



Rapport de projet : Télécommunications - Introduction à la synchronisation

Emile Devos
Paul Croizet

*Département Sciences du Numérique - Première année
2022-2023*

Table des matières

1	Introduction	2
2	Impact d'une erreur de phase porteuse	2
2.1	Etude théorique	2
2.2	Implantation sous matlab	3
2.3	Tracé Demandé	4
3	Estimation et correction de l'erreur de phase porteuse	6
4	Codage Par transition	7
4.1	Etude Théorique	7
4.2	Implantation sur Matlab	7
5	Conclusion	8
5.1	Conclusion du TP	8
5.2	Bilan de Emile	8
5.3	Bilan de Paul	9

Table des figures

1	Comparaison des TEBs et des constellations pour des phases qui varient	4
2	Comparaison des TEBs entre eux pour des phases qui varient . .	5
3	Comparaison des TEBs après la correction de phase	6
4	Comparaison des TEBs avec le codage par transition	8

1 Introduction

Dans cette partie, nous allons étudier une chaîne passe-bas équivalente associée à une transmission BPSK. Dans cette chaîne passe bas, on suppose que la synchronisation entre le récepteur et l'émetteur est idéale, autant en fréquence qu'en temps. Dans ce projet, nous verront l'impact d'une erreur de synchronisation sur la phase porteuse, puis nous étudieront une méthode de synchronisation où l'objectif est d'estimer l'erreur de phase. Enfin, nous verront le codage par transition, qui, même s'il a un TEB plus mauvais, permet de s'affranchir de l'ambiguïté de π sur l'estimation de l'erreur de phase.

2 Impact d'une erreur de phase porteuse

2.1 Etude théorique

1. La condition de nyquist est la suivante :

$$\begin{cases} g(n_0) \neq 0 \\ g(n_0 + mN_s) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Nous cherchons donc un n_0 respectant cette condition. On sait que la convolution entre deux portes de largeur T_s donne un triangle de demi base T_s . Ainsi, pour respecter le critère de nyquist, il faut se placer en $t_0 = T_s$ c'est-à-dire dans notre cas, $n_0 = N_s$. Par la suite, afin de garantir le respect de la condition de Nyquist, on considèrera que $n_0 = N_s$.

2. $z_m = a_m g(n_0) + I_w(n_0 + mT_s)$
3. D'après le cours : $TEB = Q(\frac{D_{min}}{2\sigma_{I_w}})$ Or ici, la distance entre deux points sans bruit est $T_s \cos(\phi)$. En effet, la multiplication par $\exp(j\phi)$ fait une rotation dans le plan complexe d'angle ϕ . Ainsi, le TEB est :

$$TEB = Q\left(\frac{T_s \cos(\phi)}{\sigma_{I_w}}\right) \quad (2)$$

4. La densité spectrale du bruit est ici de N_0 . Par la formule de Wiener-Lee, il vient alors que :

$$\sigma_{I_w} = N_0 \times \int_R |H_r(f)|^2 df = N_0 \times \int_R |h_r(t)|^2 dt = N_0 T_s \quad (3)$$

5. Pour calculer l'énergie des symboles à l'entrée, on commence par calculer la densité spectrale de puissance du signal en sortie du filtre de mise en forme. Or la DSP est dans notre cas :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2$$

On utilise encore un fois la formule de Wiener-Lee. Il vient alors que :

$$E_b = P_x T_s = \frac{T_s \sigma_a^2}{T_s} \int_R |H(f)|^2 df = \int_R |h(t)|^2 dt = T_s \quad (4)$$

6. Avec les différentes formules énoncées plus haut, nous pouvons en déduire que la formule du TEB est la suivante :

$$TEB = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \times \cos(\phi)\right) \quad (5)$$

2.2 Implantation sous matlab

Dans cette partie, nous allons réaliser l'implantation de cette chaîne de transmissions BPSK en y ajoutant une erreur de phase porteuse juste avant le filtre de réception. Pour réaliser cette chaîne de transmissions, les constantes suivantes ont été utilisées :

- La fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000Hz$ et la période d'échantillonnage $T_e = \frac{1}{F_e}$
- Le débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 6000$ bits par seconde ainsi que $T_b = \frac{1}{R_b}$
- Le facteur de sur-échantillonnage N_s , il correspond à $N_s = \frac{T_s}{T_e}$. Or dans notre cas, nous avons $T_s = T_b$, donc $N_s = \frac{T_b}{T_e}$.
- La période de sur-échantillonnage T_s
- L'angle $\phi \in \{40, 100, 180\}$

Nous avons ensuite implanté la chaîne de transmissions en suivant ces étapes :

1. Génération d'un échantillon binaire. La taille de notre échantillon binaire varie entre ces 3 valeurs : 100, 1 000 et 10 000.
2. Création du mapping adapté au modulateur, ici un mapping BPSK, les symboles peuvent être : $a_k = 1, -1$.
3. Sur-échantillonnage du signal, cette étape permet de dupliquer les informations pour une meilleure transmission.
4. La création de notre filtre du modulateur bande de base. Il s'agit ici d'un rectangle de durée T_s et de hauteur 1
5. Le filtrage du signal. Dans cette étape, on met notre signal sur-échantillonné dans notre filtre précédemment créé, on obtient alors l'enveloppe complexe associée à $x(t)$
6. On ajoute ensuite le bruit sur la partie en phase
7. On multiplie le signal par $\exp(j\phi)$
8. Nous filtrons ensuite le signal complexe avec le filtre de réception, identique au filtre d'émission.
9. Enfin, nous procédons à l'échantillonnage puis à la décision et au demapping.

2.3 Tracé Demandé

Nous avons dans un premier temps tracé le TEB de la chaîne sans ajouter l'erreur de phase porteuse. Nous avons bien obtenu deux TEB qui se superposaient. Après ceci, nous avons ajouté l'erreur de phase porteuse pour les angles demandés.

On peut voir sur le tracé ci-dessous les constellations pour toutes les valeurs de ϕ . Celles ci sont tracées sans bruit.

1. Pour $\phi = 40$, On obtenait un TEB nul, on voit que la constellation après échantillonneur est bien dispersée.
2. Pour $\phi = 100$, on obtenait sans bruit un TEB valant 1. Ceci est normal puisque $100^\circ > 90^\circ$ et donc $\cos(100^\circ) < 0$. Donc sur la constellation, le point qui était initialement à droite est passé à gauche et celui de gauche est passé à droite. Ainsi, un symbole sera forcément mal décodé, car si $a_k > 0$ alors $z_k < 0$. On peut de plus commenter qu'après l'échantillonneur, les parties réelles des points sont très proches, ceci est dû au fait que la valeur de $\cos(100^\circ)$ est faible.
3. Pour $\phi = 180$ on peut faire les mêmes commentaires que pour $\phi = 100$. En effet, comme $\cos(180) = -1$, les points après échantillonneurs sont parfaitement inversés. Ainsi, on obtient un TEB de 1 car on se trompe à chaque échantillon. On doit inverser chaque bit reconstitué

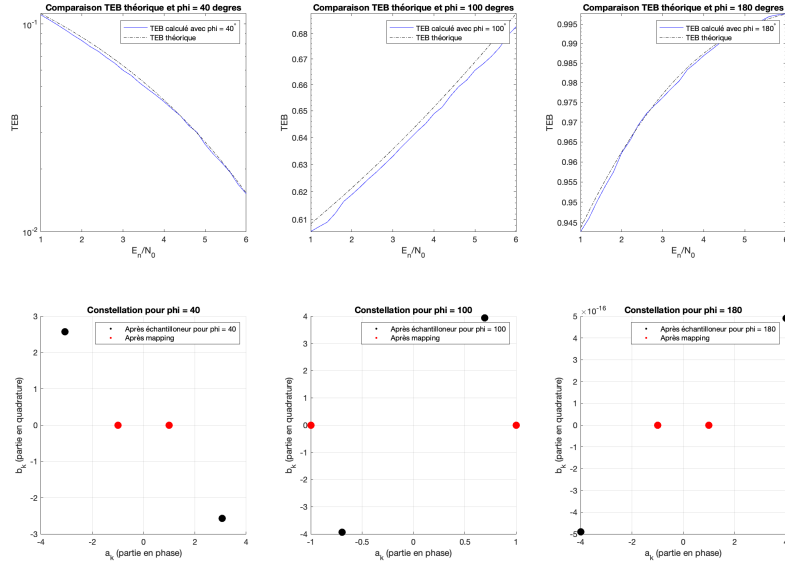


FIGURE 1 – Comparaison des TEBs et des constellations pour des phases qui varient. Ici $\phi = 40, 100, 180$.

- Nous devons également faire plusieurs tracés de TEB en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$.
- Le premier est celui en haut à gauche de la figure 1. On a tracé le TEB théorique dont nous avons prouvé l'expression théorique à la seconde partie pour $\phi = 40$ avec le TEB expérimental. On voit que les deux TEB se superposent, ce qui confirme le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission.
 - Le second tracé est présent dans la figure 2 en haut à gauche. On y voit le TEB avec une erreur de phase de $\phi = 40$ et sans erreur de phase. On voit bien que l'erreur de phase de 40° provoque un TEB plus élevé.
 - Enfin, sur la figure 2, on peut voir que les tracés des TEB pour $\phi = 100$ et $\phi = 40$). On peut voir que celui pour $\phi = 40$, Le TEB a une courbe habituelle, décroissante, car $\cos(40) > 0$. En revanche, pour $\phi = 100$, comme $\cos(100) < 0$, les points sont inversés, et donc plus le bruit est faible, plus le TEB va tendre vers 1.

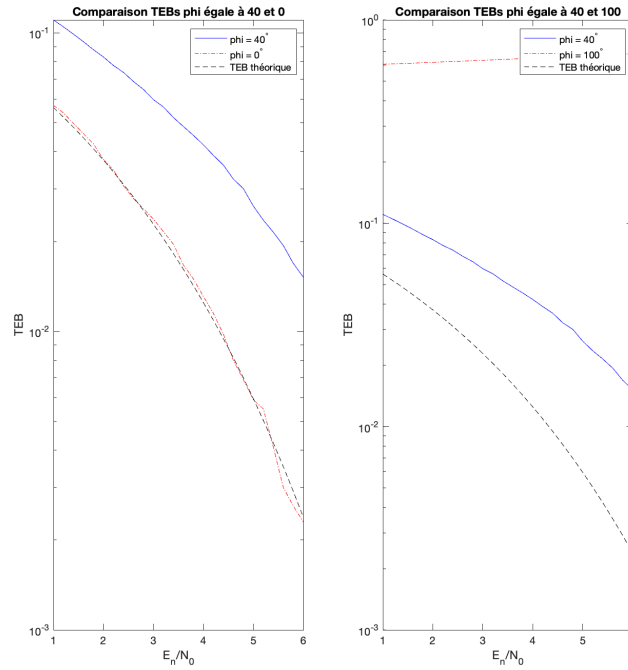


FIGURE 2 – Comparaison des TEBs entre eux pour des phases qui varient

3 Estimation et correction de l'erreur de phase porteuse

Dans cette partie, nous avons vu comment estimer l'erreur de phase à l'aide du maximum de vraisemblance. La démonstration donne alors que l'argument estimé est :

$$\hat{\varphi} = \frac{1}{2} \arg \left\{ \sum_m z_m^2 \right\}$$

Pour ajouter cette étape dans notre implantation, on commence par récupérer l'argument de chaque échantillon, puis on fait leurs sommes au carré. Enfin, on divise chaque échantillon par l'exponentielle de cette valeur.

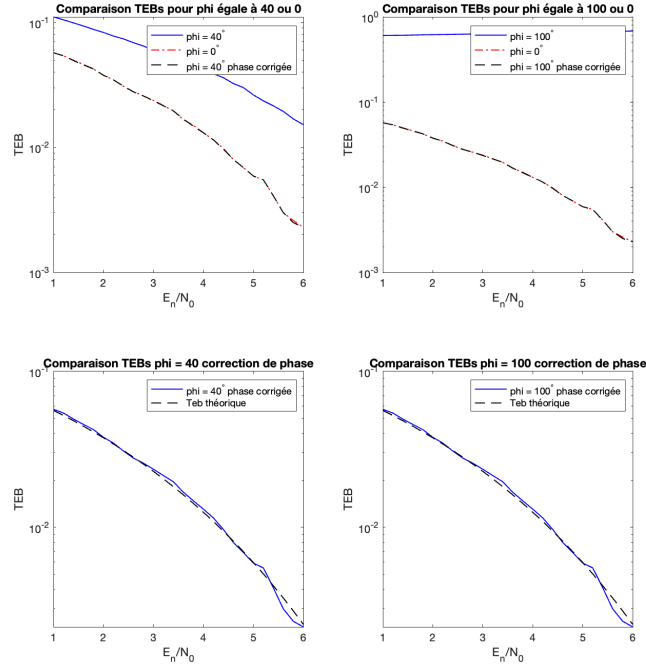


FIGURE 3 – Comparaison des TEBs après la correction de phase

Sur ces graphiques, on peut voir que le TEB, lorsqu'on apporte la correction de phase, se superpose au TEB théorique sans erreur de phase.

4 Codage Par transition

4.1 Etude Théorique

1. Pour faire le codage par transition, on a : $c_k = a_k c_{k-1}$ et pour décoder, on calcule : $c_k c_{k-1} = a_k c_{k-1} c_{k-1} = a_k$. Ainsi, on voit que le déphasage de π n'impacte plus dans notre cas. En effet, même si le point c_{k-1} a été multiplié par un cosinus négatif, le décodage nous faisant apparaître c_{k-1}^2 , nous n'aurons donc pas de problème de signe lors du décodage.
2. Nous voulons également montrer que le TEB sur les symboles par transition est le double du TEB obtenu sur des symboles non codés. Pour cela, nous allons montrer que si un c_k est erroné, alors c_{k+1} l'est également. Or, on a l'équation suivante qui permet de calculer deux symboles :

$$\begin{cases} c_k = a_k c_{k-1} \\ c_{k+1} = a_{k+1} c_k \end{cases}$$

On voit donc que si le symbole c_k est faux, le symbole a_k sera mal décodé. Mais comme c_k intervient aussi dans la formule de c_{k+1} , on décodera aussi mal le symbole suivant. Ceci montre alors que le TEB sur les symboles par transition est le double du TEB obtenu sur des symboles non codés.

4.2 Implantation sur Matlab

Nous devons tracer pour $\phi = 40$ et pour $\phi = 100$. On peut voir ces tracés ci dessous à la figure 4.

- On voit sur ce graphe que pour $\phi = 40$, le TEB est juste plus faible si on utilise le codage par transition et la correction de phase que si on utilise seulement la correction de phase.
- Pour $\phi = 100$, on voit que si on utilise le codage par transition, le TEB est plus mauvais. Mais il permet de retirer l'ambiguïté à π près. En effet, on voit que dans le cas où on utilise le codage par transition, le TEB est bien décroissant. Si on utilise que la correction de phase, le TEB est tout de même décroissant car, dans l'implantation, nous avons mis un modulo π . Mais dans ce modulo π , on aurait un TEB qui serait croissant et qui tendrait vers 1.

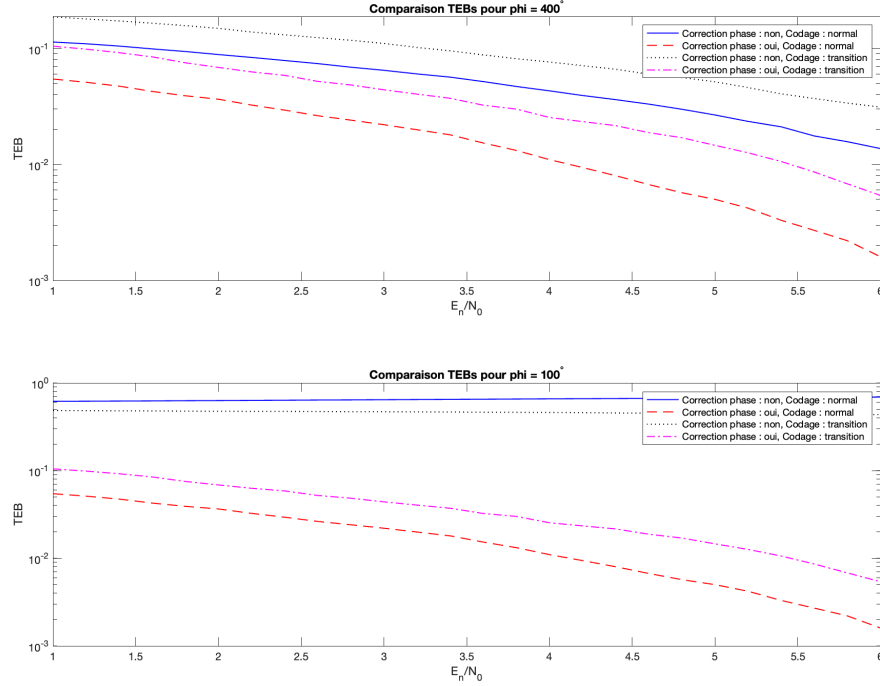


FIGURE 4 – Comparaison des TEBs avec le codage par transition

5 Conclusion

5.1 Conclusion du TP

Nous avons durant ce TP vu une introduction au problème de synchronisation entre l'émetteur et le récepteur.

Nous avons dans un premier temps implanté une chaîne BPSK avec laquelle nous avons étudié l'impact d'une erreur de phase porteuse.

Nous avons ensuite découvert une méthode statistique permettant d'estimer l'argument de l'erreur de phase porteuse, ce qui permettait donc de régler ce problème. Cependant, on avait un problème avec les déphasages modulo π .

Enfin, pour régler ce dernier problème, nous avons mis en place le codage par transition.

5.2 Bilan de Emile

Ce troisième TP de télécommunication m'a permis d'approfondir cette matière en découvrant une des problématiques des chaînes de transmissions que

nous avons étudié. J'ai pu m'entraîner, autant sur le calcul théorique que sur l'analyse pratique des résultats que nous avons obtenus.

Il était également intéressant de faire ces programmes sur Matlab, afin de s'exercer sur ce logiciel.

5.3 Bilan de Paul

Durant cette dernière partie du projet de télécommunication nous avons pu découvrir une problématique des chaînes de transmission : la synchronisation. Ce dernier projet était intéressant, car il montre que rien n'est parfait et que l'on doit toujours bien réfléchir à ce que nous faisons pour nous adapter.