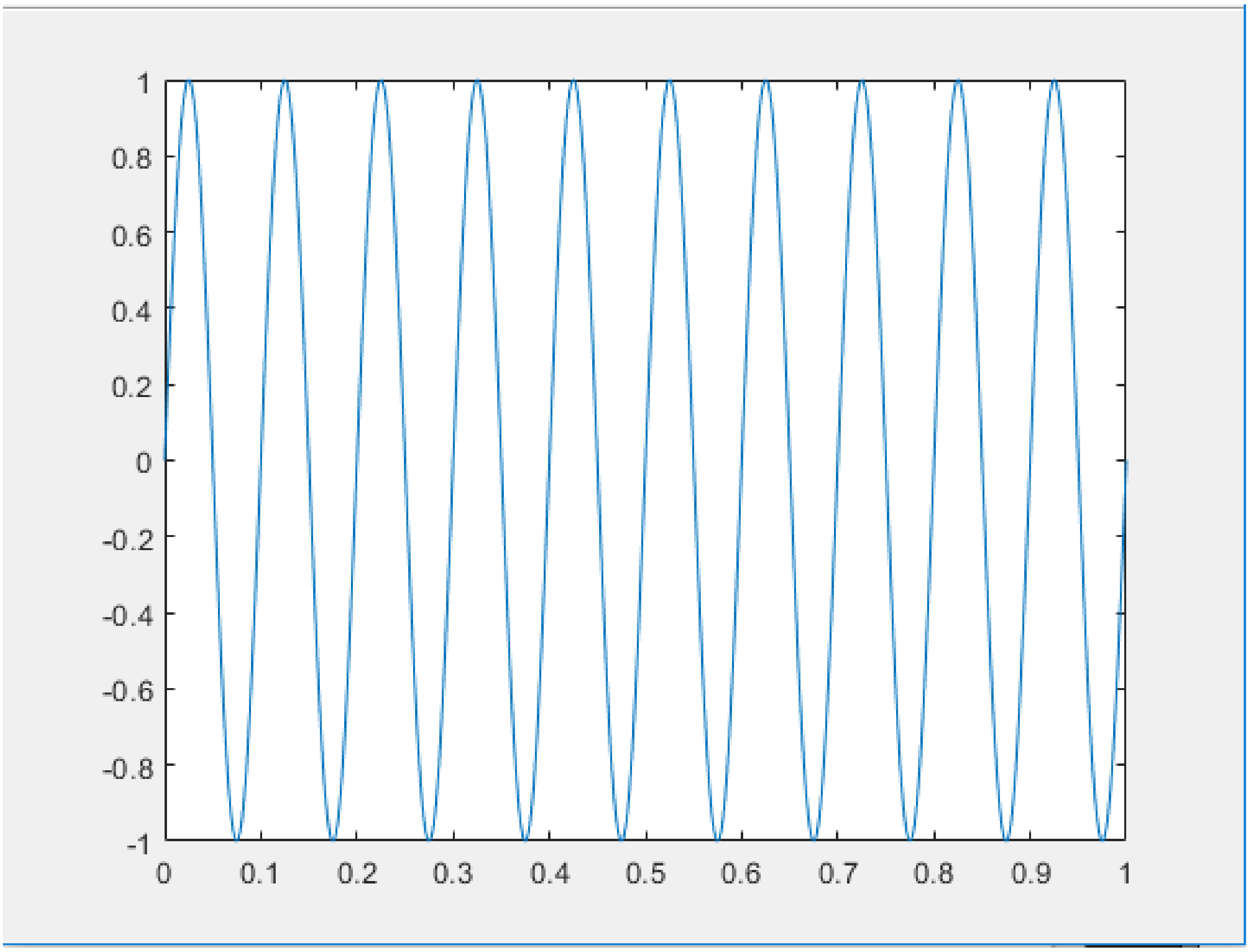

Рис. 4.2: Синусоидальный сигнал 1

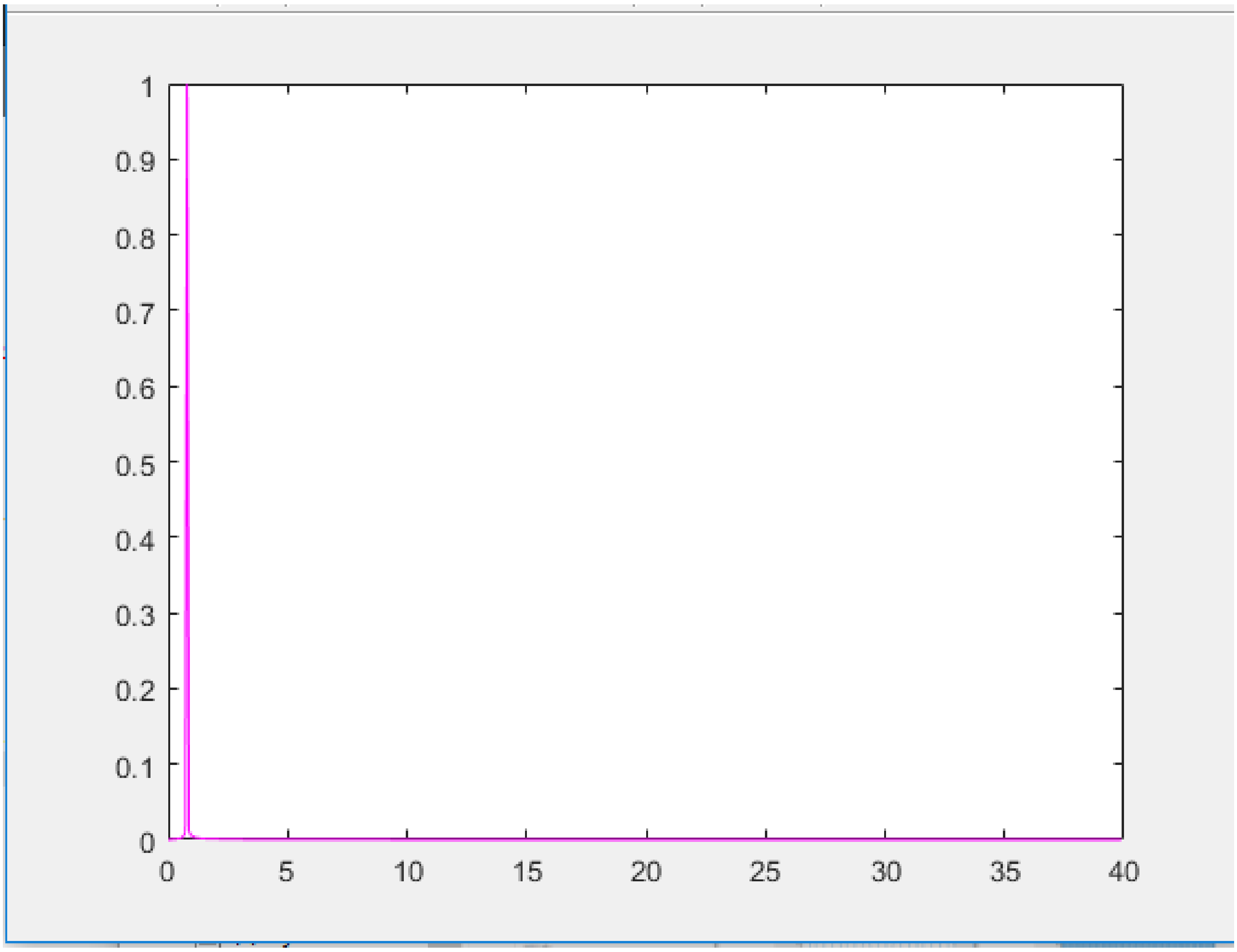

Рис. 4.3: Спектр сигнала синусоидального сигнала 1

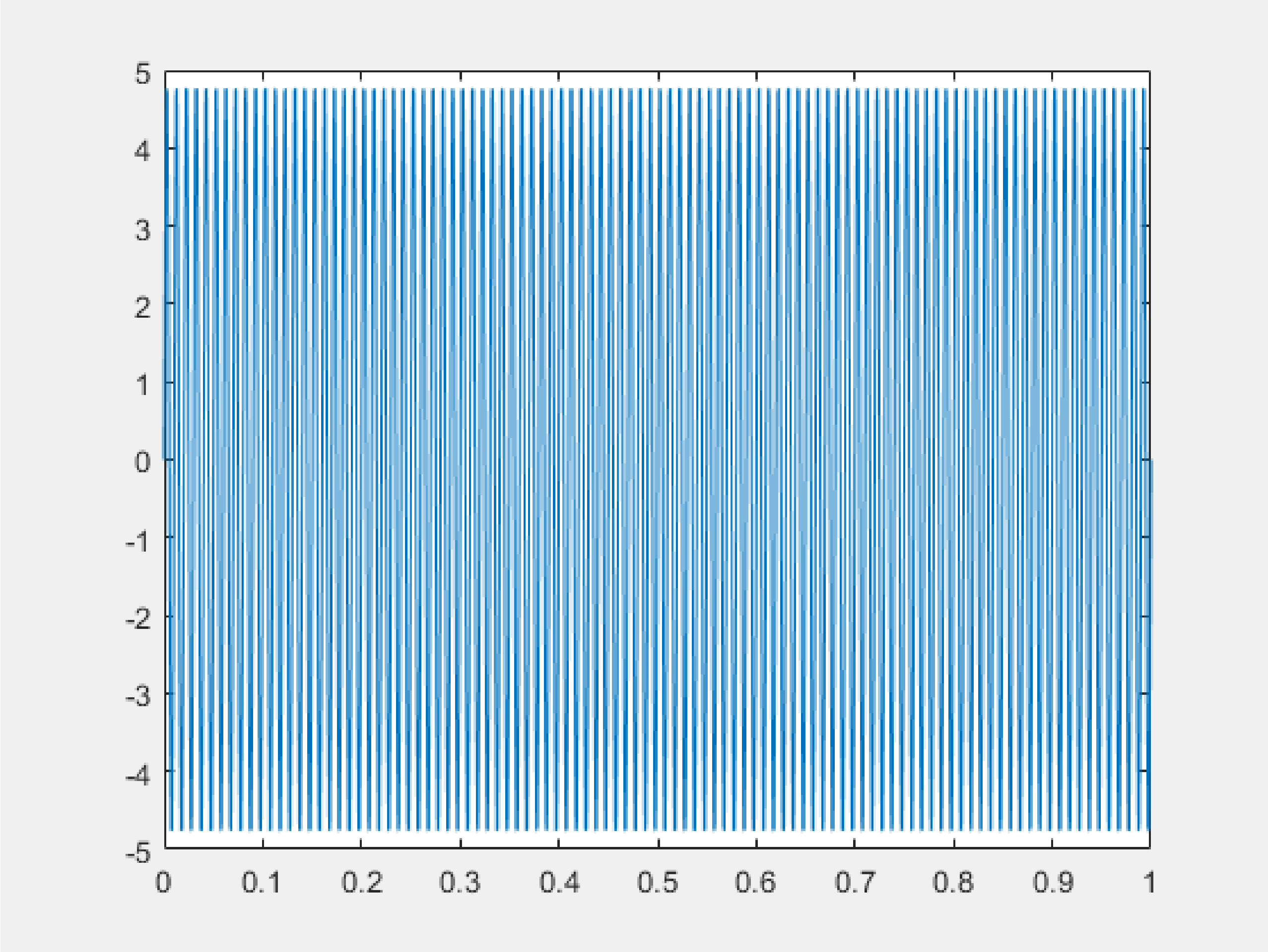

Рис. 4.4: Синусоидальный сигнал 2

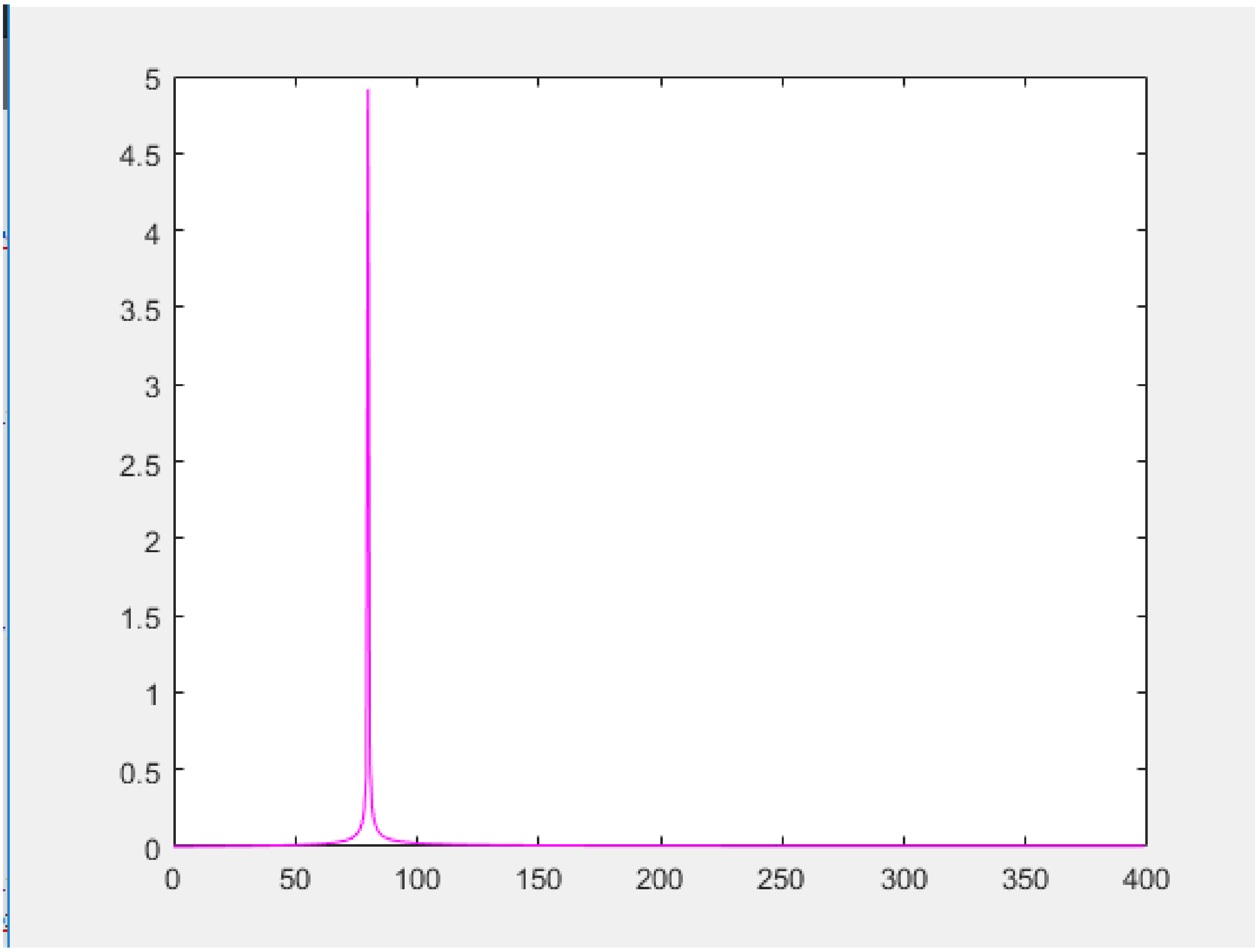

Рис. 4.5: Спектр сигнала синусоидального сигнала 1

4.2 Моделирование прямоугольного сигнала и получение спектра

```
t=0:0.01:100;
p1=25;
y1=square(t,p1);
figure;plot(t,y1);
p2=15;
y2=square(t,p2);
figure;plot(t,y2);
N=length(t);

ffts1=abs(fft(y1,N)); % преобразование Фурье по модулю
ffts1=2*ffts1./N;% нормализация
ffts1(1)=ffts1(1)/2;% нормировка постоянной составляющей в спектре
f1=2*N*(0:(N/2))/N;% вектор частот
figure;plot(f1,ffts1(1:length(f1)),'m');%вывод спектра 1

ffts2=abs(fft(y2,N)); % преобразование Фурье по модулю
ffts2=2*ffts2./N;% нормализация
ffts2(1)=ffts2(1)/2;% нормировка постоянной составляющей в спектре
f2=2*N*(0:(N/2))/N;% вектор частот
figure;plot(f2,ffts2(1:length(f2)),'m');%вывод спектра 1
```

Рис. 4.6: Код MATLAB

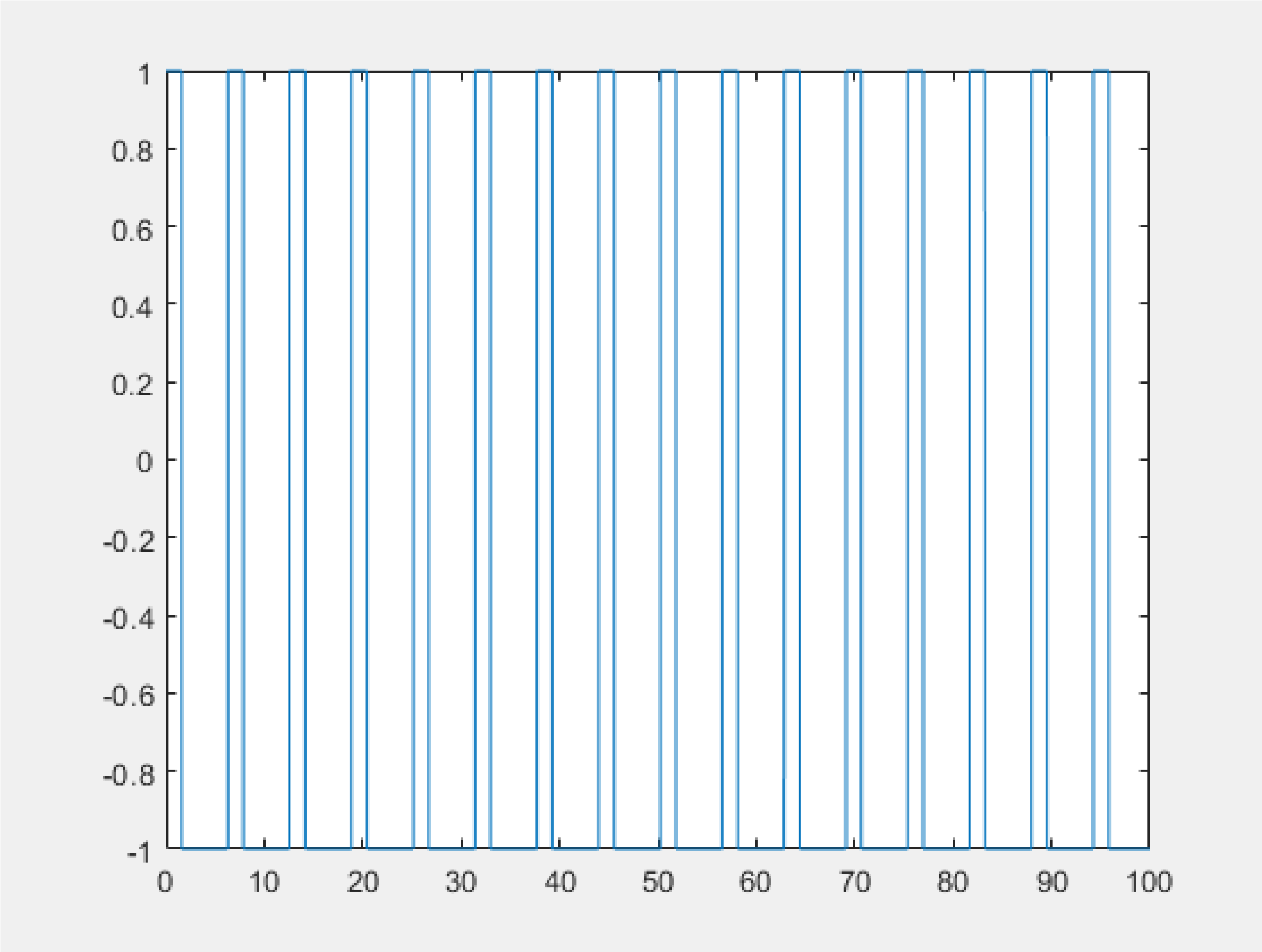

Рис. 4.7: Прямоугольный сигнал 1

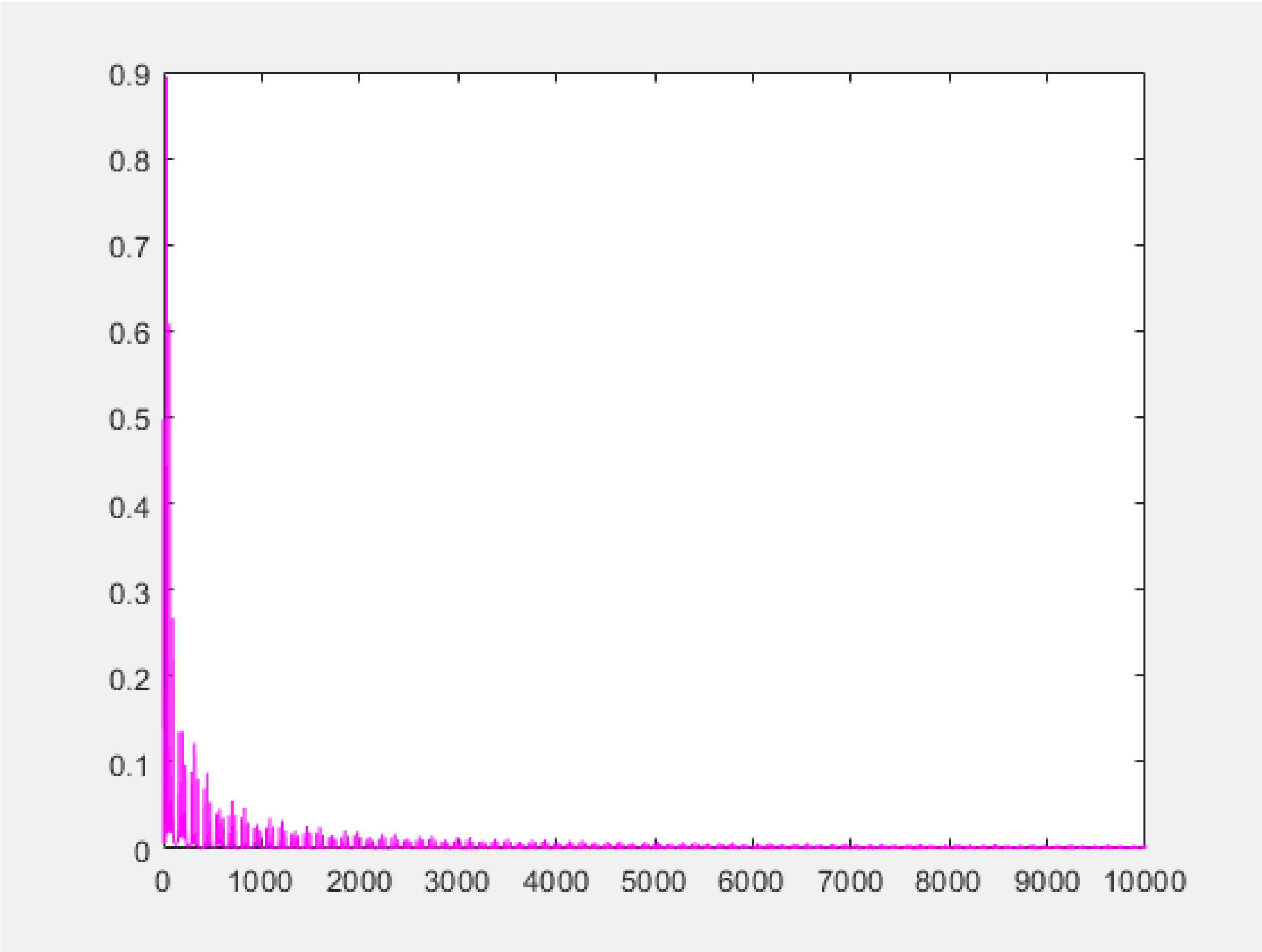

Рис. 4.8: Спектр сигнала прямоугольного сигнала 1

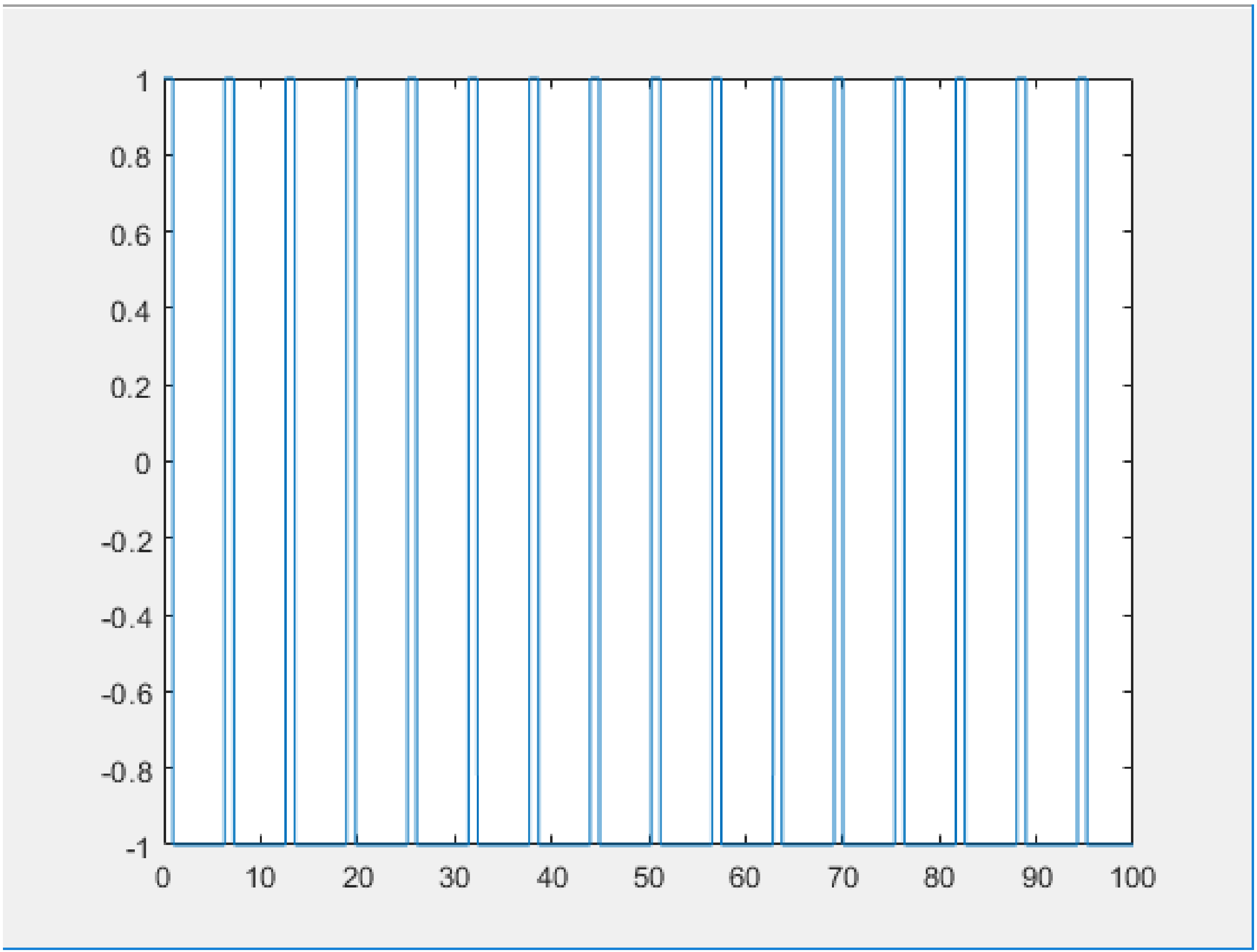

Рис. 4.9: Прямоугольный сигнал 2

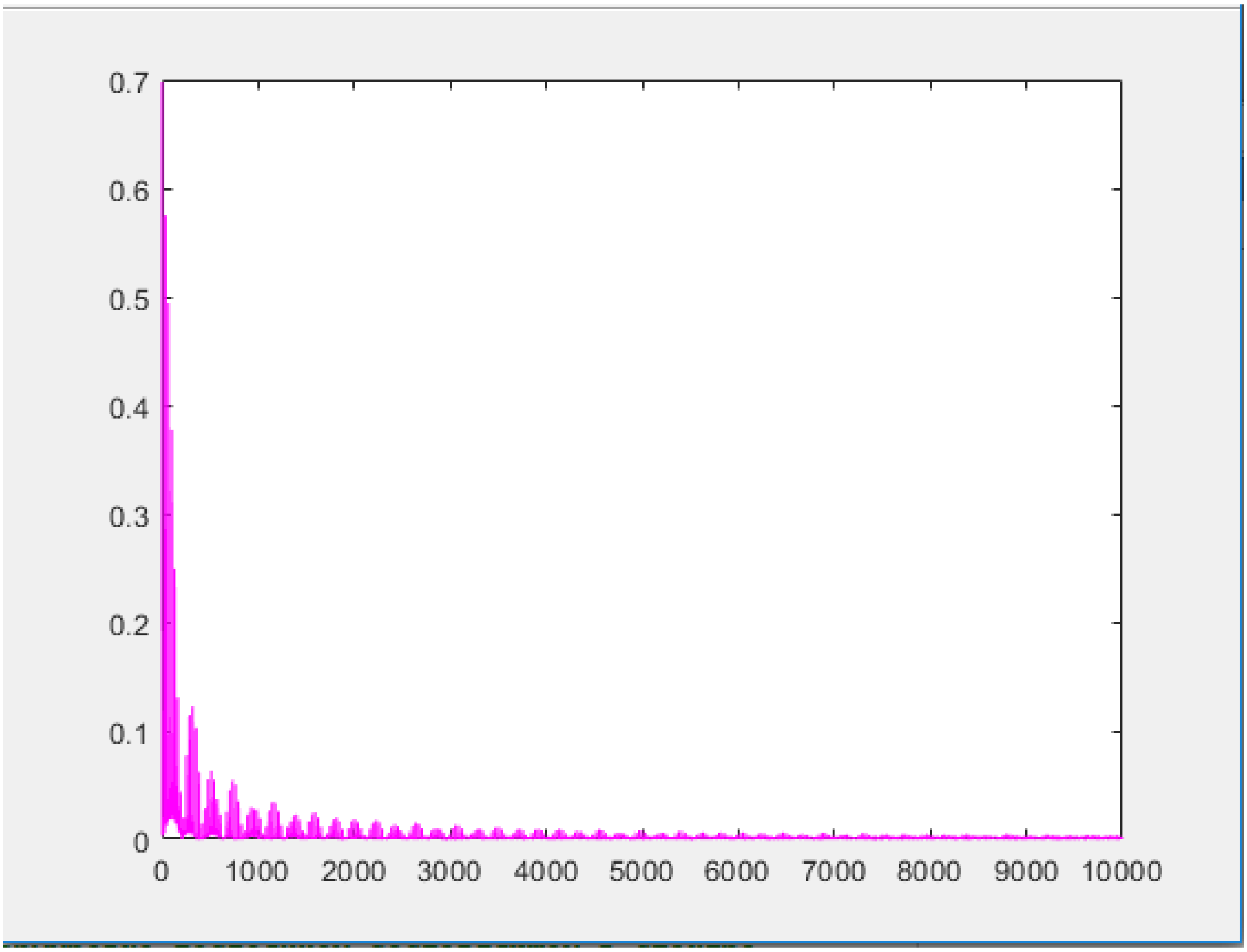

Рис. 4.10: Спектр сигнала прямоугольного сигнала 2

5 Синхропосылка

5.1 Сравнение алгоритмов прямой и быстрой корреляции

В приведённом ниже коде сравниваются алгоритмы прямой и быстрой корреляции. Необходимо найти синхропосылку [101] в сигнале [0001010111000010].

```
t1 = [0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0];
t2 = [1 0 1];
tic;
[corr,lag] = xcorr(t1,t2);
toc;

figure
plot(lag,corr);
xlabel('lag');
ylabel('corr');
```

Рис. 5.1: Код алгоритма прямой корреляции в MATLAB.

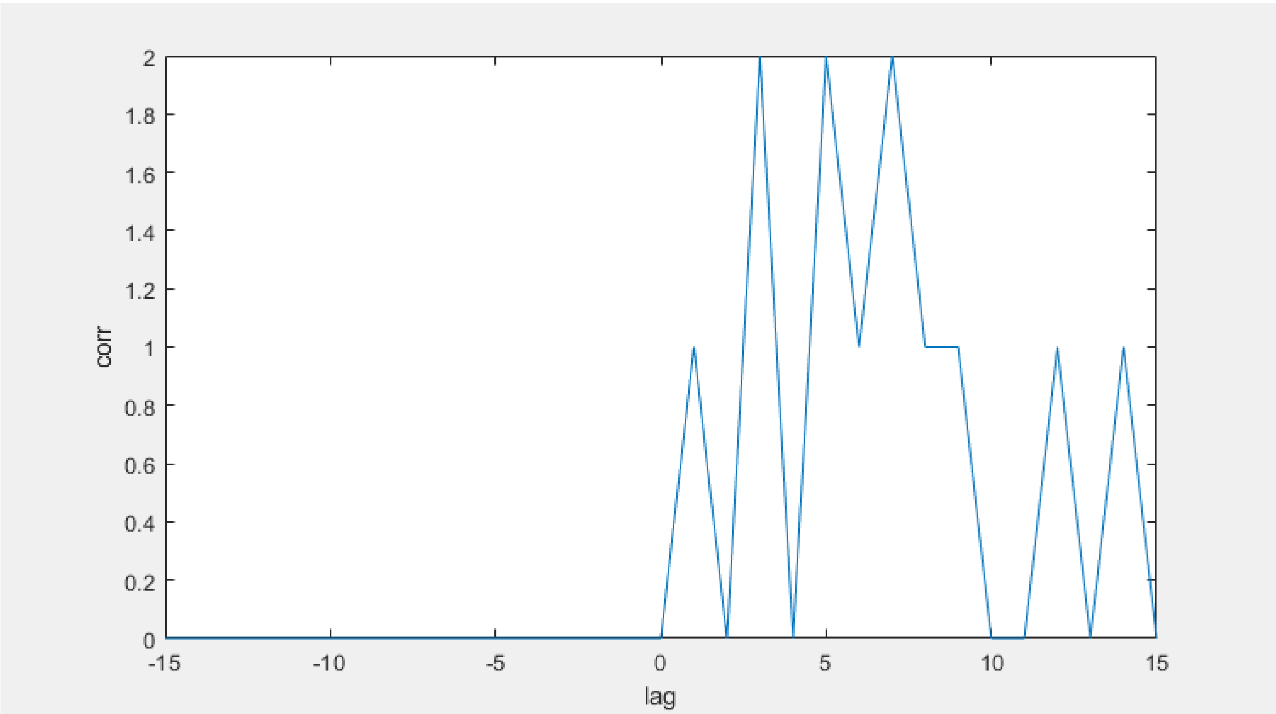

Рис. 5.2: Прямая корреляция

```
t1 = [0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0];
t2 = [1 0 1];
Fs=(numel(t1)-1);
tic;
corr=ifft(fft(t2,2*Fs).*fft(t1,2*Fs),2*Fs);
lag = [-Fs:Fs-1];
toc;

figure
plot(lag,corr);
xlabel('lag');
ylabel('corr');
```

Рис. 5.3: Код алгоритма быстрой корреляции в MATLAB.

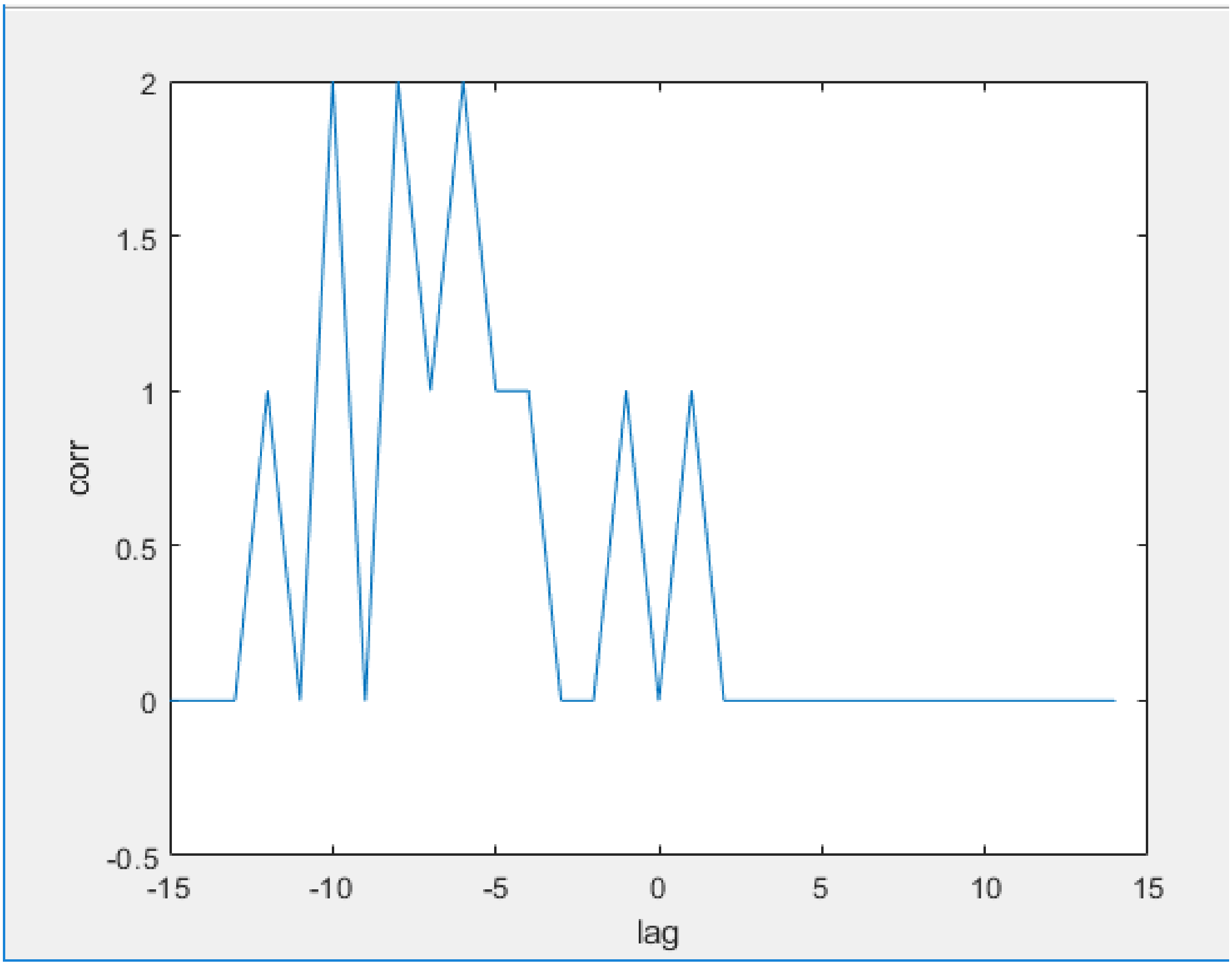

Рис. 5.4: Быстрая корреляция

```
>> posylka
Elapsed time is 0.000197 seconds.
>> posylka2
Elapsed time is 0.000050 seconds.
```

Рис. 5.5: Время выполнения прямой и быстрой корреляции

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что выполнение быстрой корреляции происходит в несколько раз быстрее

6 Выводы

В ходе лабораторной работы была проведено моделирование различных непрерывных и дискретных сигналов, был получен спектр сигнала. Сигналы были смоделированы при помощи средств среды MATLAB.Также проводилось сравнение алгоритмов быстрой и прямой корреляции.Полученные результаты подтвердили, что быстрая корреляция выполняется гораздо быстрее