



**POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL**

UNIVERSITÉ
D'INGÉNIERIE

PHS2223 – INTRODUCTION À L’OPTIQUE MODERNE

Équipe : 04

Expérience 4

Filtrage spatial

Présenté à
Guillaume Sheehy
Esmat Zamani

Par :
Émile Guertin-Picard (2208363)
Laura-Li Gilbert (2204234)
Tom Dessauvages (2133573)

18 novembre 2024
Département de Génie Physique
Polytechnique Montréal

Table des matières

1 Résultats	1
1.1 Cibles de résolution	1
1.2 Marvin	6
2 Discussion	8
2.1 Comparaison entre la théorie et l'expérience	10
2.2 Question 1	10
2.3 Question 2	10
3 Conclusion	10

1 Résultats

Cette section présente tous les résultats des manipulations, soit les images prises de l'acétate de Marvin ainsi que de la cible de résolution.

1.1 Cibles de résolution

Pour les cibles de résolution des figures 1 à 10, les fréquences de coupure ont été identifiées en déterminant la valeur de fréquence spatiale la plus petite où les barres verticales étaient toujours distinguables.

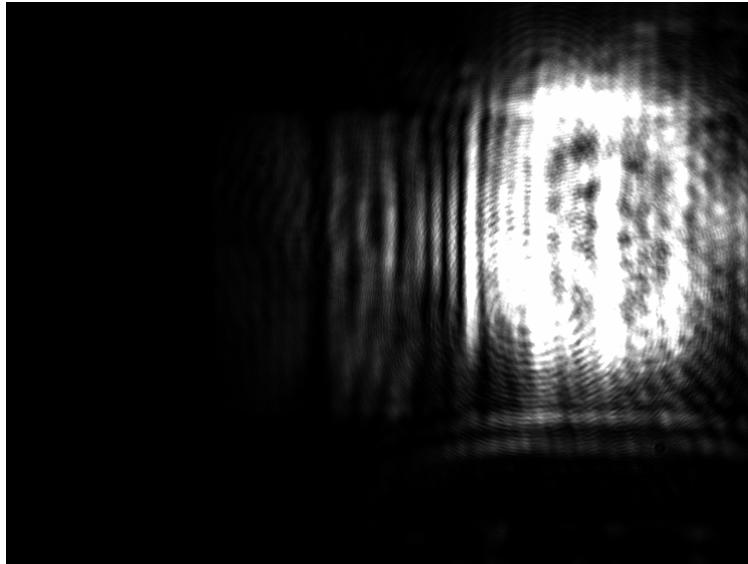


Figure 1 : Cible de résolution entre 1.25 et 3.85 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 1 mm . La fréquence de coupure est identifiée au minimum, soit 1.25 mm^{-1} .



Figure 2 : Cible de résolution entre 1.25 et 3.85 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 2 mm . La fréquence de coupure est identifiée à 3.33 mm^{-1} .



Figure 3 : Cible de résolution entre 1.25 et 3.85 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 2 mm . La fréquence de coupure n'est pas identifiable.

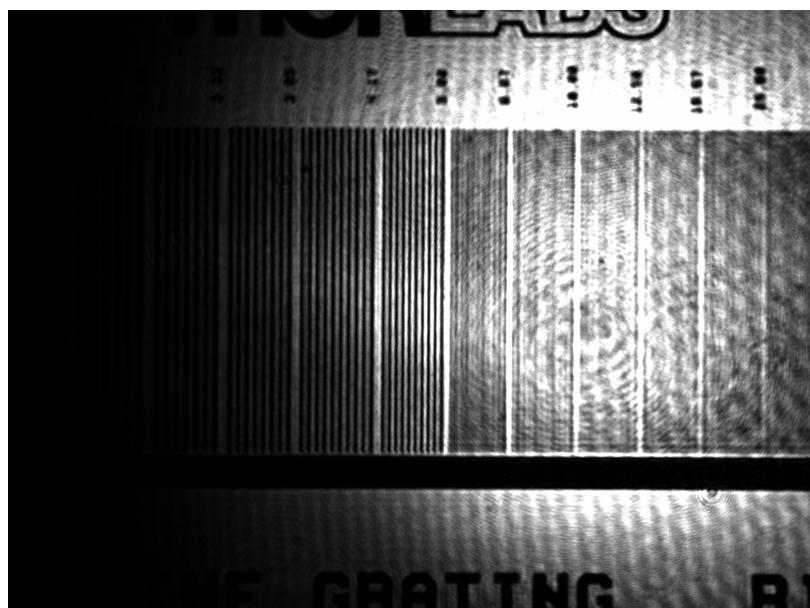


Figure 4 : Cible de résolution entre 4.17 et 26 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 3 mm . La fréquence de coupure est identifiée à 5.88 mm^{-1} .



Figure 5 : Cible de résolution entre 4.17 et 26 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 4 mm . La fréquence de coupure est identifiée à 6.67 mm^{-1} .



Figure 6 : Cible de résolution entre 4.17 et 26 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 5 mm . La fréquence de coupure est identifiée à 6.67 mm^{-1} .



Figure 7 : Cible de résolution entre 4.17 et 26 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 7 mm . La fréquence de coupure est identifiée à 6.67 mm^{-1} .

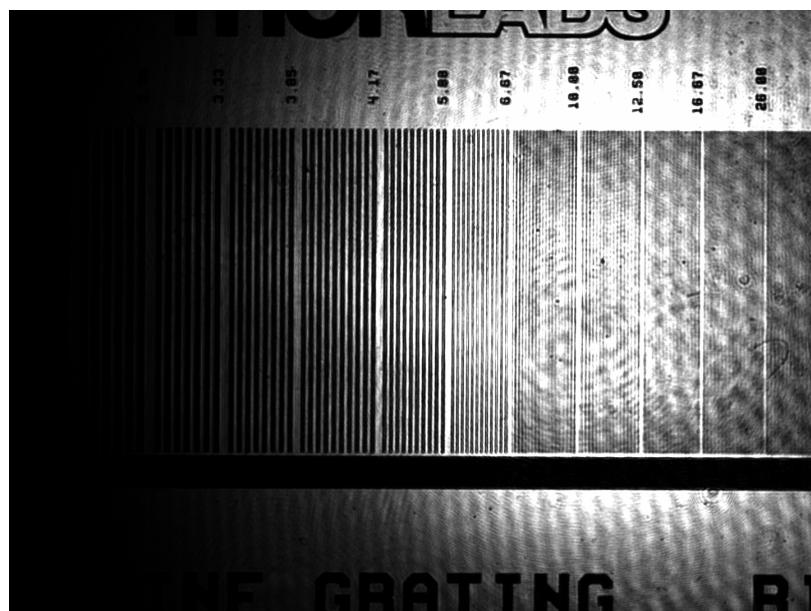


Figure 8 : Cible de résolution entre 4.17 et 26 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 9 mm . La fréquence de coupure est identifiée à 10 mm^{-1} .

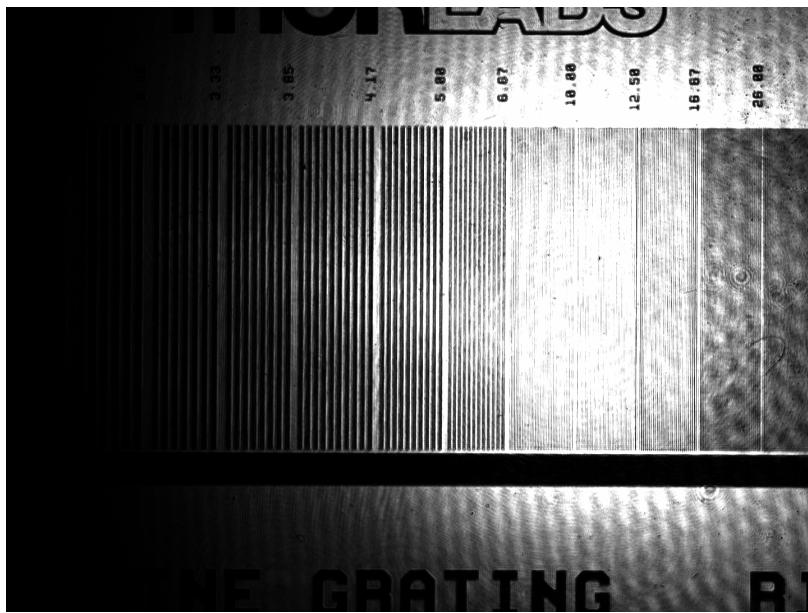


Figure 9 : Cible de résolution entre 4.17 et 26 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 16 mm . La fréquence de coupure est identifiée à 16.67 mm^{-1} .



Figure 10 : Cible de résolution entre 4.17 et 26 mm^{-1} pour un diamètre d'ouverture de l'iris de 25 mm . La fréquence de coupure est identifiée à 26 mm^{-1} .

Les fréquences de coupure sont compilées et affichées dans le graphique de la figure 11. Les incertitudes sur le diamètre d'ouverture de l'iris d sont données par la moitié de la plus petite graduation de l'instrument de mesure, doublée car la mesure se fait à deux points. Cela donne $\Delta d = 1 \text{ mm}$. Cette incertitude se propage facilement sur la fréquence de coupure f_c par la méthode des dérivées partielles. Pour cela, il faut la relation théorique entre la fréquence de coupure et l'ouverture. Cette dernière est dérivée en détail à la section 2.2, elle est :

$$f_c(d) = \frac{d}{2\lambda f} \quad (1)$$

où $\lambda = 632$ nm est la longueur d'onde du laser rouge utilisé et $f = 50$ cm est la focale de la lentille avant le plan de Fourier, où les filtres sont appliqués. La méthode des dérivées partielles dicte que l'incertitude sur la fréquence de coupure Δf_c est donnée par :

$$\Delta f_c = \frac{\partial f_c}{\partial d} \Delta d = \frac{\Delta d}{2\lambda f} \approx 1.58 \text{ mm}^{-1} \quad (2)$$

Ainsi, avec les barres d'erreurs :

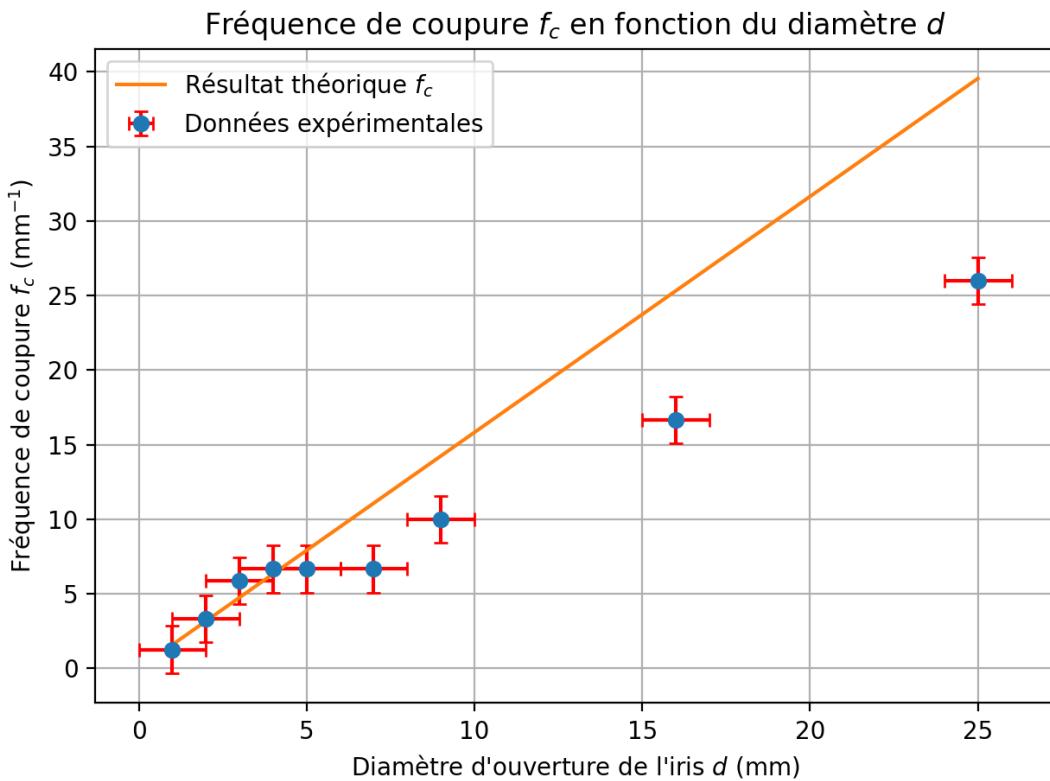


Figure 11 : Graphique des données expérimentales comparée avec la prédition théorique. Les incertitudes sur la fréquence de coupure sont la propagation des incertitudes du diamètre d'ouverture de l'iris.

1.2 Marvin

Les figures 12 à 14 montrent l'application du filtre passe-bas sur la transformée de Fourier, avec plusieurs diamètres d'iris (donc fréquences de coupure) appliquées.

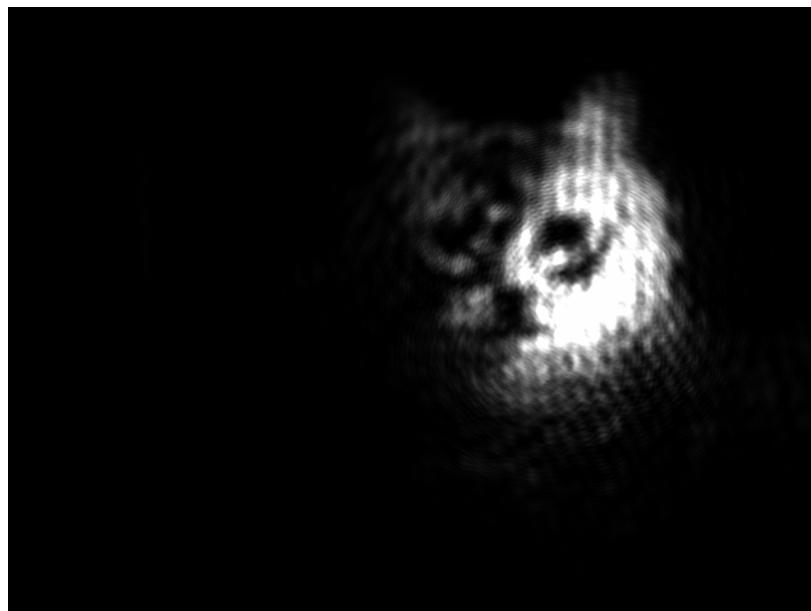


Figure 12 : Image de l'acétate de Marvin filtrée par l'ouverture minimale de l'iris $d = 1.2$ mm.

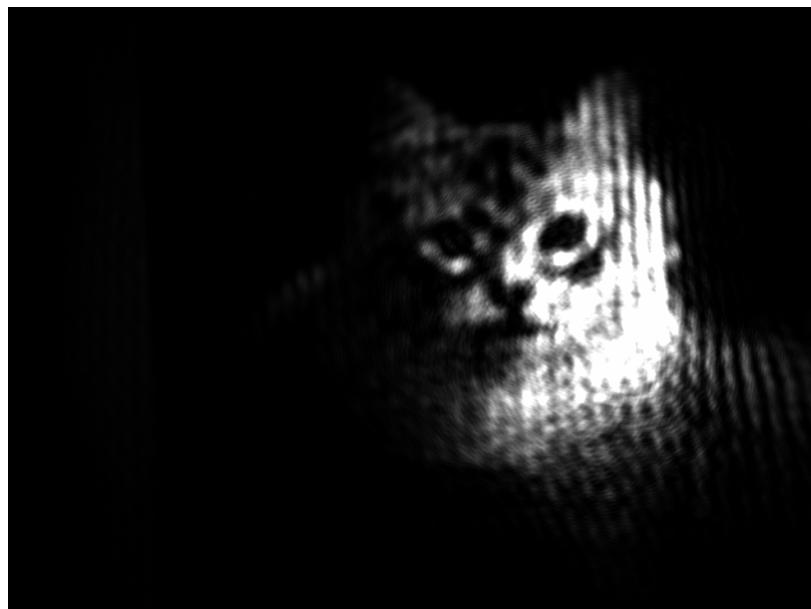


Figure 13 : Image de l'acétate de Marvin filtrée par l'ouverture intermédiaire de l'iris à $d = 2$ mm.

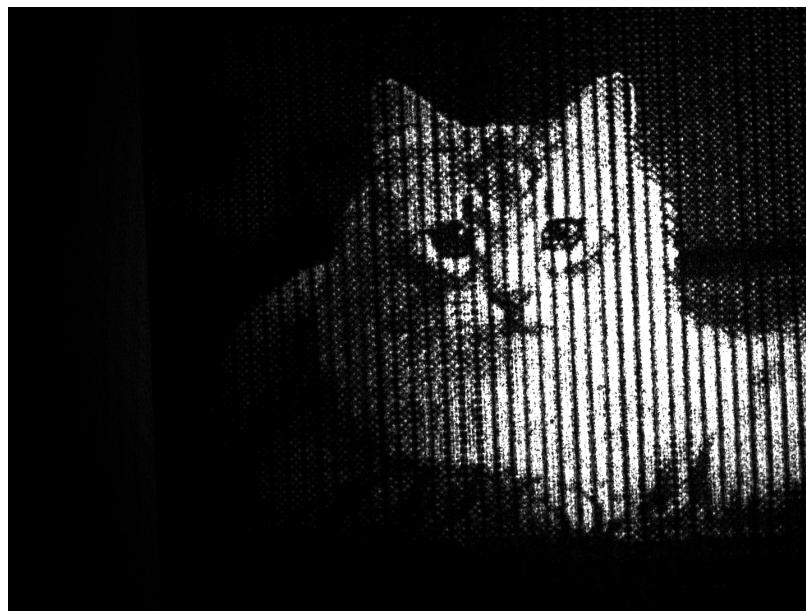


Figure 14 : Image de l'acétate de Marvin filtrée par l'ouverture maximale de l'iris à $d = 12.5$ mm.

Il est possible d'observer que le filtre pour enlever les barres verticales fonctionne partiellement pour une ouverture plus petite, mais a pour conséquence de flouter et d'assombrir grandement l'image. De plus, les barres ne sont jamais totalement enlevées.

2 Discussion

Afin de comparer les résultats obtenus pour les filtres appliqués sur l'acétate de Marvin avec le modèle théorique, quelques valeurs de filtres utilisées en laboratoire ont été implémentées sur l'image `marvin_striped` avec un filtre passe-bas top-hat, tel qu'affiché à la figure 15 :

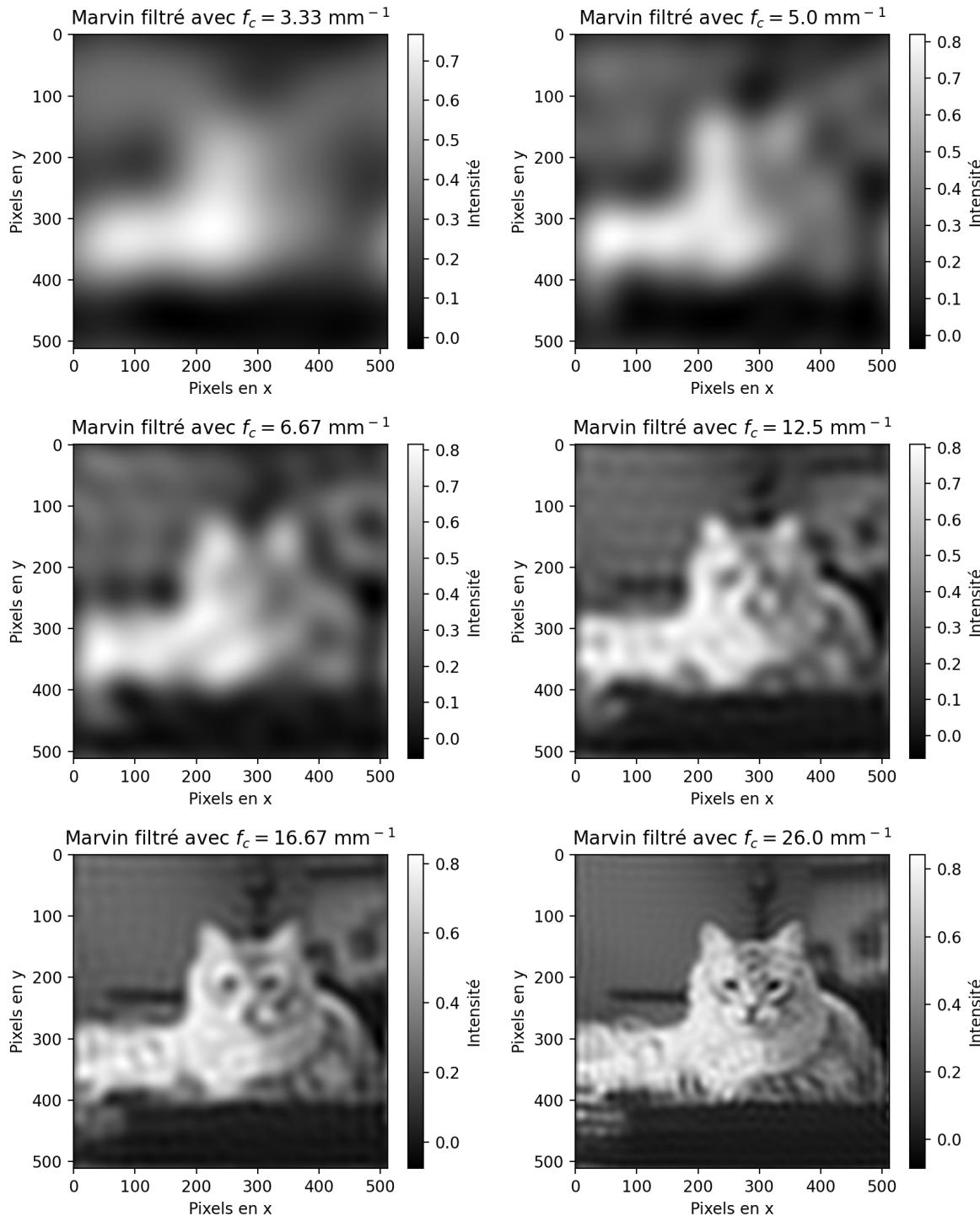


Figure 15 : Résultat de l'application de filtres top-hat f_c sur l'image de Marvin avec les bandes verticales.

À titre de référence, l'image originelle de Marvin avec les barres et sa transformée de Fourier sont présentées à la figure 16 :

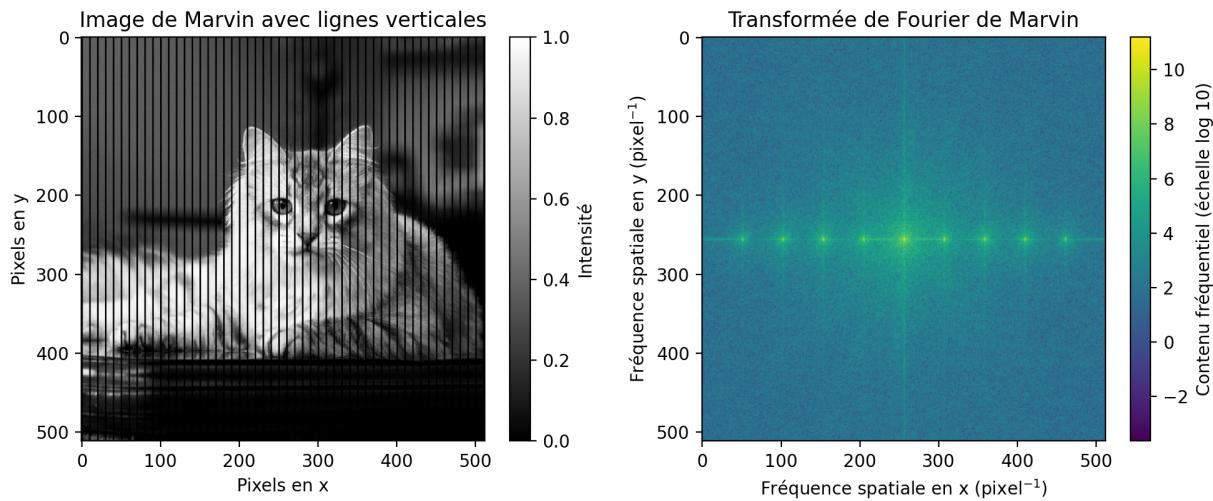


Figure 16 : Image originale de Marvin avec les bandes et affichage de sa transformée de Fourier, sur laquelle les filtres top-hat sont appliqués

2.1 Comparaison entre la théorie et l'expérience

2.2 Question 1

Pour trouver la fréquence de coupure de l'iris selon les paramètres physiques de l'expérience, les deux équations de fréquences spatiales peuvent être utilisées. L'équation pour la fréquence spatiale en x est donnée par :

$$f_x = \frac{x}{\lambda f} \quad (3)$$

Et celle en y est donnée par :

$$f_y = \frac{y}{\lambda f} \quad (4)$$

Où λ est la longueur d'onde de la lumière, et f est la longueur focale de la lentille utilisée. Puisque le filtre est de forme circulaire, il est possible de modéliser la fréquence de coupure à l'aide de l'équation d'un cercle, soit la suivante :

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (5)$$

Où r correspond au rayon de l'iris. Donc, en isolant les variables x et y dans les équations 3 et 4, et en remplaçant dans l'équation ci-dessus (Annexe), le résultat suivant est obtenu :

$$f_c = \frac{r}{\lambda f} = \frac{d}{2\lambda f} \quad (6)$$

Ainsi, la fréquence de coupure de l'iris selon les paramètres physiques est donnée par l'équation ci-dessus.

RÉSULTATS COHÉRENTS AVEC THEO ?

2.3 Question 2

3 Conclusion

Annexe

Avec les équations f_x et f_y , les variables x et y sont isolées, permettant d'obtenir les équations suivantes :

$$x = f_x \lambda f \quad y = f_y \lambda f$$

En remplaçant dans l'équation 5, le résultat suivant est obtenu.

$$\begin{aligned} (f_x \lambda f)^2 + (f_y \lambda f)^2 &= r^2 \\ f_x^2 \lambda^2 f^2 + f_y^2 \lambda^2 f^2 &= r^2 \\ \lambda^2 f^2 (f_x^2 + f_y^2) &= r^2 \end{aligned}$$

En réarrangeant les termes, le résultat suivant est obtenu.

$$(f_x^2 + f_y^2) = \frac{r^2}{\lambda^2 f^2}$$

Les deux fréquences spatiales f_x et f_y correspondent à la fréquence recherchée, ainsi l'équation mène à celle 6, soit :

$$f_c = \frac{r}{\lambda f} = \frac{d}{2\lambda f}$$