

МАТЕМАТИЧЕСКИ АНАЛИЗ
спец. Информатика, I курс, заочно обучение

Задача 1. Пресметнете границите:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 5^{n+1}}{6^n + 7^{n-1}}$ б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+3} \right)^n$ в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x-1}$.

Задача 2. Изследвайте за сходимост числовия ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}.$$

Задача 3. Намерете производните на функциите

а) $y = -2 \arccos \sqrt{x}$ б) $y = \left(\sin x + \frac{1}{x^2} \right) \operatorname{tg} x$ в) $y = \frac{\cos x}{e^{2x} + 2}$.

Задача 4. Напишете уравнението на допирателната към графиката на функцията

$$f(x) = \frac{x^3}{(2-x)^2}$$

в точката с абсциса $x = 6$.

Задача 5. Дадена е функцията

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x.$$

- а) Определете дефиниционната област, интервалите на монотонност и локалните екстремуми на $f(x)$;
б) Намерете най-малката и най-голямата стойност на $f(x)$ в интервала $[0, 3]$.

Задача 6. Пресметнете неопределените интеграли:

а) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ б) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1} dx$ в) $\int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$.

Задача 7. Пресметнете определените интеграли:

а) $\int_1^2 x^3 \ln x dx$ б) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx$ в) $\int_{-1}^1 \frac{x}{x^2 + x + 1} dx$.

Задача 8. Намерете лицето на областта D , заградена от кривите $y = x^2 - 1$ и $y = -x^2 + 7$.