Елементи на комбинаториката. Основни методи за пресмятане.

Правило за събиране

Ако елементът a може да бъде избран по m начина, а елементът b по n различни начина, изборът на „a или b“ може да се извърши по m + n начина.

Правило за умножение

Ако елементът a може да бъде избран по m начина и при всеки избор на a елементът b може да бъде избран по n начина, то изборът на наредената двойка (a,b) може да стане по m.n начина.

Извадка

Нека M={1,2,3,...,n}. Подмножеството $\{i_1,i_2,...,i_k\}$, съставено от кои да е k елемента на M ще наричаме извадка с обем k. Можем да образуваме следните 4 различни множества от извадки с обем k:

{ненаредени извадки с обем k без повтаряне на елементи}, k=0,1,2,...,n;

{ненаредени извадки с обем k с възможно повтаряне на елементи}, k=0,1,2,..;

{наредени извадки с обем k без повтаряне на елементи}, k=0,1,2,...,n;

{наредени извадки с обем k с възможно повтаряне на елементи}, k=0,1,2,...

1.1 Студентски стол предлага само комплексни менюта, съдържащи задължително супа, основно ядене и десерт. Възможният избор е даден в таблицата

Вид	Избор
Супа	Пилешка супа или таратор
Основно ядене	Печено пиле или кюфтета
Десерт	Паста или баклава

а) Колко различни комплексни менюта могат да се предложат?

Меню=супа И ядене И десерт=> 2*2*2=8

б) Ако студент иска непременно в менюто му да има баклава, то измежду колко възможни менюта той може да избира?

2*2*1=4

в) Ако студент иска непременно в менюто му да има печено пиле, то измежду колко възможни менюта той може да избира?

2*1*2=4

г) Ако студент иска непременно в менюто му да има и печено пиле и баклава, то измежду колко възможни менюта той може да избира?

2*1*1=2

1.2. Аранжьор на витрина разполага с три манекена и с пет различни рокли, от които само една е черна.

По колко различни начина може да изложи роклите на витрината (местоположението на роклите на витрината е без значение)?
Избира 3 от 5 без наредба без повторение
5*4*3/3!

А ако черната рокля трябва задължително да е на витрината?

Черна И други две= 1*(две от 4)=> 4*3/2! =6

1.4. Разглеждаме множеството на четирицифрените цели числа, които могат да се запишат с помощта на цифрите от 1 до 9.

а) определете броя на тези числа;

Избира 4 от 9 с наредба с повторение 9*9*9*9

б/ определете броя на тези числа , ако цифрите не се повтарят

Избира 4 от 9 с наредба без повторение 9*8*7*6

в) определете броя на числата, за които цифрата на хилядите е 1, ако цифрите не се повтарят

1*8*7*6

г) определете броя на числата, за които цифрата на единиците е 3, а цифрата на хилядите е 7, ако цифрите не се повтарят

д) определете броя на числата, които съдържат в десетичния си запис последователно една до друга цифрите 6 и 7 и то в посочения ред , ако цифрите не се повтарят.

3* 1* 7*6

Модификация на1.4. Разглеждаме множеството на четирицифрените цели числа, които могат да се запишат с помощта на цифрите от 1 до 9.

а)) определете броя на числата, за които цифрата на хилядите е 8, ако цифрите не се повтарят

1*8*7*6

б/определете броя на числата, които съдържат цифрата 1, ако цифрите не се повтарят

5*1*8*7*6

в) определете броя на числата, които съдържат в десетичния си запис последователно една до друга цифрите 6 и 7, ако цифрите не се повтарят .

2*3* 1* 7*6

г) определете броя на числата, които съдържат в десетичния си запис цифрите 6 и 7, като 6 е преди 7 и ако чисата са с различни цифри.

126+84+42=252

д) определете броя на числата, които съдържат в десетичния си запис цифрите 6 и 7, ако чисата са с различни цифри.

2*252=504

МОДИФИКАЦИЯ на 1.4 Разглеждаме множеството на четирицифрените цели числа, които могат да се запишат с помощта на цифрите от **0** до 8.

а) определете броя на тези числа;

8*9*9*9

б/ определете броя на тези числа , ако цифрите не се повтарят

8*8*7*1

в) определете броя на числата, за които цифрата на хилядите е 1, ако цифрите не се повтарят

1*8*7*6

г) определете броя на числата, които съдържат цифрата 1, ако цифрите не се повтарят

1*8*7*6+3*7*7*6*1

1.10. Четири символен код се състои от цифрите 0,1, 2, 3, 4, 5 като всяка от тях се използва не повече от един път?

а) Колко са всички възможни кодове?

6*5*4*3

б) Колко са всички възможни кодове, формиращи НЕчетно число?

5*5*4*3

в) Колко са всички възможни кодове, които завършват на четна цифра?

5*4*3*3

г) Колко са всички възможни кодове, формиращи четно число?

5*4*3*1+4*4*3*2

1.23. От колода, състояща се от 24 карти произволно се изтеглят 3 карти едновременно.

а) По колко начина може да се направи това?

24*23*22/3!

б) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти, точно една от които е „дама“?

4*(20*19/2!)

в) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти с поне една „дама“ между тях?

4*(23*22/2!)

г) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти с най-много една „дама“ между тях?

20*19*18/3!+4*20*19/2!

МОДИФИКАЦИЯ Ани, Борис и 6 техни приятели отиват на кино и сядат на последния ред, който има 8 свободни стола.

а/По колко различни начина могат да седнат?

8!

б/ А ако Ани е в левия край, а Борис в десния?

1*1*6!

в/ А ако Ани и Борис са в края, в различни краища?

2*1*1*6!

г/По колко различни начина могат да седнат, ако Ани е отляво до Борис?

7!

д/По колко различни начина могат да седнат, ако Ани сяда до Борис?

2*7!

МОДИФИКАЦИЯ Ани, Борис и 6 техни приятели отиват на кино и сядат на последния ред, който има 4 свободни стола.

а/По колко различни начина могат да седнат?

8*7*6*5

б/ А ако Ани е в левия край, а Борис в десния?

1*1*(6*5)

в/ А ако Ани и Борис са в края, в различни краища?

2*1*1*(6*5)

г/По колко различни начина могат да седнат, ако Ани е отляво до Борис?

3*6*5

д/По колко различни начина могат да седнат, ако Ани сяда до Борис?

2*3*6*5

Колко различни пароли може да се напишат като се използват всички символи в думата

а/ BULGARI

б/ MISSISSIPPI

11!/(2!*4!*4!)

1.28. По колко начина колода от 24 карти може да се раздели на две равни на брой части?

24*23*22*21*20*19*18*17*16*15*14*13/12! *1

А на четири равни части?

(24*23*22*21*20*19/6!)*(18*17*16*15*14*13/6!).........=24!/(6!)^4

∈ A.

Основни понятия в теорията на вероятностите. Алгебра на събитията.

Елементарно събитие се нарича всеки изход на даден случаен опит.
Пространство от елементарни събития **S** е съвкупността от всички елементарни събития.
Събитие е всяка съвкупност от елементарни събития (т.е. всяко подмножество на **S**).

Един изход **a** е благоприятен за събитието **A**, ако е елемент на **A**

Достоверното събитие Ω се състои се от всички елементарни събития.
Невъзможното събитие $\varnothing$ няма благоприятни изходи (т.е. $\varnothing$ е празното множество).

2.1. Монета се хвърля 3 пъти. Опишете множеството от елементарни събития S.
S={ЛЛЛ,ЛГЛ,ГЛЛ,ЛЛГ,ГГЛ,ГЛГ,ЛГГ,ГГГ}

Брой=2*2*2=8

2.2. Монета се хвърля, докато се падне "лице". Опишете множеството от елементарни събития S
S={Л,ГЛ,ГГЛ,ГГГЛ,.......} Изборимо безброй много

2.4. Зар се хвърля 3 пъти. Опишете множеството от елементарни събития S. Колко са всички елементарни изходи?
S={111,112,113,…} 6*6*6= 216

Класическа вероятност. Свойства. Основни формули за вероятност. Формули за сума на две и повече събития.

3.1. Каква е вероятността при хвърляне на зар да падне четно число?

P=k/n= 3/6=1/2

А просто число? Прости числа=2,3,5

P=1/2

3.2. Монета се хвърля 3 пъти. Каква е вероятността броят на „лицата“ да е повече от броя на „гербовете“?

3 Л ИЛИ 2 Л и 1 Г

P=4/8=1/2

А вероятността броят на „лицата“ да е = на броя на „гербовете“?

МОДИФИКАЦИЯ НА 1.1 Студентски стол предлага само комплексни менюта, съдържащи задължително супа, основно ядене и десерт. Възможният избор е даден в таблицата

Вид	Избор
Супа	Пилешка супа или таратор
Основно ядене	Печено пиле или кюфтета
Десерт	Паста или баклава

Каква е вероятността ако Иванчо вземе на Марийка по случаен начин меню, тя да получи любимото й печено пиле.

n= 8 k=4 P=1/2

МОДИФИКАЦИЯ НА 1.2. Аранжьор на витрина разполага с три манекена и с пет различни рокли, от които само една е черна.

Ако роклите се поставят по случаен начин на витрината (местоположението на роклите на витрината е без значение), то каква е вероятността черната рокля да е на витрината?

n=5*4*3/3! =10

K=4*3/2! =6

P=6/10=3/5

МОДИФИКАЦИЯ на 1.4. По случаен начин се избира едно число измежду всички четирицифрените цели числа, които се запишат с помощта на цифрите от 1 до 9.

а/Каква е вероятността числото да е четно?

n= 9*9*9*9

K=9*9*9*4

P=4/9

б/ Каква е вероятността избраното число да е четно, ако цифрите му са различни?

n= 9*8*7*6

k= 4*8*7*6

P=4/9

в) Каква е вероятността избраното число да съдържа в десетичния си запис последователно една до друга цифрите 6 и 7 и то в посочения ред , ако цифрите не се повтарят.

n= 9*8*7*6

K=3* 1* 7*6

P=3/72=1/24

Условна вероятност. Формула за умножение на вероятности: $P(A.B)=P(A|B)\ P(B)$

5.5. В кутия има 10 бели и 10 черни топчета. Иванчо вади по едно топче и **ако то е бяло, го връща в кутията, като добавя и още едно бяло.**

а) Каква е вероятността при 2 такива опита, Иванчо да извади две черни топчета?

A= 1ви път е черно $P(A)=10/20=1/2$ B=2ри път е черно

$P(A и B)=P(B|A)P(A)= 9/19 * 1/2$

б) Каква е вероятността при 2 такива опита, Иванчо да извади две бели топчета?

A= 1ви път е бяло $P(A)=10/20=1/2$ B=2ри път е бяло

$P(A и B)=P(B|A)P(A)= 11/21 * 1/2=11/42$

МОДИФИКАЦИЯ. В кутия има 10 бели и 5 черни топчета. Иванчо вади по едно топче и ако то е бяло, го връща в кутията, като добавя и още едно бяло.

а) Каква е вероятността при 2 такива опита, Иванчо да извади две черни топчета?

Независимост на случайни събития $P(A.B)=P(A)P(B)$

5.7. Избираме случайно число измежду всички естествени числа до 100 включително. Разглеждаме събитията

A={избраното число се дели на 2};

B={избраното число се дели на 3};

C={избраното число се дели на 5}.

Коя от следните двойки събития (A, B), (A, C) и (B, C) са независими?

За (A, B): $P(A)=1/2$ $P(B)= 33/100$

AB= Числото се дели на 6 $P(AB)=16/100$ => зависими

За (A, C): $P(A)=1/2$ $P(C)= 20/100 =1/5$

AC- Числото се дели на 10 $P(AC)=10/100=1/10$ => НЕзависими

За (B, C): $P(B)=33/100$ $P(C)= 20/100 =1/5$

BC- Числото се дели на 15 $P(BC)=6/100$ => зависими

Формула за пълната вероятност.

$$P(A)=P(A\,|\,B_1)P(B_1)+P(A\,|\,B_2)P(B_2)+P(A\,|\,B_3)P(B_3)$$

Формула на Бейс.

$$P(B_2\,|\,A)=\frac{P(B_2)P(A\,|\,B_2)}{P(B_1)P(A\,|\,B_1)+P(B_2)P(A\,|\,B_2)+P(B_3)P(A\,|\,B_3)}$$

6.3. Дадена марка телевизори се произвеждат в 3 завода. В първия 2% от телевизорите имат скрит дефект, във втория 1% от телевизорите имат скрит дефект, а в третия 3% от телевизорите имат скрит дефект. Магазин е зареден със 100 телевизора от първия завод, 200 телевизора от втория завод и 300 телевизора от третия завод. Каква е вероятността ако си купим телевизор от този магазин, той да се окаже изправен?

A= телевизора е без дефект   Търсим P(A)=?

B1- произведен от 1ви завод   P(B1)=100/600=1/6   P(A|B1)=1-0.02

B2- произведен от 2ри завод   P(B2)=200/600=1/3   P(A|B2)=1-0.01

B3- произведен от 3ти завод   P(B3)=300/600=1/2   P(A|B3)=1-0.03

P(A)=0.98*1/6+0.99*1/3+0.97*1/2

6.3. (продължение)Дадена марка телевизори се произвеждат в 3 завода. В първия 2% от телевизорите имат скрит дефект, във втория 1% от телевизорите имат скрит дефект, а в третия 3% от телевизорите имат скрит дефект. Магазин е зареден със 100 телевизора от първия завод, 200 телевизора от втория завод и 300 телевизора от третия завод.

Ако купеният от нас телевизор е дефектен, каква е вероятността той да е бил произведен във втория завод?

P(B2|A) A= дефектен телевизор

P(A|B1)=0.02

P(A|B2)=0.01

P(A|B3)=0.03

$$P(B_2 \mid A) = \frac{P(B_2)P(A \mid B_2)}{P(B_1)P(A \mid B_1) + P(B_2)P(A \mid B_2) + P(B_3)P(A \mid B_3)}$$

P(B2|A)=(0.01*1/3)/(0.02*1/6+0.01*1/3+0.03*1/2)