КАКВО ЩЕ УЧИМ???

ЧАСТ 1: Вероятности

Много **<u>алгоритми </u>**се основават на случайността => е необходимо да се използва ТВ

Констриурането на някои компютърни системи, като
-управление на паметта,
- прогнозиране на маршрут,
-балансиране на натоварването,
се основава на вероятностни предположения и анализи.

ЧАСТ 2: Статистика

Обработката на данни е една основна задача днес в редица области, в икономиката, в социологията, в промишлеността и пр. От друга страна тази обработка става само със съвременни ИТ системи, и затова поне елементарното познаване на основните статистическите методи е необходимо за бъдещи информатици, на които може да се наложи да правят/модифицират софтуер със статистика.

Да започнем с Вероятности

Основни понятия в ТВ

За всяка реална задача, най напред трябва да се направят някакви реални ограничения/предположения за да се стигне до ИЗЯСНЯВАНЕ на проблема:

Например,

1. **Колата е с един и същи шанс да бъде зад всяка от вратите.**
2. **Играчът е с еднаква възможност да избере коя да е от 3-те врати;**
3. **След като играчът избере врата, водещият ЗАДЪЛЖИТЕЛНО отваря врата, зад която има коза и предлага на играча да си остане с първоначалния избор или да смени избора си.**
4. ***Ако водещият има избор коя врата да отвори, то всяка от тях е с един и същи шанс да бъде отворена.***

Как да отговорим на въпроса:

"Каква е вероятността, че —— ?"

"Каква е вероятността ако играчът , който променя избора си, да спечели колата?

Основни понятия в ТВ

Опит

Всеки вероятностен проблем е свързан със случаен опит, процес или игра.

Елементарно събитие

Всеки изход на опита

Пространство от събития, S

Съкупност от всички елементарни изходи, свързани с даден опит

Събитие

Всяка съвкупност от елементарни събития (всяко подмножество на S).

Обикновено събитията се означават с главни латински букви: *A, B,C,...*

Един изход е благоприятен за събитие A, ако е елемент на A

Пример

Игра със зарче, например “*не се сърди човече*”. Всеки играч хвърля един път зарче.

Опит

Подхвърляне на зарчето, което пада на масата с една страна нагоре. На тази страна има брой точки.

Елементарно събитие

Падат се 1,2, 3,4,5 или 6 точки, Всяка от тези възможности е елем. събитие.

Пространство от събития, S

Състои се от 6 ел. съб.

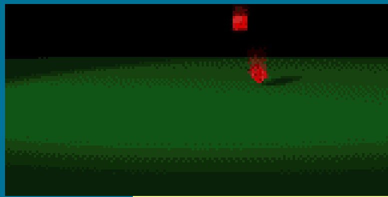
S={1,2,3,4,5,6}

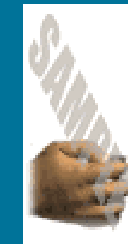
Събитие

A={1,2,3}, или B={1,3,5} или C={6} и т.н.

Събитието А има 3 благоприятни изхода, събитието С има един благоприятен изход

Примери





опит: Хвърляне на монета един път. S={Л,Г},
A={Г}, B={Л}

Опит: **хвърляне на зарче един път. S={1,2,3,4,5,6},**
A={нечетен брой точки върху зара}={1,3,5}
B={поне 5 точки на зара}={5,6}
C= {по-малко от 4 точки на зара}={1,2,3}

Опит: **избор на листче измежду 4 листчета с написани числата от 1 до 4 върху тях. S={1,2,3,4},**
A={нечетно число върху листчето}={1,3}
B={число по-голямо от 4 върху листчето}=празно

Опит:**хвърляне на бял и червен за едновременно един път.**
S={11,12,13,…,64,65,66},
A={една точка на всеки зар}={11}
B={поне 5 точки на бял зар}={51,52,53,…,65,66}
C= {сума 4 от точките на двата зара}={13,22,31}

Опит: **Хвърляне на един зар два пъти**

Опит: стрелба по кръгова мишена.
S={всички точки от кръга}
A={попадение в десятката}={точките от кръга, които са означени с 10}

Опит: Хвърляне на монета до поява на лице.
S={Л, ГЛ,ГГЛ,ГГГЛ,ГГГГЛ, ... },
A={точно един герб}={ГЛ}
B={поне един герб}={ГЛ,ГГЛ,ГГГЛ,ГГГГЛ, ... }

Видове пространства от елем. изходи S

крайномерни

Изброими безкрайни

неизброими

Видове събития

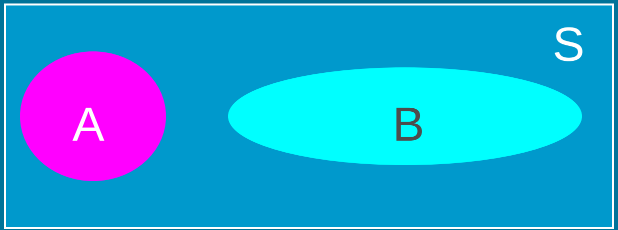
Достоверно

Състои се от всички изходи, свързани с даден опит= S

Невъзможно ∅

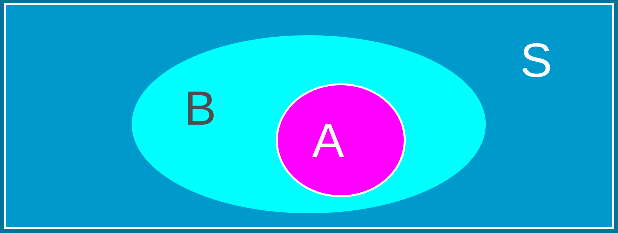
Несъвместими

Събития, които нямат общи благоприятни изходи



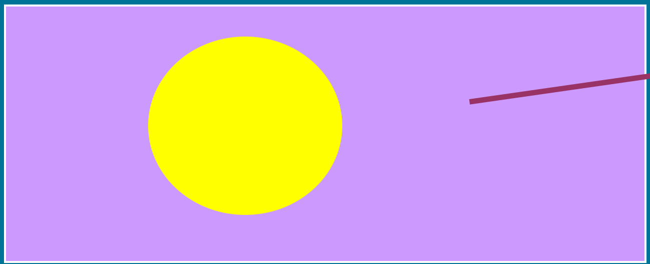
А влече В

Всеки благоприятен изход на А е благоприятен изход и за В



Допълнение

Събитието $\overline{A}$ се нарича допълнение на събитието А, ако се състои от всички изходи на пространството S, които не принадлежат на А



Допълнение на събитието А

Казваме, че настъпва събитието А, ако след изпълнение на опита се наблюдава изход от А (благоприятен за А)

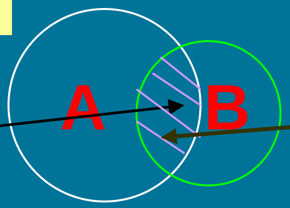
$\overline{A}$ и А са несъвместими

Действия със събития

Нека A,B са събития

$A \cap B$

***Сечение** на две събития:*

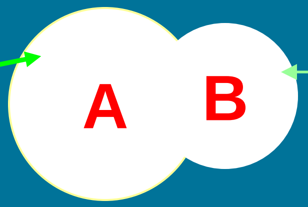


и

A и B е събитие, което се състои от всички изходи, които принадлежат както на A така и на B.

***Сума** на две събития :*

$A \cup B$



или

A или B е събитие, което се състои от всички изходи, които принадлежат или на *A*, или на *B*, или и на двете

С. Христова

Примери

Карта е избрана по случаен начин от колода от 52 карти

A={избраната карта е черна} B={избраната карта е пика}

C={избраната карта е поп} D={избраната карта е спатия}

B или C= Избраната карта е пика или поп $= B \cup C$

B и C= Избраната карта е поп пика $= B \cap C$

A или B= Избраната карта е черна $= A \cup B$

A и B= Избраната карта е пика $= A \cap B$

B или D= A $= B \cup D$

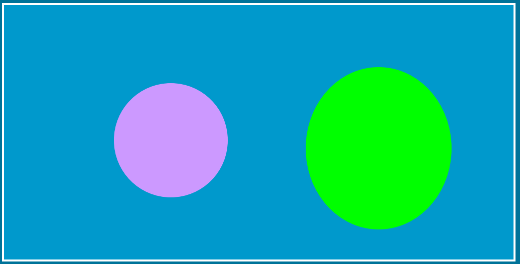
B и D= празно $= B \cap D$

С. Христова

Свойства

Нека A и B са несъвместими събития

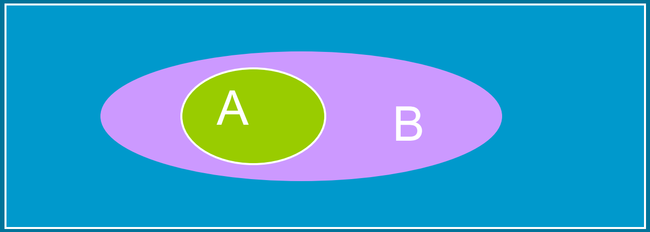
$A \cap B$ = A и B= невъзможното



$A \cap \overline{A}$ = невъзможното

$A \cup \overline{A} =$ S

Нека A влече B



$A \cap B$ = A и B= A → $A \cap S$ = A и S= A

$A \cup B$ = A или B= B → $A \cup S$ = A или S= S

Вероятност

Вероятността на едно събитие А, ще означаваме с *P*(*A*).

Дефиниция

На всяко събитие А се съпоставя число Р(А) за което:

1. **Р(А)≥0**
2. **P(S)=1**
3. **Р е (безкрайно) адитивна, т.е. ако** $A_1, A_2, \ldots$ **е крайна или безкрайна редица от несъвместими събития, то**

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots$$

Как да си представим <u>**практическия смисъл**</u> на понятието “ВЕРОЯТНОСТ:
Тя изразява възможността това събитие на настъпи;
по-голяма вероятност=по-голяма възможност/шанс да наблюдаваме това събитие

<u>ЗАПОМНИ ВЪПРОСА</u>: Ако Събитието А има Р(А)=0, означава ли това, че това събитие **НИКОГА** няма да се наблюдава? ОТГОВОРЪТ ПО-КЪСНО

Свойства на вероятността

Свойство 1

P(невъзможното)=0

Свойство 2

Ако A влече B ⇒ **P(A)≤P(B)**

Свойство 3

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Свойство 4

0 ≤ P(A)≤1

Частен случай

Класическа вероятност

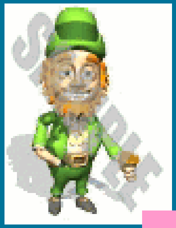
Само за крайномерни пространства

Само в случая, когато всички изходи са равновъзможни

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

k- брой благоприятни изходи на събитието А
n – брой на всички възможни изходи

Примери



опит: Хвърляне на монета един път. S={Л,Г},
A={Г}, B={Л}

P(A)=1/2, P(B)=1/2, P(S)=1

Опит: хвърляне на зарче един път. S={1,2,3,4,5,6},
A={нечетен брой точки върху зара}={1,3,5}
B={поне 5 точки на зара}={5,6}
C= {по-малко от 4 точки на зара}={1,2,3}

P(A)=3/6=0,5 P(B)=2/6=1/3 P(C)=3/6=0,5

Опит: **избор на семейство измежду всички с две деца.**
S={BB,AA,BA,AB}, където A-момиче, B-момче
A={семейството има едно момче}={BA, AB}
B={семейството има поне едно момче}={BA, AB, BB}

P(A)=2/4=0,5 P(B)=3/4=0,75

Опит: избор на листче измежду 4 листчета с написани числата от 1 до 4 върху тях.   S={1,2,3,4},
A={нечетно число върху листчето}={1,3}
B={число по-голямо от 4 върху листчето}=празно

P(A)=2/4   P(B)= 0

Опит: стрелба по кръгова мишена.
S={всички точки от кръга}
A={попадение в десятката}={точките от кръга, които са означени с 10}

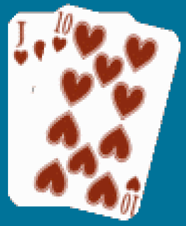
P(A) = ?????

Класическата вероятност е неприложима; пространството е безкрайно

Опит

Карта е избрана случайно от колода (тесте) карти (52 карти)

А/ Каква е вероятността избраната карта да е червена?



P(A)=26/52=1/2

Б/ Каква е вероятността избраната карта да е купа?

P(B)=13/52=1/4

В/ Каква е вероятността избраната карта да е поп?

P(C)=4/52=1/13

Г/ Каква е вероятността избраната карта да е червен поп?

P(D)=2/52=1/26

Д/Каква е вероятността избраната карта да е поп пика?

P(E)=1/52

С. Христова

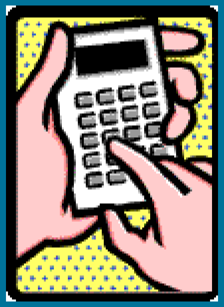
Опит

Пет карти са избрани случайно от колода карти (52 карти)

А/ Каква е вероятността точно една от избраните карти да е червена?

Колко са всички възможни изходи- начини за избор на 5 карти измежду 52 ?

Как да броим ???



Броене в хазарта

Какъв **процент** от "ръцете" при игра на покер са "двойка валета" ?

=Вероятност да се падне двойка валета

Броене при алгоритмите

d

- **брой сравнения необходими при сортиране на n елемента**
- **брой умножения при изчисляване на** d^n

Броене в криптографията

- брой възможни пароли
- брой възможни кодове

Принцип на събирането

Когато множествата A и B нямат общи елементи **или**

Принцип на Умножението **и**

Няколко примера:

Ако има 4 момчета и 3 момичета, колко двойки могат да се формират? $4 \cdot 3 = 12$

Броене на стрингове

Брой на бинарни стрингове с дължина 4 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Брой на стрингове с дължина n от азбука с m символа m^n

Броене на пароли: Условия за паролите

- символите са букви (латински, 25 на брой) и цифри
- между 6 и 8 символа
- започва с буква
- големината на буквите(т.е. главни или малки букви) е без значение

Примери

За да се отвори един катинар е необходимо да се въведе код от 4 цифри. Колко различни кода са възможни?

10.10.10.10=10 000

Колко различни кода са възможни, ако кодът задължително започва с четна цифра? 5*10*10*10

Ако кодът на катинар се състои от 4 различни цифри, то колко кода са възможни?

10.9.8.7=5 040

Колко различни 4-цифрени числа с различни цифри могат да се запишат? (0 не може да е първа, т.е. **9*9*8*7**

Колко различни 4-цифрени **<u>нечетни</u>** числа с различни цифри могат да се запишат? (0 не може да е първа, но НЕ може да е последна=> **8*8*7*5**

Колко различни 4-цифрени **<u>четни</u>** числа с различни цифри могат да се запишат? (0 не може да е първа, но МОЖЕ да е последна=>

9.8.7.1 + 8.8.7.4 =2296

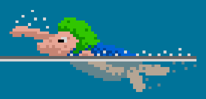
0 е последна цифра **0 НЕ е последна цифра**

Примери- продължение

15 ученика трябва да се подредят в редица. По колко различни начина могат да го направят?

15	14	13	.....	2	1

15!



Преподавател подготвя тестове за ученици, като разполага с 20 въпроса и всеки тест трябва да съдържа тези 20 въпроса, но в различен ред. Колко различни теста могат да се направят?

20	19	18	....	2	1

20!

Пример

НЕ-наредени без повторение

По колко различни начина могат да се изберат трима плувци от 10-членен отбор?

$$C_{10}^{\;3} = \frac{10(9)(8)}{3!} = \frac{720}{6} = 120$$

1.21. По колко начина може да се попълни един фиш от тотото в игрите "6 от 42" и "5 от 35"?

Отговор:

$$\frac{V_{49}^{6}}{P_6} = \frac{49!}{(49-6)!\,.6!} = 13983816$$

Пример

По колко различни начина могат да се изберат трима плувци от 10-членен отбор?

$$C_3^{10} = \frac{10(9)(8)}{3!} = \frac{720}{6} = 120$$

Пример (избор на тим)

Измежду 5 мъже и 7 жени трябва да се изберат петима, за да работят върху проект.

Колко различни 5-членни групи могат да се изберат?

$$C_{12}^{\,5}=\frac{12!}{5!(12-5)!}=\frac{12(11)(10)(9)(8)}{1(2)(3)(4)(5)}=792$$

Колко различни 5-членни групи могат да се изберат, ако трима са мъже, а останалите две са жени?

$$C_{5}^{\,3}=\frac{5(4)(3)}{3!}=10 \qquad C_{7}^{\,2}=\frac{7(6)}{2!}=21$$

210

мъже **жени**

Ако двама души настояват или да работят заедно или да не са в групата, то **колко различни 5-членни групи могат да се изберат**?

1 начин за двамата

$$\frac{10(9)(8)}{3!}=120 \quad + \quad C_{12-2}^{\,5}=\frac{10(9)(8)(7)(6)}{5!}=252$$

Опит

Пет карти са избрани случайно от колода карти (52 карти)

А/ Каква е вероятността точно една от избраните карти да е червена?

Колко са всички възможни изходи- начини за избор на 5 карти измежду 52 ?

$$C_5^{52} = \frac{52!}{5!(52-5)!} = \frac{52(51)(50)(49)(48)}{1(2)(3)(4)(5)} = 2598960$$

Колко са всички възможни изходи, при които една от картите е червена, а другите 4 са черни?

$$26(C_4^{26}) = 26\frac{26(25)(24)(23)}{1(2)(3)(4)} = 388700$$

$$P = \frac{388700}{2598960} \approx 0{,}15$$

Продължение

Б/ Каква е вероятността точно една от избраните карти да е купа?

Колко са всички възможни изходи, при които една от картите е купа, а другите 4 не са купи?

$$13(C_4^{39}) = 13\frac{39(38)(37)(36)}{1(2)(3)(4)} = 1069263$$

$$P = \frac{1069263}{2598960} \approx 0{,}41$$

В/ Каква е вероятността точно една от избраните карти да е поп?

Колко са всички възможни изходи, при които една от картите е поп, а другите 4 не са поп?

$$4(C_4^{48}) = 4\frac{48(47)(46)(45)}{1(2)(3)(4)} = 778320$$

$$P = \frac{778320}{2598960} \approx 0{,}3$$

В/ Каква е вероятността точно три от избраните карти да са поп?

Колко са всички възможни изходи, при които три от картите са поп, а другите 2 не са поп?

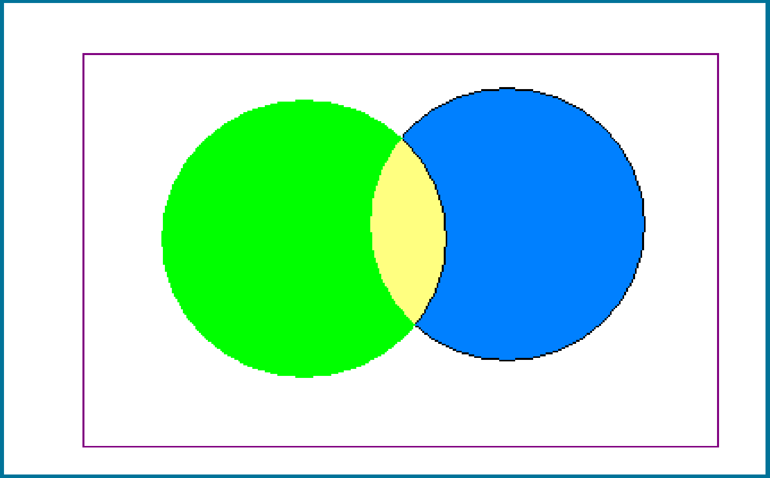
$$\left(C_3^{4}\right)(C_2^{48}) = \frac{4(3)(2)}{1(2)(3)}\ \frac{48(47)}{1(2)} = 4512$$

$$P = \frac{4512}{2598960} \approx 0{,}0017$$

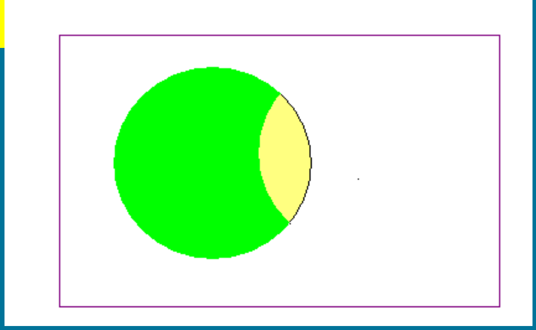
Формула за събиране на вероятности

$P(A \text{ или} B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ и } B)$

P(*A* или *B*) =

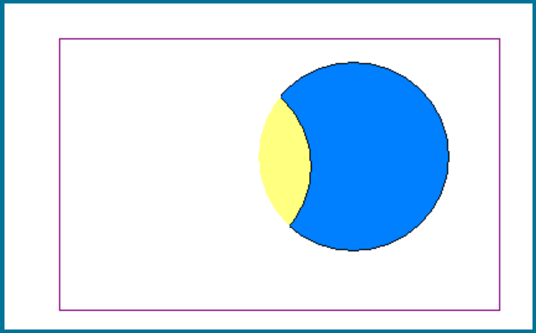


P(*A*)



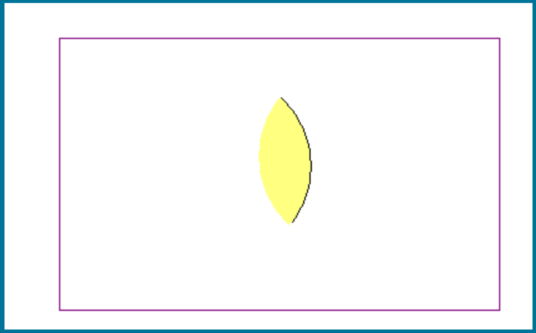
+

P(*B*)



–

P(*A* и *B*)



С. Христова

Условна вероятност

Да разгледаме **вероятностен опит** с **пространство от елементарните изходи** *S*

Нека B е събитие, от S (различно от невъзможното)

Каква е вероятността да настъпи събитието *A*, ***ако е известно***, че събитието *B* е настъпило ?

Означение: P(A|B)

Пример

Карта е изтеглена от колода от 52 карти. Ако е известно, че картата е червена, то каква е вероятността тя да е поп?

$$P(A \mid B) = \frac{2}{26}$$

$$P(A \text{ и } B) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

$$P(B) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

Формула:

Нека *A* и *B* са две събития от едно и също пространство S, и $P(B) > 0$. ***Условна вероятност*** на *A* при условие *B*

$$P(A|B) = \frac{P(A \text{ и } B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$\cap$

Умножение на вероятности

Каква е вероятността да настъпят и двете събития A и B?

$$P(A \text{ и } B) = P(A|B)\, P(B)$$

Пример 1:

В курса по информатика от 80 студента само 40 са изкарали над 10 точки и на двете контролни, а 60 са изкарали над 10 точки на втората контролна. Каква е вероятността, случайно избран студент от този курс, който е изкарал на втората контролна над 10 точки, да е изкарал и на първата над 10 точки?

A=студентът е изкарал над 10 точки на първата контролна

B=студентът е изкарал над 10 точки на втората контролна

P(B)=60/80=0,75

P(A и B)=40/80=0,5

P(A|B)=?

P(A|B)= 0, 5/0,75=0,66=2/3

Независими събития

Нека *A* и *B* са събития, свързани с един и същ опит.

Дефиниция 1 А и В са **независими** , ако **P(A|B)=P(A)**

Дефиниция 2 А и В са **независими** , ако **P(А и В)=P(A) P(B)**

Опит: Карта се избира случайно от колода от 52 карти.

А={избраната карта е червена}

В={избраната карта е дама}

Независими ли са А и В?

P(A)=0,5

P(A|B)=2/4=0,5

А и В са независими

С.Христова

Пример

Три от стените на правилен тетраедър са боядисани съответно в бяло, в зелено и в червено, а четвъртата е с триколъра на знамето ни. Тетраедърът е подхвърлен на пода.

A= стената на която пада тетраедъра съдържа **бял** цвят

B= стената на която пада тетраедъра съдържа **червен** цвят

C= стената на която пада тетраедъра съдържа **зелен** цвят

Независими ли са A,B и C?

P(A)=P(B)=P(C)=2/4=1/2

P(A и B)=1/4= P(A)P(B)

A и B са независими

P(C и B)= 1/4= P(C)P(B)

C и B са независими

P(A и C)= 1/4= P(A)P(C)

A и C са независими

P(AиBиC)= 1/4≠1/8=P(A)P(B)P(C)

A,B,C са независими по двойки

A,B и C са зависими

Условна вероятност

Формула:

Нека *A* и *B* са две събития от едно и също пространство S, и *P*(*B*) > 0. ***Условна вероятност*** на *A* при условие *B*

$$P(A|B)=\frac{P(A\,и\;\;B)}{P(B)}=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$\cap$

Умножение на вероятности

Каква е вероятността да настъпят и двете събития A и B?

P(A и B)=P(A|B) P(B)

Пример

Опит: две карти са избрани една по една от колода карти.

с връщане

Каква е вероятността **и** двете карти да са поп?

A= {първата карта е поп}   B= {втората карта е поп}

P(A и B)=P(B|A)P(A)

P(B|A)= 4/52

P(A)= 4/52

P(A иB)=(4/52)(4/52)=0,0059

A и B са независими

без връщане

P(A и B)=P(B|A)P(A)

P(B|A)= 3/51

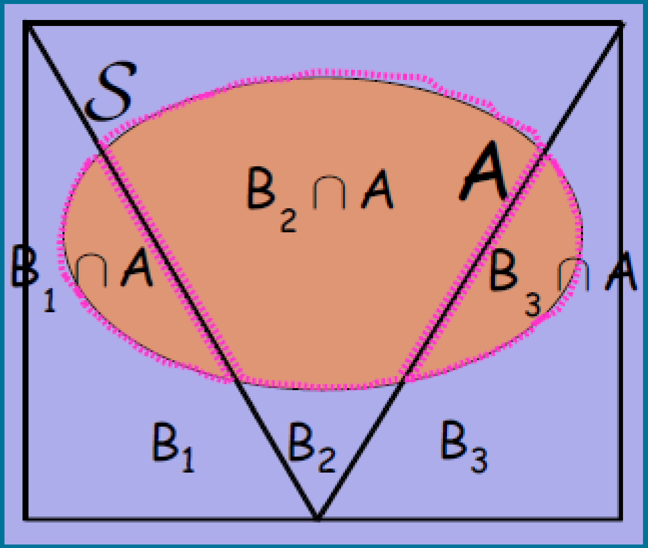
P(A)= 4/52

P(A и B)=(3/51)(4/52)=0,0045

A и B са зависими

Формула на пълната вероятност

Частен случай- три събития



Нека е даден опит с пространство S и събития B1, B2, B3 такива, че

- ***те са несъвместими***
- ***сумата им дава цялото пространство***

Нека A е друго събитие в S

Търсим P(A)=?

$$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + P(A|B_3)P(B_3)$$

пример

На масата има 20 непрозрачни плика, от които единият съдържа 20 лв. Двама студенти един след друг избират по един плик. Кой има по-голям шанс да избере печелившия плик – първия или втория избиращ студент?

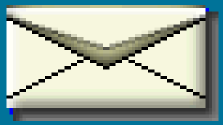
A={първия избира печелившия плик}
B ={втория избира печелившия плик}

P(A)= 1/20

P(B)=???

Разглеждаме събитията A и $\bar{A}$ – те образуват пълна група

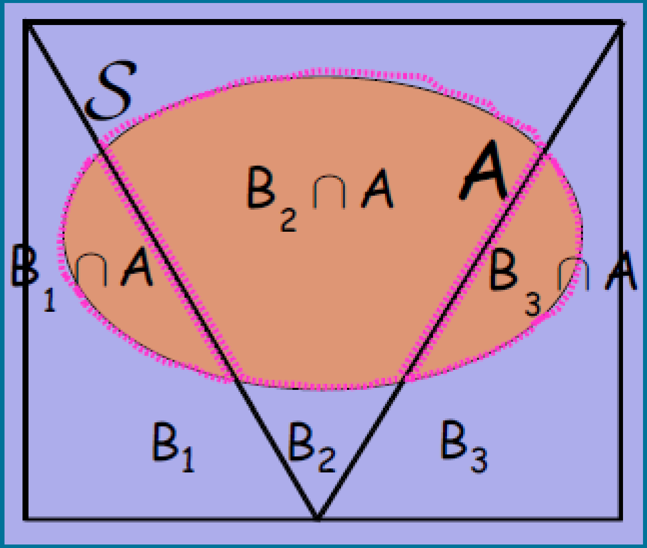
$$P(B)= P(B|A)P(A)+ P(B|\bar{A})P(\bar{A})=$$
$$(0)*(1/20) + (1/19)*(1-1/20)= 1/20$$



Шансът на първия да избере печелившия плик = шанса на втория

Формула на Бейс

Частен случай- три събития



Нека е даден опит с пространство S и събития B1, B2, B3 такива, че
- ***те са несъвместими***
- ***сумата им дава цялото пространство***

Нека A е друго събитие в S

Търси условната вероятност P(B2|A)=?

$$P(B_2 \mid A) = \frac{P(B_2)P(A \mid B_2)}{P(B_1)P(A \mid B_1) + P(B_2)P(A \mid B_2) + P(B_3)P(A \mid B_3)}$$

С. Христова

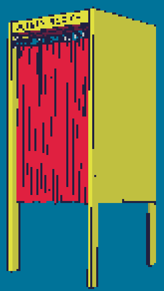
Пример:

Нека напитка се произвежда и бутилира в еднакви бутики само в три фирми, А, Б, В. Фирма А поставя знак под капачката в 50% от бутилките Фирма Б- в 60% и фирма В – в 35%. В определена голям супермаркет 40% от всички бутилки са от фирма А, 25% от фирма Б и 35% от фирма В.

Ако купим от този супермаркет бутилка от тази напитка , то каква е вероятността тя да е произведена и бутилирана във фирма Б?

P(B2)=0,25

Ако купим от този супермаркет бутилка от тази напитка , и се окаже, че е има знак под капачката, то каква е вероятността тя да е произведена и бутилирана във фирма Б?



A=бутилката е със знак

P(A|B1)=0,5

P(B1)=0,4

B1= бутилката е от фирма А

P(A|B2)=0,6

B2= бутилката е от фирма Б

P(A|B3)=0,35

P(B3)=0,35

B3= бутилката е от фирма С

P(B2|A)=???

$$P(B_2 \mid A) = \frac{P(B_2)P(A \mid B_2)}{P(B_1)P(A \mid B_1) + P(B_2)P(A \mid B_2) + P(B_3)P(A \mid B_3)}$$

$$P(B_2 \mid A) = \frac{(0,60)*(0,25)}{(0,50)*(0,40) + (0,60)*(0,25) + (0,35)*(0,35)} = 0,3175$$

Пример:

Нека напитка се произвежда и бутилира само в три фирми, А, Б, В. Фирма А поставя знак под капачката в 50% от бутилките Фирма Б- в 60% и фирма В – в 35%. В определена голям супермаркет 40% от всички бутилки са от фирма А, 25% от фирма Б и 35% от фирма В.

Каква е вероятността , случайно закупена от този супермаркет бутилка от тази напитка да е със знак под капачката?

P(A)=??? Формула за пълната вероятност

$$P(A)=P(B1)P(A|B1)+P(B2)P(A|B2)+P(B3)P(A|B3)$$

A=бутилката е със знак

P(A|B1)=0,5

P(B1)=0,4

B1= бутилката е от фирма А

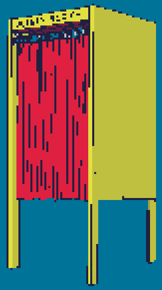
P(A|B2)=0,6

P(B2)=0,25

B2= бутилката е от фирма Б

P(A|B3)=0,35

P(B3)=0,35



B3= бутилката е от фирма С

$$P(A)=0.4*0.5+0.25*0.6+0.35*0.35$$

Опити на Бернули

1. **Съвкупност от краен брой *n* опити**

2. Опитите са независими.

3. **Всеки опит трябва да има само два възможни изходи, успех У и неуспех Н.**

4. Вероятността за успех във всеки отделен опит е постоянна:

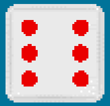
Р(У)=р

Всеки изход от ***n*** **опити на Бернули е наредена** ***n*** –торка от У и Н.

ОСНОВЕН ВЪПРОС: Колко е вероятността да има точно **к** У (успеха)

$$P(S_n = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} p^k (1-p)^{n-k}$$

ПРИМЕР:



Зарче се подхвърля 7 пъти на масата. Каква е вероятността точно 5 пъти да се падне “шестица”?

7 Бернулиеви опита; Успех=6; Р(У)=1/6 ; точно 5 успеха

n=7 **k=5**

$$P(S_7 = 5) = C_7^{\,5}\left(\frac{1}{6}\right)^5\left(\frac{5}{6}\right)^{7-5} = 0{,}00188$$

Каква е вероятността поне 5 пъти да се падне “шестица”

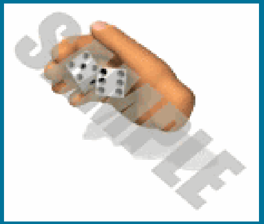
n=7 **k≥5**

$$P(S_7 \geq 5) = P(S_7 = 5) + P(S_7 = 6) + P(S_7 = 7) =$$

$$C_7^{\,5}\left(\frac{1}{6}\right)^5\left(\frac{5}{6}\right)^2 + C_7^{\,6}\left(\frac{1}{6}\right)^6\left(\frac{5}{6}\right)^1 + C_7^{\,7}\left(\frac{1}{6}\right)^7\left(\frac{5}{6}\right)^0 =$$

$$0{,}00188 + 0{,}000125 + 0{,}0000036 = 0{,}002$$

Двойка зарчета (бяло и червено) се подхвърлят 7 пъти на масата. Каква е вероятността точно 5 пъти да се паднат еднакъв брой точки?



7 Бернулиеви опита; Успех=да се паднат еднакъв брой точки ; точно 5 успеха

p=P(У)=6/36=1/6

$$P(S_7 = 5) = C_7^{\,5} \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{5}{6}\right)^{7-5} = 0{,}00188$$

Каква е вероятността точно 5 пъти сумата от точките на двата зара да е 8?

7 Бернулиеви опита; Успех=сумата от точките е 8 ; точно 5 успеха

p=P(У)=(5)/36

$$P(S_7 = 5) = C_7^{\,5} \left(\frac{5}{36}\right)^5 \left(\frac{31}{36}\right)^{7-5} = 0{,}0008$$

КРАЙ

С. Христова