

## ИЗПИТ

по Компютърни числени методи, спец. Информатика 4 курс, задочно,

**Указание:** Задачите се решават на лист, на който е записано име и Ф№. Ако използвате софтуер, на листа се записват отговорите на поставените въпроси от изхода на софтуера. След приключване на работата връщате отговор на изпратеното Ви задание Google classroom, който съдържа: Всички работни файлове, които сте създали от Wolfram Mathematica. Без тях решенията не се зачитат! Желателно е файловете да са с име **Ф№\_фамилия** (например 1901681005\_Nikolov.nb).

Приятна и успешна работа!

**Задача 1. (15 т.)** Да се намери приближено най-големият реален корен на уравнението

$$x^4 - 3x^2 - 2\cos(x+1) = 0 \text{ по избран от вас метод:}$$

- а) (2 т.) Определете подходящ интервал  $[a, b]$ , в който е локализиран коренът:  $a = ?$ ,  $b = ?$ ;
- б) (3 т.) Проверете условията за прилагане на метода в интервала  $[a, b]$ ;
- в) (1 т.) Определете началното приближение  $x_0 = ?$ ;
- г) (8 т.) Изчислете приближено корена с 5 итерации и запишете резултатите в таблица.
- д) (1 т.) Определете точността на полученото приближение.

**2 задача. (15 т.)** Дадена е системата:

$$\begin{cases} 10x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 9x_3 + 2x_4 = 2 \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 0 \end{cases}$$

- а) (5 т.) Подгответе системата във вид за прилагане на МПИ (проста итерация). Запишете преобразуваната матрица  $C = ?$  и свободния стълб  $d = ?$ ;
- б) (8 т.) Решете системата по метода на проста итерация с точност  $10^{-3}$  с нулево начално приближение и запишете резултата ( $1^{\text{ва}}$ ,  $2^{\text{ра}}$  и последната итерации) в таблица:

k	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	егт
0					
1					
2					
n					

- в) (2 т.) Покажете, че метода е сходящ.

**Задача 3. (15 т.)** Дадена е следната таблица на функцията  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ :

$x_i$	1.0	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	2.8	3.1	3.4
$y_i$	2.	2.166	2.358	2.571	2.8	3.041	3.292	3.551	3.816

Да се намери приближена стойност в точката  $x' = 1.65$  с полином на Лагранж от втора степен или с интерполяционен полином на Нютон:

- а) (4 т.) Запишете таблично избраните възли за интерполацията;
- б) (4 т.) Запишете полученият полином;
- в) (4 т.) Запишете приближената и точната стойност в точката  $x'$ ;
- г) (3 т.) Оценете теоретичната грешка на приближението.

**Задача 4. (15 т.)** Дадена е следната таблица:

$x_i$	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0
$y_i$	12.87	14.27	15.75	17.31	18.96	20.69	22.50	24.40	26.37	28.43	30.57	32.79	35.09	37.47	39.94	42.48

- а) (5 m.) Да се намери полином от първа степен по метода на най-малките квадрати и да се оцени грешката;  
 б) (5 m.) Да се намери полином от втора степен по метода на най-малките квадрати и да се оцени грешката;  
 в) (5 m.) За полинома с по-добро приближение да се пресметне стойността в точката  $x'=4.7$ .  
**Заб.** Задачата може да решите и като използвате линейни сплани.

**Задача 5. (15 m)** Изчислете приближената стойност на интеграла  $\int_3^7 \sqrt{x^3 - x - 1} dx$ .

- а) (4 m.) По методите на правоъгълниците при  $n = 10$  и оценете грешката;  
 б) (4 m.) По методите на трапците при  $n = 5$  и оценете грешката;  
 в) (4 m.) По методите на Симпсън при  $n = 4$  и оценете грешката;  
 г) (3 m.) Да се определи големината на стъпката  $h$ , така че метода на трапците да гарантира точност на резултата  $10^{-3}$ .

**Задача 6. (15 m)** По метода на Рунге-Кута  $O(h^5)$  да се реши системата ОДУ:

$$\begin{cases} y' = 3z \\ z' = xz + \sin(xy + z) \end{cases}$$

$$y(0) = 1, \quad z(0) = 1, \quad x \in [0; 1], \quad h = 0.2$$