Частно решение по метода на неопределените коефициенти

- Линейното нехомогенно диференциално уравнение от вида

$$a_0y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}y' + a_ny = q(x)e^{\alpha x},$$

$q(x)$ – полином, $\alpha \in \mathbb{R}$, допуска частно решение от вида

$$\eta(x) = x^k r(x)e^{\alpha x},$$

където k е кратността на α като характеристичен корен ($k = 0$, ако α не е характеристичен корен); $r(x)$ е полином от степен, равна на степента на $q(x)$.

- Линейното нехомогенно диференциално уравнение от вида

$$a_0y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}y' + a_ny = e^{\alpha x}(p(x)\cos\beta x + q(x)\sin\beta x),$$

$p(x)$, $q(x)$ – полиноми, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, допуска частно решение от вида

$$\eta(x) = x^k e^{\alpha x}(P(x)\cos\beta x + Q(x)\sin\beta x),$$

където k е кратността на $\alpha + i\beta$ като характеристичен корен ($k = 0$, ако $\alpha + i\beta$ не е характеристичен корен); $P(x)$ и $Q(x)$ са полиноми от степен $m = \max(\deg p(x), \deg q(x))$.

- Линейната нехомогенна система диференциални уравнения

$$\left|\begin{array}{l} \dot{x} = a_{11}\,x + a_{12}\,y + q_1(t)\,e^{\alpha t} \\ \dot{y} = a_{21}\,x + a_{22}\,y + q_2(t)\,e^{\alpha t}, \end{array}\right.$$

$q_1(t)$, $q_2(t)$ – полиноми, $\alpha \in \mathbb{R}$, допуска частно решение от вида

$$\begin{array}{rcl} \eta_1 & = & Q_1(t)\,e^{\alpha t}, \\ \eta_2 & = & Q_2(t)\,e^{\alpha t}, \end{array}$$

където $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ са полиноми от степен $k+m$; k е кратността на α като характеристичен корен ($k = 0$, ако α не е характеристичен корен); m е най-високата степен на дадените полиноми $q_1(t)$, $q_2(t)$.

- Линейната нехомогенна система диференциални уравнения

$$\left|\begin{array}{l} \dot{x} = a_{11}\,x + a_{12}\,y + (p_1(t)\cos\beta t + q_1(t)\sin\beta t)\,e^{\alpha t} \\ \dot{y} = a_{21}\,x + a_{22}\,y + (p_2(t)\cos\beta t + q_2(t)\sin\beta t)\,e^{\alpha t}, \end{array}\right.$$

$p_i(t)$, $q_i(t)$ – полиноми, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, допуска частно решение от вида

$$\begin{array}{rcl} \eta_1 & = & (P_1(t)\cos\beta t + Q_1(t)\sin\beta t)\,e^{\alpha t}, \\ \eta_2 & = & (P_2(t)\cos\beta t + Q_2(t)\sin\beta t)\,e^{\alpha t}, \end{array}$$

където $P_i(t)$, $Q_i(t)$ са полиноми от степен $k+m$; k е кратността на $\alpha+i\beta$ като характеристичен корен ($k = 0$, ако $\alpha + i\beta$ не е характеристичен корен); m е най-високата степен на дадените полиноми $p_i(t)$, $q_i(t)$.