ТЪРСЕНЕ И СОРТИРАНЕ

ЛЕКЦИОНЕН КУРС "ПРОГРАМИРАНЕ НА ЈАVA"





СТРУКТУРА НА ЛЕКЦИЯТА

- Обща характеристика
- Комплексност на алгоритмите
- Линейно търсене
- Двоично търсене
- Методи за сортиране
- Смесване



ЗАДАЧА: ТЪРСЕНЕ И СОРТИРАНЕ

- Основна задача на много софтуерни системи: **Търсене** на съхранени данни
 - Бази данни
 - Компилатори, Операционни системи
 - Управление (жители)
 - Банки ... (клиенти, сметки)
- Сортиране: опростява последващо търсене
- Съществено: Ефективност (комплексност на алгоритмите)
 - Комплексни структури данни (жители на София: около 2. ... милиона)
 - Отделните данни (записи) също така комплексни (движение / обмен с високи разходи)

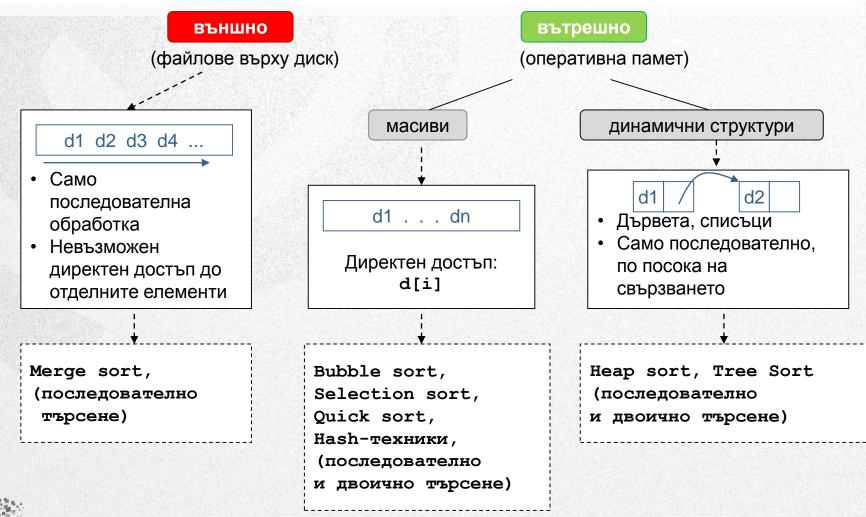


ЗАПИСИ ДАННИ: КОМПЛЕКСНИ СТРУКТУРИ

Ключ (поле) Personal number: 1003 Name: ′Иванов′ First name: Address: - Street: полета - Postal code: - City: Home nr: Job function): Business, sellary, ..., more: Faculty, Institute, Tel.Nr, ...



КЪДЕ/КАК ЩЕ СЕ СЪХРАНЯВАТ ЗАПИСИТЕ



КЛАСОВЕ КОМПЛЕКСНОСТ НА АЛГОРИМИТЕ

логаритмични: $O(n) = k * log_2 n$

(power1, bin search)

линейни: O(n) = k * n

(power, lin search)

n $\log_2 n$: $O(n) = k * n \log_2 n$

(Quick sort, Merge sort, Heap sort)

квадратичен: $O(n) = k * n^2$

(Selection sort, Bubble sort)

полиномен: $O(n) = k * n^m$ (m>1)

експоненциален: $O(n) = k * 2^n$

(Hanoi)

Кратка нотация: O(f(n)) за O(n) = k * f(n)

напр. power1 e $O(log_2 n)$, Selection sort e $O(n^2)$



ЛИНЕЙНО ТЪРСЕНЕ В МАСИВИ: ОСНОВЕН ПРИНЦИП

Несортирано поле:



По посока на търсене:

Претърсване всички елементи за търсения (напр. 39)

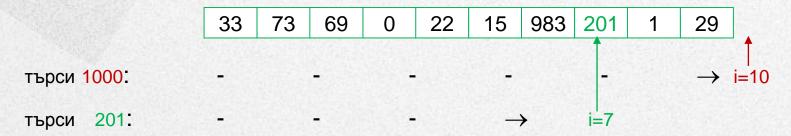
Среден разход за търсене: O (n) = ½ n

т.е. последователното търсене има линейна комплексност но: за милиони записи . . .



ЛИНЕЙНО ТЪРСЕНЕ В МАСИВИ (JAVA)

```
public static void linearSearch(int[] a, int x) {
  int i;
  for (i = 0; (i < a.length) && (x != a[i]); i++);
  if (i == a.length)
    System.out.println("not found");
  else
    System.out.println("found in position " + i);
}</pre>
```





ПРОБЛЕМ: КОНЮКЦИЯТА КОМУТАТИВНА?

Разлика между двете версии?

Възможна run-time грешка!

търси 1000:



↑ i=10

Съкратено оценяване чрез && съществено



ПРОБЛЕМ: FOR-OПЕРАТОР АДЕКВАТЕН?

```
for (i = 0; (i < a.length) && (x != a[i]); i++);
```

Основна идея за 'for':

- константен брой повторения
- условието за прекъсване дава горната граница за брояча
- → Тук не е оправдано!

Естествено решение:

```
while ((i < a.length) && (x != a[i]))
    i++;</pre>
```



ДВОИЧНО ТЪРСЕНЕ: МЕТОД НА ПОДЕЛЯНЕТО

Сортиран масив а:

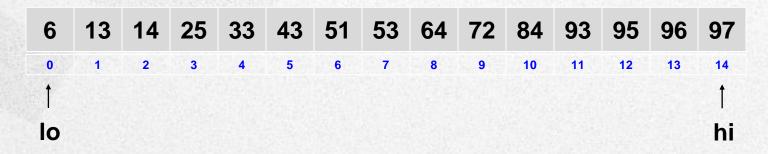
2	5	7	10	20	55	77	78	80	100	101
---	---	---	----	----	-----------	----	----	----	-----	-----

Алгоритъм: търсен елемент х (напр. 80)

- Сравни х със средния елемент a[m] на полето (напр. m=5)
 - 1. случай: x = a [m] → край: елементът е намерен
 - 2. случай: x > a [m] → търсене в дясното подполе
 - 3. случай: x < a [m] → търсене в лявото подполе
- Заключение: подполе празно -> край: елементът не се появява

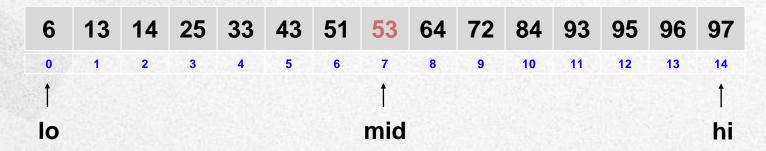


- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33





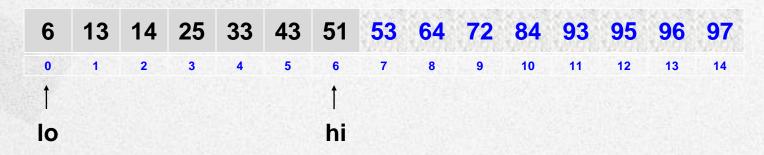
- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33





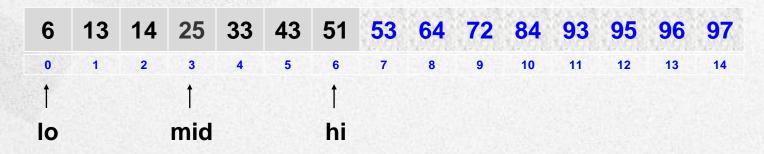
13

- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33



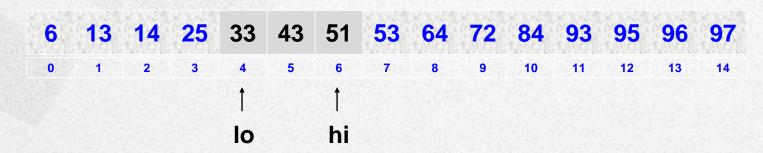


- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33



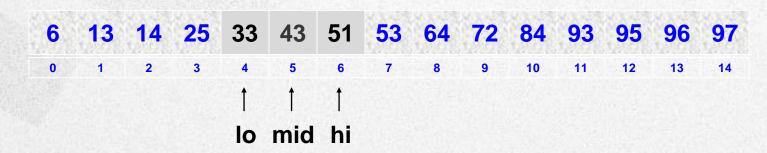


- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33





- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33



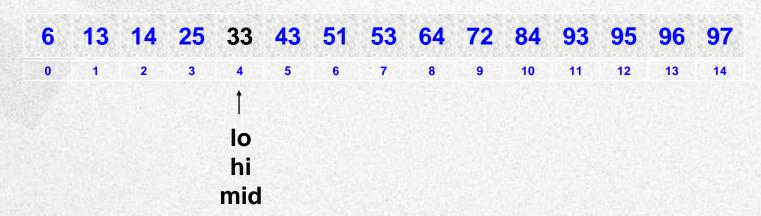


- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33



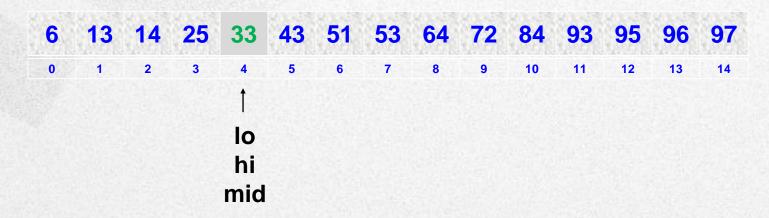


- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33





- Дадени: един ключ key и сортиран масив a []
- Намери: индекс і такъв че а[i] = key, или информирай, че не съществува такъв индекс
- Инвариант: Алгоритьмът поддържа a[lo] ≤ key ≤ a[hi]
- Пример: двоично търсене за 33





20

КОМПЛЕКСНОСТ: ДВОИЧНО ТЪРСЕНЕ

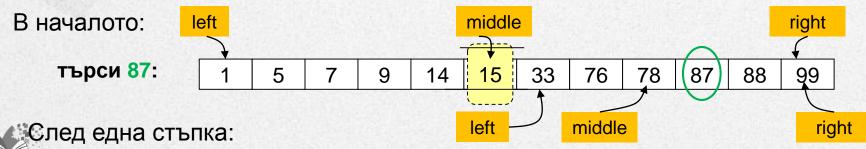
- Брой на разделянията:
 - Най-лошият случай: делим полето, докато само един елемент наличен
 - → Максимално: log₂n стъпки
- Сравнение: линейно и двоично търсене

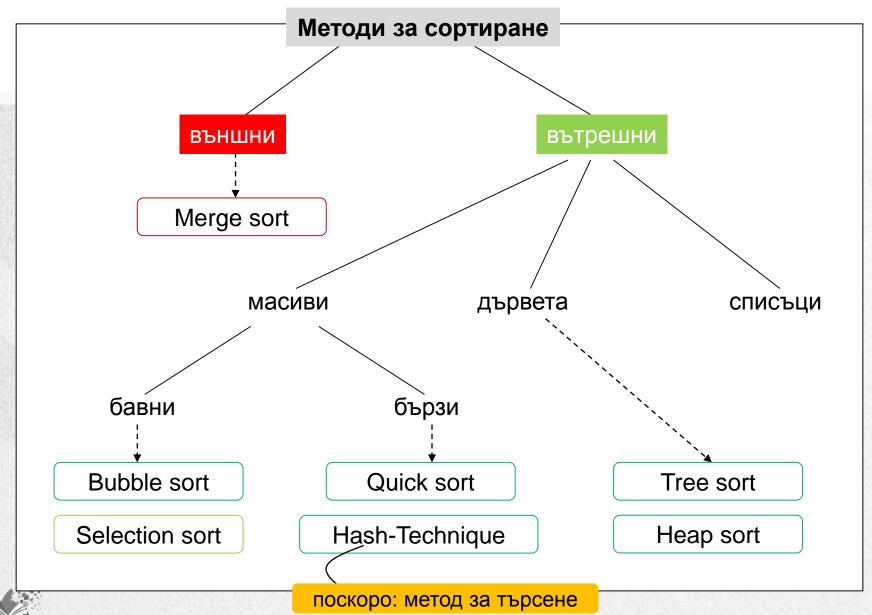
Брой	100	1024	1 Mio
Линейно (средно)	50	512	500.000
Двоично (максимално)	7	10	20



ДВОИЧНО ТЪРСЕНЕ: JAVA-ПРОГРАМА

```
public static void binarySearch (int [] a, int x) {
   int left, right, middle;
   left = 0;
   right = a.length-1;
   while (left <= right) {</pre>
        middle = (left + right) / 2;
         if (a[middle] == x) {
            System.out.println("found in position " + middle);
            return;
         if (a[middle] < x)
            left = middle + 1; //search right
         else
            right = middle - 1; //search left
   System.out.println("not found");
```





СОРТИРАНЕ ЧРЕЗ ИЗБОР

Алгоритъм:

- Търсим най-малкия елемент и го разменяме с първия елемент
- 2. Търсим втория най-малък елемент и го разменяме с втория елемент

...и т.н....





24

КОМПЛЕКСНОСТ: SELECTION SORT

7 56 201 250 330 1021 88

• Размени: O (n)

(точно: n - 1)

Сравнения: О (n²)

(TOYHO:

$$(n-1) + (n-2) + ... + 1$$

 $= n * (n - 1) / 2$
 $= (n^2 - n) / 2)$



КЛАСЪТ КОМПЛЕКСТНОСТ СЕ ОПРЕДЕЛЯ ЧРЕЗ НАЙ-ВИСОКАТА РАЗМЕРНОСТ

Клас на комплекстност при Selection sort: O (n²)

въпреки точната стойност за броя на сравнения:

$$n * (n - 1) / 2 = (n^2 - n) / 2$$

Клас на комплекстност: $O(n^2)$ или $O(n^2 - n)$?

Клас на комплекстност: $O(n^2)$

- понеже по-малкият клас при голям n без влияние
- по-високият клас определя размерността
- → по-малкият клас се пренебрегва.
- \rightarrow O($n^2 n$) не съществува (не се разглежда)



КЛАСОВЕ КОМПЛЕКСТНОСТ: ИЗБРАНИ СТОЙНОСТИ

and the second s	Annual Control of the	CONTRACTOR OF THE PARTY OF THE			
	2	8	10	100	1000
костантен	1	1	1	1	1
логаритмичен (power1)	1	3	4	7	10
линеен (power)	2	8	10	100	1000 n ² – n
квадратичен	4	64	100	10.000	1.000.000
експоненциален (Hanoi)	16	256	1024	~10 Mrd.	~10 ¹⁰⁰



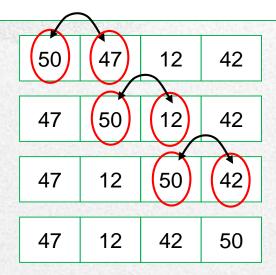
(частично приблизителни стойности / константен може да бъде пренебрегнат)

BUBBLE SORT: СМЯНА СЪС СЪСЕДА

Алгоритъм:

- Претърсваме масива и разменяме съседните елементи, които не са в правилната последователност.
 → Резултат: най-големият елемент вдясно.
- Както при 1. само до предпоследния елемент.

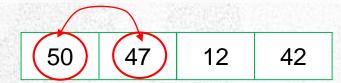
. . . И Т.Н.



1. Стъпка



КОМПЛЕКСТНОСТ: BUBBLE SORT



• Размени: O(n²)

- min: 0

- max: (n-1) + (n-2) + ... + 1
=
$$\frac{1}{2}$$
(n²-n)

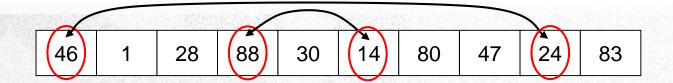
- avr.: $\frac{1}{4}$ (n²-n)

• Сравнения: O(n²)

точно: $\frac{1}{2} (n^2 - n)$



QUICK SORT: ОСНОВНА ИДЕЯ



Алгоритъм (идея):

- Разделяме целия масив посредством размяна на елементи в 2 части:
 - ВСИЧКИ ЕЛЕМЕНТИ ОТ ЛЯВАТА ЧАСТ СА <= ОТ ВСИЧКИ ЕЛЕМЕНТИ ОТ ДЯСНАТА ЧАСТ
- Сортираме двете части независимо една от друга (рекурсивно)

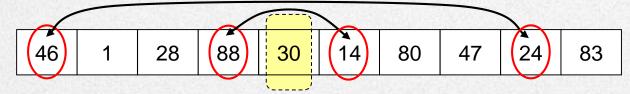
24 1 28	30	46	47
---------	----	----	----



QUICK SORT: РАЗДЕЛЯНЕ НА ДВЕ ЧАСТИ

Техника:

- Избираме произволен елемент от масива
 (обикновено: средния елемент, наречен пивот елемент за
 сравняване)
- Претърсваме масива отляво докато: (елемент >= пивот) намерен
- Претърсваме масива отдясно докато: (елемент <= пивот) намерен
- Раменяме двата елемента



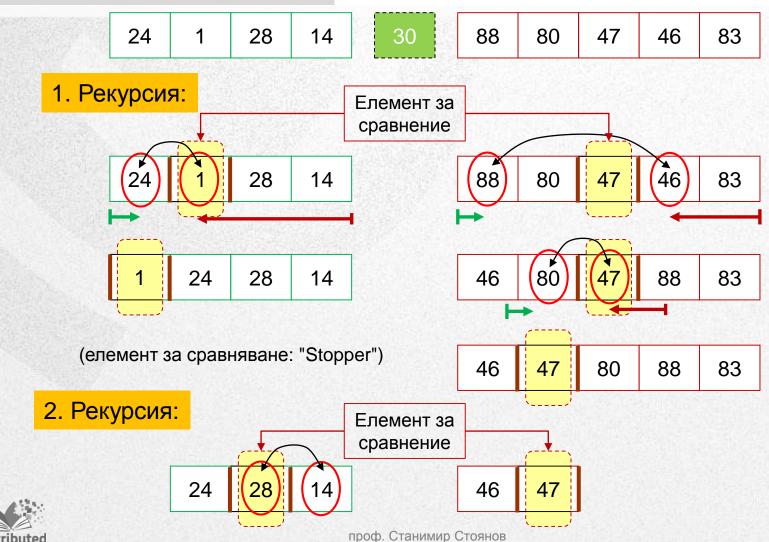


ПРИМЕР: QUICK SORT



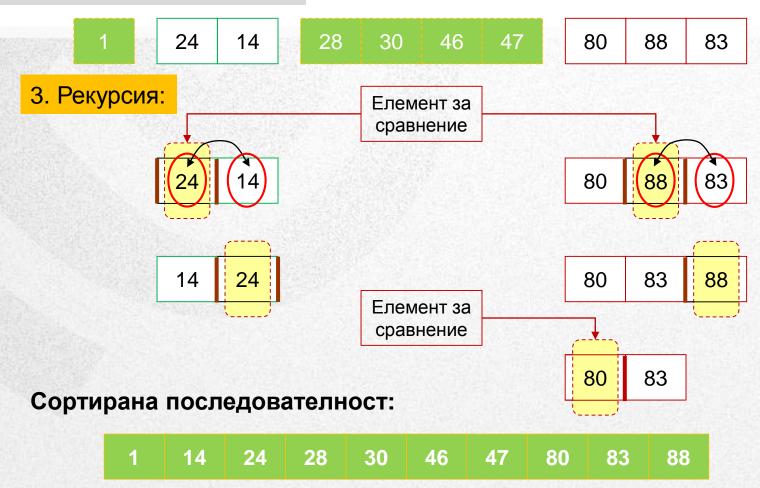
ПРИМЕР: QUICK SORT

След 1. стъпка на разделяне:



ПРИМЕР: QUICK SORT

След 5 стъпки на разделяне:

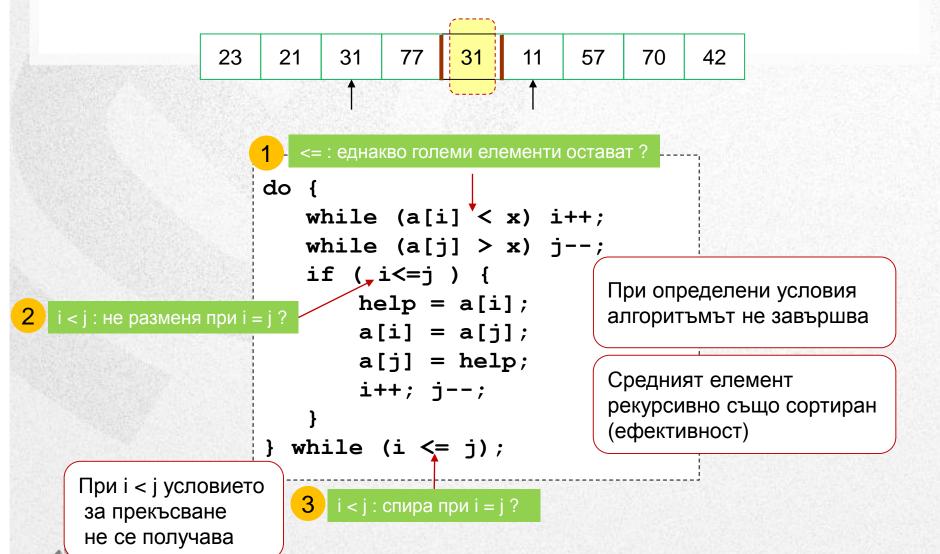




РАЗДЕЛЯНЕ НА ДВЕ ЧАСТИ: JAVA-ПРОГРАМА

```
public static void quicksort (int[] a, int left, int right) {
  int help ;
  int i = left;
  int j = right;
    // pivot element
  int x = a[(left+right)/2];
  do {
     while (a[i] < x) i++; //пропуска: леви по-малки елементи
     while (a[j] > x) j--; //пропуска: десни по-големи елементи
     if ( i<=j ) {
        help = a[i]; // размяна: ако елементите стоят от
        a[i] = a[j]; // грешната страна
        a[i] = help;
        i++; j--;
  } while (i <= j); // продължава: докато разделянето завършено
   // now: elements in the left part smaller
   // as elements in the right part
   // -> after: sort left and right part separately
```

ДЕТАЙЛИ: СРАВНЕНИЯ

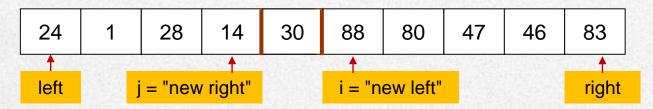


ОТДЕЛНО СОРТИРАНЕ: ЛЯВА И ДЯСНА ЧАСТ

```
public static void quicksort (int[] a, int left, int right) {
    ...

    // sort left and right part separately,
    // if more as an element exists

    if (left < j)
        quicksort(a, left, j);
    if (i < right )
        quicksort(a, i, right );
}</pre>
```





37

QUICK SORT

```
public static void quicksort
       (int[] a, int left, int right) {
   //devide into two parts
   do {...} while(...);
   if (left < j)</pre>
       quicksort(a, left, j)
   if (i < right)</pre>
       quicksort(a,i, right);
```



QUICK SORT: 'PROBLEM-STACK'?

Проблем за съхраняване: индексна област, която ще се сортира

Извикване в Quicksort.java:

Напр. 100

quicksort(a, 0, n-1);

Развитие на стека:

Начало:

0 100

Необходим 'Problem-stack'?

1. Циклична стъпка:

0 68 70 100

2. Циклична стъпка:

0 21 23 68 70 100

Не става ли въпрос за последователността на решаваните проблеми ?



КОМПЛЕКСНОСТ: QUICK SORT

• Най-добрият случай:

- Array винаги разделен на две равни части
- → Сравнения:

$$O(n) = n \log_2 n$$

→ Операции за размяна:

$$O(n) = n \log_2 n / 6$$

• Средна комплексност:

- Само с фактор 2 * In 2 = 1.39... по-лоша
- Най-лошият случай:

$$O(n) = n^2$$

• Винаги отделяме само един елемент

n = 1.000.000	Selection sort	1.000.000.000.000
→ Сравнения	Quick sort	20.000.000

50.000 пъти повече сравнения!

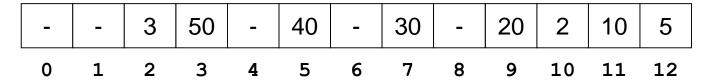
HASH-ТЕХНИКА: СВОЙСТВА

- Най-бързият метод за търсене
- Цел: търсене с един достъп:
 - т.е. Константна комплексност O (n) = k
 - \rightarrow Евентуално дори с k = 1 ...
- Времето за изпълнение за сметка на паметта



HASH-TEXHИKA: ОСНОВНА ИДЕЯ

Hash-сортиран масив:



Масив с дължина 13:

- Частично незает
- Изключително несортиран (разпръснато съхраняване)

Идея: не тъсим елемент, а изчисляваме позиция в масива

Hash-функция **H**: асоциативно адресиране

H: ключ → адреси



ПРИМЕР: HASH-ФУНКЦИЯ

Цел:

H: Integer

 \rightarrow

[0...12]

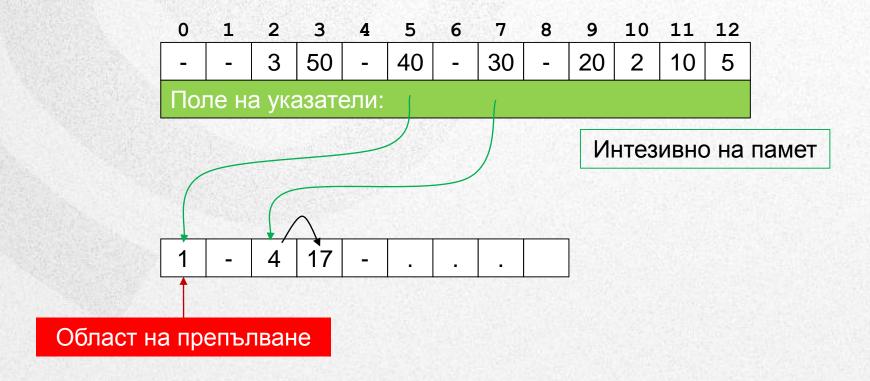
Възможност:

$$H(n) = 5 * n \mod 13$$

Колизия: H(n1) = H(n2)

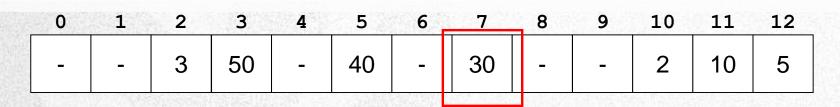


ОБРАБОТКА НА КОЛИЗИИ





ОБРАБОТКА НА КОЛИЗИИ: ОТВОРЕНО СВЪРЗВАНЕ



Записваме нов: 4, 17

→ Ако мястото е заето :

Записваме в следващото свободно място (накрая: започваме отново от начало)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-	-	3	50	-	40	-	30	4	17	2	10	5



ТЪРСЕНЕ ПРИ ОТВОРЕНО СВЪРЗВАНЕ

			3										
-	-	3	50	-	40	-	30	4	17	2	10	5	

Търсене на елемент s: алгоритъм: как да намерим s?

H (s) = і (на място і би трябвало да стои s)

1. Случай : а [i] = s → елемент намерен

2. Случай: а [і] = - (дупка) → елемент неналичен

3. Случай: a [i] <> s (няма дупка) → търсим елемент s, започвайки от позиция i + 1 на Array докато:

→ стигнем дупка '-' : излизане или

→ елемент намерен



ПРИМЕРИ: ТЪРСЕНЕ ПРИ ОТВОРЕНО СВЪРЗВАНЕ

- 1. **Неналичен:** s = 1, H(1) = 5
 - → a [5] <>1
 - → Търсим нататък при а [6]: '-' готови
- **2. Hannel:** s = 17, H(17) = 7
 - \rightarrow a[7] <> 17
 - → Търсим нататък от позиция i = 8:
 а [9] = 17, т.е. готови: намерен
- 3. **Неналичен:** s = 51, H(51) = 7
 - \rightarrow a [7] <> 17
 - → Търсим нататък от позиция i = 8:i = 8, 9, 10, 11, 12, 0: '-' готови



РЕАЛИЗАЦИЯ НА HASH-TEXHИKA

1. Определяме размера на Hash-таблицата (Array с твърда индексна област)

- 2. Определяме Hash-функцията (+реализираме)
 H:Integer ---> [0...12]
 int hash (int key, int tableSize)
- 3. Реализация на операциите: write (с колизии), search
 - → в Hash.java: write и search още липсват
 - → задача: самостоятелна реализация



НАSH-ФУНКЦИИ: ДЕФИНИЦИОННИ ОБЛАСТИ

Числови ключови полета (номера на лични карти, ЕГН)

hash: int → адресна област

Имена, Идентификатори (Компилатор) ...

hash: String → адресна област



HASH-ФУНКЦИЯ 3A STRINGS

```
static int hash (String key, int tableSize) {
   int hashVal = 0;
   for (int i = 0; i < key.length(); i++)
      hashVal = 37 * hashVal + key.charAt(i);
  hashVal %= tableSize;
   if (hashVal < 0)
      hashVal += tableSize;
   return hashVal;
                                         key.length() - 1
```

String: API-клас (не Array) Тип с операции i: 0 1 2 3 4 5

key: pers nr

hashVal: 750

key.charAt(4) He: key[4]



HASH-ФУНКЦИЯ ЗА STRINGS: ДЕТАЙЛИ

```
Пример:
                                             1000
                              "aa"
static int hash (String key, int tableSize) {
   int hashVal = 0:
   for (int i = 0; i < \text{key.length}(); i++)
       hashVal = 37 * hashVal + key.charAt(i);
                                int + char?
   hashVal %= tableSize;
                                           37 * 97 + 'a'
   if (hashVal < 0)
                                             3ai = 1
       hashVal += tableSize;
                                           37 * 97 + 97
   return hashVal;
                                      автоматично конвертиране
                                          Unicode / ASCII
```



Коректура на отрицателните Hash-стойности?

ПРИЛОЖЕНИЕ НА HASH-ФУНКЦИИ

```
public static void main (String[] args) {
   String str;
   int length;
   System.out.print("Enter table length: ");
   length = Keyboard.readInt();
   while (true) {
        System.out.print("Enter a string: ");
        str = Keyboard.readString();
        System.out.println("String: " + str
               + " Hash value: "
               + hash(str, length));
        if (str.equals("0")) return; // string сравнение
            % java Hash
            Enter table length: 1000
            Enter a string: abcdef
            String: abcdef Hash value: 401
```



ЕФЕКТИВНОСТ

L : фактор на натоварване на една Hash-таблица (част на запълнените места на таблицата)

L = 0.5:

- Въвеждане: средно 2.5 разгледани места
- Търсене: средно 1.5 разгледани места (успешно търсене)

L = 0.9:

- Въвеждане: средно 50 разгледани места
- Търсене: средно 5.5 разгледани места (успешно търсене)

→ Клас на комплексност: константен



JAVA : API-КЛАС 'HASHTABLE'

• Самостоятелна реализация:

- Метод 'hash' за изчисляване на Hash-функция
- equals() определя еквивалентност на обекти

• Параметри:

- capacity: размер на таблицата
- loadFactor: фактор на натоварване L
 - → Ако таблицата е напълнена до процент L: автоматично разширяване на таблицата
 - → При по-пълни таблици: много колизии, т.е. дълги времена за търсене



WEBSITE: API-CLASS HASHTABLE

java.util

Class Hashtable<K,V>

java.lang.Object

Ljava.util.Dictionary<K,V>
Ljava.util.Hashtable<K,V>

All Implemented Interfaces:

Serializable, Cloneable, Map<K,V>

Direct Known Subclasses:

Properties, UIDefaults

```
public class Hashtable<K,V>
extends Dictionary<K,V>
implements Map<K,V>, Cloneable, Serializable
```

This class implements a hashtable, which maps keys to values. Any non-null object can be used as a key or as a value.

To successfully store and retrieve objects from a hashtable, the objects used as keys must implement the hashCode method and the equals method.

An instance of Hashtable has two parameters that affect its performance: initial capacity and load factor. The capacity is the number of buckets in the hash table, and the initial capacity is simply the capacity at the time the hash table is created. Note that the hash table is open: in the case of a "hash collision", a single bucket stores multiple entries, which must be searched sequentially. The load factor is a measure of how full the hash table is allowed to get before its capacity is automatically increased. The initial capacity and load factor parameters are merely hints to the implementation. The exact details as to when and whether the rehash method is invoked are implementation-dependent.

If many entries are to be made into a Hashtable, creating it with a sufficiently large capacity may allow the entries to be inserted more efficiently than letting it perform automatic rehashing as needed to grow the table.

This example creates a hashtable of numbers. It uses the names of the numbers as keys:

```
Hashtable numbers = new Hashtable();
numbers.put("one", new Integer(1));
numbers.put("two", new Integer(2));
numbers.put("three", new Integer(3));
```

To retrieve a number, use the following code:

```
Integer n = (Integer)numbers.get("two");
if (n != null) {
    System.out.println("two = " + n);
}
```



MERGE SORT: COРТИРАНЕ НА ВЪНШНИ ФАЙЛОВЕ ПОСРЕДСТВОМ СМЕСВАНЕ

Данните не могат да бъдат цялостно заредени в оперативната памет

- последователности (файлове: външна памет)
- Винаги само един елемент достъпен

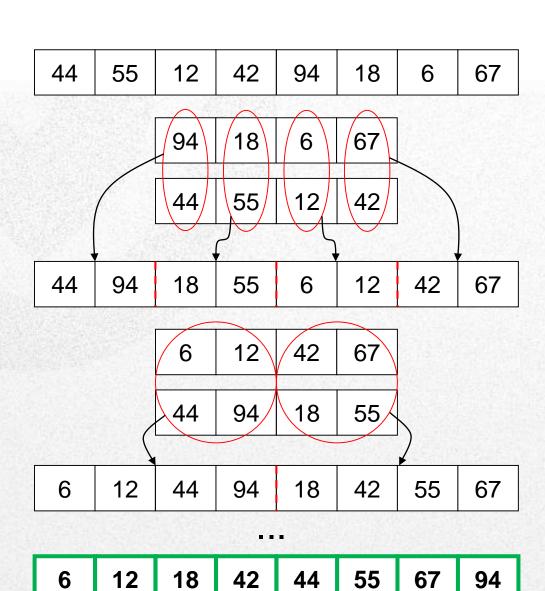
399	423	505	201	1001	8023	232	

Алгоритъм:

- 1. Декомпозираме последователността на 2 подпоследователности а и b
- 2. Смесваме а и b : последователност с от наредени двойки
- 3. Декомпозираме последователност **с** на 2 последователности **а1** и **b1**
- 4. Смесваме a1 и b1: последователност c1 от наредени четворки



ПРИМЕР: MERGE SORT



Distributed @learning center 1. Стъпка:

2. Стъпка:

3. Стъпка:

СМЕСВАНЕ: СОРТИРАНИ ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТИ*)

Тип на резултата: array

```
public static int[] merge (int[] a, int[] b) {
   int i=0, j=0, k=0;
   int[] c = new int[a.length + b.length];
   // merge, until an Array empty
   while ((i < a.length) && (j < b.length))
       if (a[i] < b[j]) \leftarrow
          c[k++] = a[i++];
                                 Странични ефекти!
       else
          c[k++] = b[j++];
   // Rest of not empty sequence:
   if (i == a.length)
       while (j < b.length) c[k++] = b[j++];
   else
       while (i < a.length) c[k++] = a[i++];
   return c;
```

- Разглеждаме последователности като масиви (вътрешно)
 → Файлове (външно)
- но: обработваме масивите като файлове (последователно)

*

БЛАГОДАРЯ ЗА ВНИМАНИЕТО!

КРАЙ "ТЪРСЕНЕ И СОРТИРАНЕ"



