

КРАЙНИ АВТОМАТИ

Детерминирани крайни автомати

➤ **Дефиниция:** Детерминиран краен автомат (ДКА) над азбуката V наричаме наредената петорка: $A = \langle K, V, \delta, q_0, F \rangle$, където:

- $K \neq \emptyset$ е множество от вътрешни състояния;
- V - множество от входни символи (входна азбука)
- δ - функция на преходите с дефиниционна област $D(\delta): D(\delta) \subseteq K \times V$ и област на стойностите $R(\delta): R(\delta) \subseteq K$.
- $q_0 \in K$ - начално състояние;
- $F \subseteq K$ - множество от заключителни състояния

➤ **Дефиниция:** ДКА е напълно *определен*, когато функцията на преходите δ е дефинирана за всяка наредена двойка от $K \times V$, т.е. $D(\delta) = K \times V$.

Задачи:

Задача 1. За ДКА $A_1 = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1\} \rangle$ с функция на преходите:

$\delta(q_0, a) = q_0$	$\delta(q_1, b) = q_1$
$\delta(q_0, b) = q_1$	$\delta(q_2, a) = q_0$
$\delta(q_1, a) = q_2$	$\delta(q_2, b) = q_2$

- Начертайте графичната диаграма
- Проверете дали ДКА ще разпознае думите: aabba; abbab; bbaba
- Напълно определен ли е ДКА?

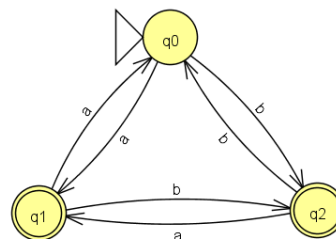
Задача 2. За ДКА $A = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0\} \rangle$ с функция на преходите:

$\delta(q_0, 0) = q_2$	$\delta(q_2, 0) = q_0$
$\delta(q_0, 1) = q_1$	$\delta(q_2, 1) = q_3$
$\delta(q_1, 0) = q_3$	$\delta(q_3, 0) = q_1$
$\delta(q_1, 1) = q_0$	$\delta(q_3, 1) = q_2$

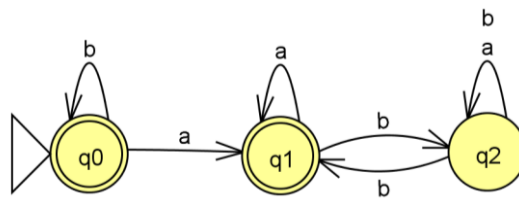
- Постройте диаграма на преходите и определете езика, разпознаван от A .
- Ще разпознае ли думата 10101010? А думата 110100?

Задача 3. За ДКА с диаграма на преходите:

- определете езика, който разпознава
- Ще разпознае ли думите abba; baab; aaab; aaabb



Задача 4. За ДКА с диаграма на преходите:



- Намерете 5 думи, които автомата ще разпознае.
- Ще разпознае ли думите : abba; baab; aaab; aaabb?

Недетерминирани крайни автомати.

➤ **Дефиниция:** Недетерминиран краен автомат (НДКА) A над азбука V наричаме петорката $A = \langle K, V, \delta, q_0, F \rangle$, където:

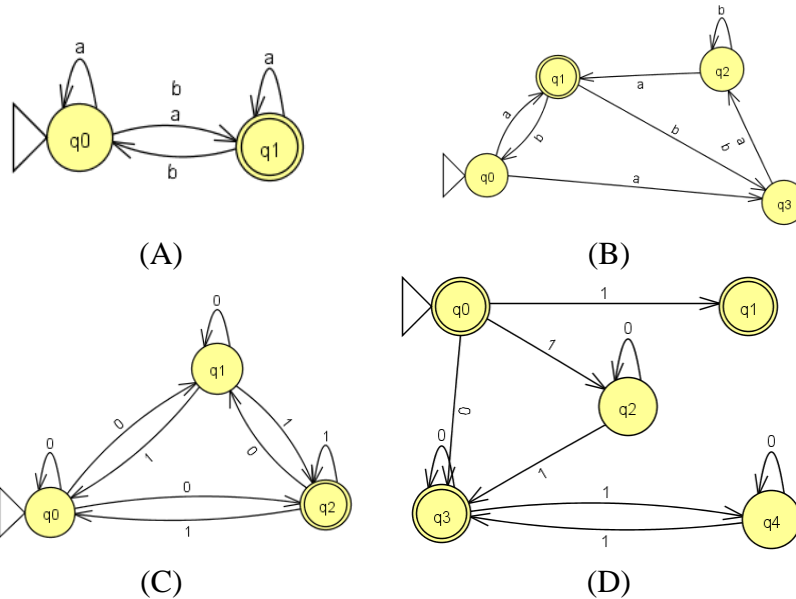
- $K \neq \emptyset$ е множество от вътрешни състояния;
- V - крайно множество от входни символи (входна азбука)
- δ - функция на преходите с дефиниционна област $D(\delta): D(\delta) \subseteq K \times V$ и област на стойностите $R(\delta): R(\delta) \subseteq P(K)$, където $P(K)$ е множеството от всички подмножества на K .
- $q_0 \in K$ - начално състояние;
- $F \subseteq K$ - множество от заключителни състояния.

Задача 5. За НДКА $A = \langle \{S, A, B, E\}, \{a, b\}, \delta, S, \{E\} \rangle$ с функция на преходите:

$\delta(S, a) = \{S, A\}$	$\delta(B, a) = \{E\}$
$\delta(S, b) = \{S\}$	$\delta(B, b) = \emptyset$
$\delta(A, a) = \emptyset$	$\delta(E, a) = \emptyset$
$\delta(A, b) = \{B\}$	$\delta(E, b) = \emptyset$

- Начертайте диаграмата на преходите;
- Кои думи разпознава автомата?
- Разпознава ли думите: aaabb; aba; aaaaba

Задача 6. За автоматите намерете по 5 думи, които ще се разпознаят и по 2 думи, които няма да се разпознаят.



Задача 7. За автоматната граматика

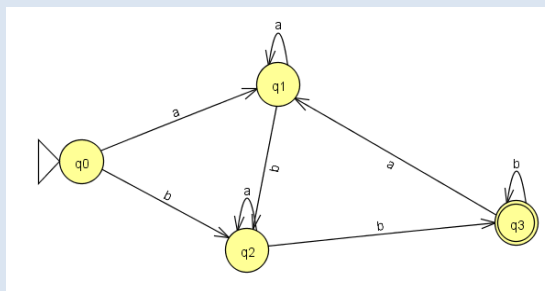
$$\Gamma = \langle \{a, b\}, \{S, A, B\}, S, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bS, S \rightarrow bA, A \rightarrow aB, B \rightarrow aC, C \rightarrow b\} \rangle.$$

Постройте недетерминиран краен автомат разпознаващ езика $L(\Gamma)$.

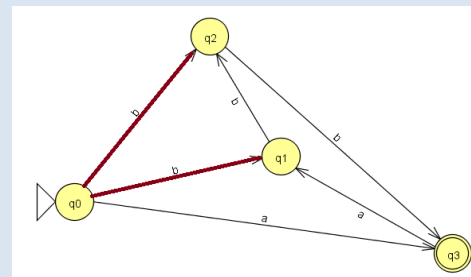
Разлика между детерминиран и недетерминиран краен автомат

При **детерминиран краен автомат** от дадено състояние на автомата с даден символ от входната азбука може да се отиде точно в едно вътрешно състояние на автомата.

При **недетерминираният краен автомат** може изобщо да няма преход или с един входен символ да има няколко прехода.



ДКА



НДКА

Задача 8. Постройте краен автомат (ДКА или НДКА), който да разпознава езика:

$$L_1 = \{abba\}$$

$$L_2 = \{a^n, n \geq 1\}$$

$$L_3 = \{ab^n, n \geq 0\}$$

$$L_4 = \{ab^n, n \geq 1\}$$

$$L_5 = \{ab^n a, n \geq 0\}$$

$$L_6 = \{ab^n a, n \geq 1\}$$

$$L_7 = \{a^{3n}, n \geq 0\}$$

$$L_8 = \{a^{3n}, n \geq 1\}$$

$$L_9 = \{ab^{2n} a, n \geq 0\}$$

$$L_{10} = \{ab^{2n} a, n \geq 1\}$$

$$L_{11} = \{a^n b^m, n, m \geq 0\}$$

$$L_{12} = \{a^n b^m, n, m \geq 1\}$$

$$L_{13} = \{a^n b^n, n \geq 1\}$$

$$L_{14} = \{a^n b^{2m}, n, m \geq 0\}$$

$$L_{15} = \{a\omega, \omega \in \{a, b\}^*\}$$

$$L_{16} = \{a^{3n} \omega b, n \geq 0, \omega \in \{a, b\}^*\}$$

$$L_{17} = \{a\omega_1 b\omega_2, \omega_1, \omega_2 \in \{a, b\}^*\}$$

Допълнителни задачи:

Задача 1. Постройте краен автомат (ДКА или НДКА), който да разпознава езика:

- $$\begin{array}{ll} \text{a) } L_1 = \{a^n b, \ n \geq 0\} & \text{б) } L_2 = \{a^n b, \ n \geq 1\} \\ \text{в) } L_3 = \{a^{2n}, \ n \geq 1\} & \text{г) } L_4 = \{a^{2n}, \ n \geq 0\} \\ \text{д) } L_5 = \{a^{3n} b^m, \ n, m \geq 1\} & \text{е) } L_6 = \{a^n b^m c^p, \ n, m, p \geq 0\} \\ \text{ж) } L_7 = \{(abc)^n, \ n \geq 0\} & \end{array}$$

Задача 2. Постройте автомат, който да разпознава езика:

- а) $L_1 = \{\alpha \mid \alpha \in \{0, 1\}^* \text{ и } |\alpha| \text{ се дели на } 3\}$;
- б) $L_2 = \{\alpha \mid \alpha \in \{0, 1\}^* \text{ и броят на нулите в } \alpha \text{ се дели на } 3\}$;
- в) $L_3 = \{\alpha \mid \alpha \in \{0, 1\}^* \text{ и в } \alpha \text{ се съдържат четен брой нули и четен брой единици}\}$;
- г) $L_4 = \{\alpha_1 000 \alpha_2 \mid \alpha_1, \alpha_2 \in \{0, 1\}^*\}$;
- д) $L_5 = \{a \alpha a \mid \alpha \in \{a, b\}^*\}$;

Задача 3. Постройте диаграма на преходите за следните автомати и определете езика разпознаван от тях:

- а) $A_1 = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1\} \rangle$ с функция на преходите:

$\delta(q_0, a)=q_0$	$\delta(q_2, a)=q_2$
$\delta(q_1, a)=q_2$	$\delta(q_1, b)=q_2$
$\delta(q_0, b)=q_1$	$\delta(q_2, b)=q_2$

- б) $A_2 = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0\} \rangle$ с функция на преходите:

$\delta(q_0, a)=q_1$	$\delta(q_2, a)=q_0$
$\delta(q_1, a)=q_3$	$\delta(q_3, a)=q_2$
$\delta(q_0, b)=q_2$	$\delta(q_1, b)=q_0$
$\delta(q_2, b)=q_3$	$\delta(q_3, b)=q_1$

Задача 4. Постройте автоматна граматика, която да поражда езика, разпознаван от недетерминирания краен автомат:

- a) $A_1 = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2, q_1\} \rangle$ с функция на преходите:

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, a) = \{q_0, q_3\} & \delta(q_2, b) = \{q_2\} \\ \delta(q_0, b) = \{q_0, q_1\} & \delta(q_3, a) = \{q_4\} \\ \delta(q_1, a) = \emptyset & \delta(q_3, b) = \emptyset \\ \delta(q_1, b) = \{q_2\} & \delta(q_4, a) = \{q_4\} \\ \delta(q_2, a) = \{q_2\} & \delta(q_4, b) = \{q_4\} \end{array}$$

- б) $A_2 = \langle \{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_1\} \rangle$ с функция на преходите:

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, 0) = \{q_0, q_1\} & \delta(q_1, 0) = \emptyset \\ \delta(q_0, 1) = \{q_1\} & \delta(q_1, 1) = \{q_0, q_1\}. \end{array}$$

Задача 5. Постройте краен автомат, разпознаващ езика, който се поражда от следните автоматни граматика

а) $\Gamma_1 = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D\}, S, \{S \rightarrow aB, S \rightarrow aC, B \rightarrow aA, C \rightarrow bD, D \rightarrow bC, D \rightarrow bD, D \rightarrow aC, A \rightarrow cA, A \rightarrow c\} \rangle$;

б) $\Gamma_2 = \langle \{0, 1\}, \{S, A, B, C, D, E\}, S, \{S \rightarrow 0A, S \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow 0C, B \rightarrow 0D, A \rightarrow 1B, B \rightarrow 1D, D \rightarrow 0E, C \rightarrow 1B, C \rightarrow 0A, E \rightarrow 1A, D \rightarrow 1E, A \rightarrow 0B, A \rightarrow 0D, E \rightarrow 1, C \rightarrow 1\} \rangle$.

Задача 6. За автомата $N = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{0, 1\}, \delta, \lambda, q_0 \rangle$ с функция на преходите:

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, a) = \{q_1\} & \lambda(q_0) = 1 \\ \delta(q_0, b) = \{q_2\} & \lambda(q_1) = 1 \\ \delta(q_1, a) = \{q_1\} & \lambda(q_2) = 0 \\ \delta(q_1, b) = \{q_2\} & \\ \delta(q_2, a) = \{q_1\} & \\ \delta(q_2, b) = \{q_2\} & \end{array}$$

Начертайте диаграмата на преходите и проверете резултата от думите: aaabbb; aabbaa; ababab.