



**POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL**

UNIVERSITÉ  
D'INGÉNIERIE

## **PHS2223 – INTRODUCTION À L’OPTIQUE MODERNE**

**Équipe : 04**

---

### **Expérience 4**

Filtrage spatial

---

**Présenté à**  
Guillaume Sheehy  
Esmat Zamani

**Par :**  
Émile Guertin-Picard (2208363)  
Laura-Li Gilbert (2204234)  
Tom Dessauvages (2133573)

20 novembre 2024  
Département de Génie Physique  
Polytechnique Montréal

## Table des matières

<b>1 Résultats</b>	<b>1</b>
1.1 Cibles de résolution . . . . .	1
1.2 Marvin . . . . .	6
<b>2 Discussion</b>	<b>8</b>
2.1 Comparaison entre la théorie et l'expérience . . . . .	10
2.2 Question 1 . . . . .	11
2.2.1 Cohérence des fréquences de coupure expérimentales . . . . .	11
2.3 Question 2 . . . . .	11
<b>3 Conclusion</b>	<b>12</b>

## 1 Résultats

Cette section présente tous les résultats des manipulations, soient les images prises de l'acétate de Marvin ainsi que de la cible de résolution.

### 1.1 Cibles de résolution

Pour les cibles de résolution des figures 1 à 10, les fréquences de coupure ont été identifiées en déterminant la valeur de fréquence spatiale la plus petite où les barres verticales étaient toujours distinguables.



Figure 1 : Cible de résolution entre  $1.25$  et  $3.85 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $1 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée au minimum, soit  $1.25 \text{ mm}^{-1}$ .

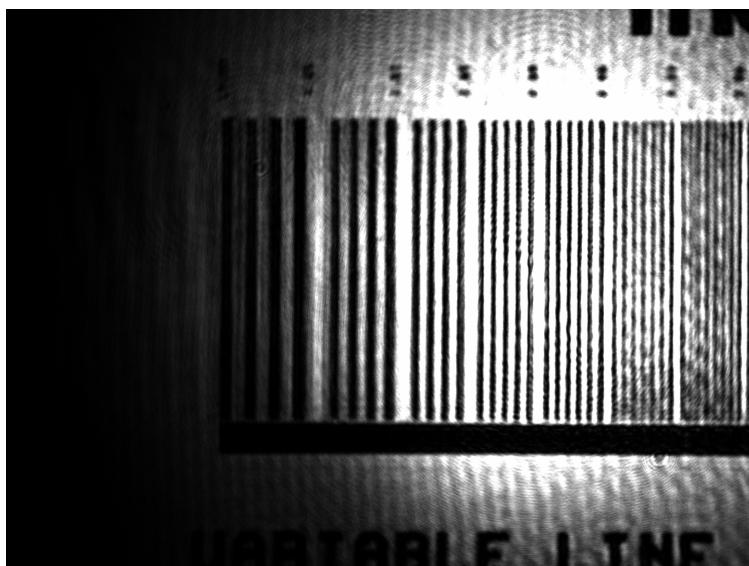


Figure 2 : Cible de résolution entre  $1.25$  et  $3.85 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $2 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée à  $3.33 \text{ mm}^{-1}$ .



Figure 3 : Cible de résolution entre  $1.25$  et  $3.85 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $2 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure n'est pas identifiable.

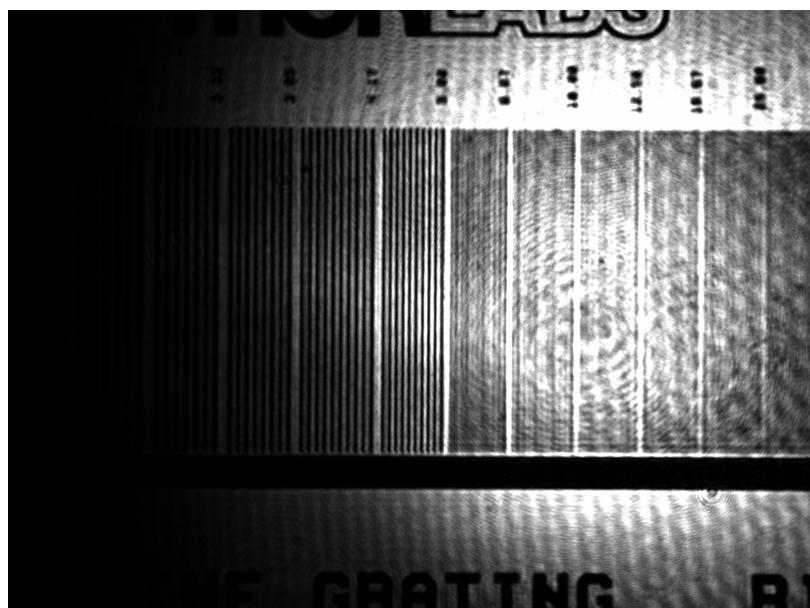


Figure 4 : Cible de résolution entre  $4.17$  et  $26 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $3 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée à  $5.88 \text{ mm}^{-1}$ .



Figure 5 : Cible de résolution entre  $4.17$  et  $26 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $4 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée à  $6.67 \text{ mm}^{-1}$ .



Figure 6 : Cible de résolution entre  $4.17$  et  $26 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $5 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée à  $6.67 \text{ mm}^{-1}$ .



Figure 7 : Cible de résolution entre  $4.17$  et  $26 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $7 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée à  $6.67 \text{ mm}^{-1}$ .



Figure 8 : Cible de résolution entre  $4.17$  et  $26 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $9 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée à  $10 \text{ mm}^{-1}$ .



Figure 9 : Cible de résolution entre  $4.17$  et  $26 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $16 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée à  $16.67 \text{ mm}^{-1}$ .



Figure 10 : Cible de résolution entre  $4.17$  et  $26 \text{ mm}^{-1}$  pour un diamètre d'ouverture de l'iris de  $25 \text{ mm}$ . La fréquence de coupure est identifiée à  $26 \text{ mm}^{-1}$ .

Les fréquences de coupure sont compilées et affichées dans le graphique de la figure 11. Les incertitudes sur le diamètre d'ouverture de l'iris  $d$  sont données par la moitié de la plus petite graduation de l'instrument de mesure, doublée, car la mesure se fait à deux points. Cela donne  $\Delta d = 1 \text{ mm}$ . Cette incertitude se propage facilement sur la fréquence de coupure  $f_c$  par la méthode des dérivées partielles. Pour cela, il faut la relation théorique entre la fréquence de coupure et l'ouverture. Cette dernière est dérivée à la section 2.2, elle est :

$$f_c(d) = \frac{d}{2\lambda f} \quad (1)$$

où  $\lambda = 632$  nm est la longueur d'onde du laser rouge utilisé et  $f = 50$  cm est la focale de la lentille avant le plan de Fourier, où les filtres sont appliqués. La méthode des dérivées partielles dicte que l'incertitude sur la fréquence de coupure  $\Delta f_c$  est donnée par :

$$\Delta f_c = \frac{\partial f_c}{\partial d} \Delta d = \frac{\Delta d}{2\lambda f} \approx 1.58 \text{ mm}^{-1} \quad (2)$$

Ainsi, avec les barres d'erreurs :

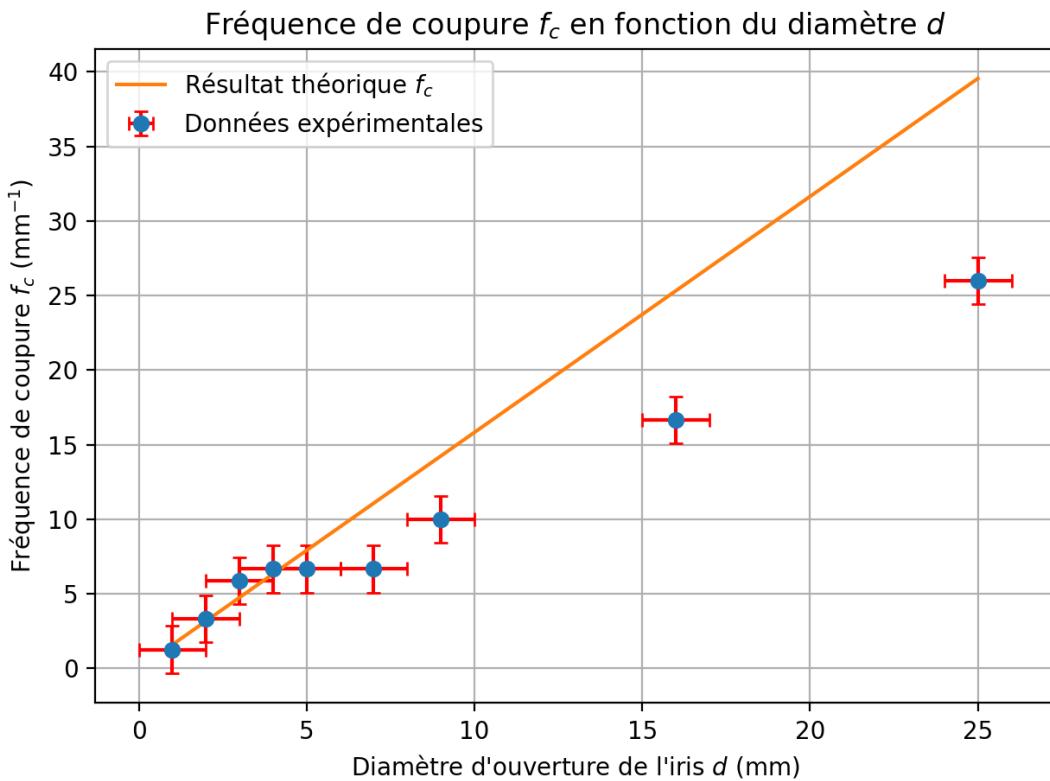


Figure 11 : Graphique des données expérimentales comparée avec la prédition théorique. Les incertitudes sur la fréquence de coupure sont la propagation des incertitudes du diamètre d'ouverture de l'iris.

## 1.2 Marvin

Les figures 12 à 14 montrent l'application du filtre passe-bas sur la transformée de Fourier, avec plusieurs diamètres d'iris (donc fréquences de coupure) appliqués.

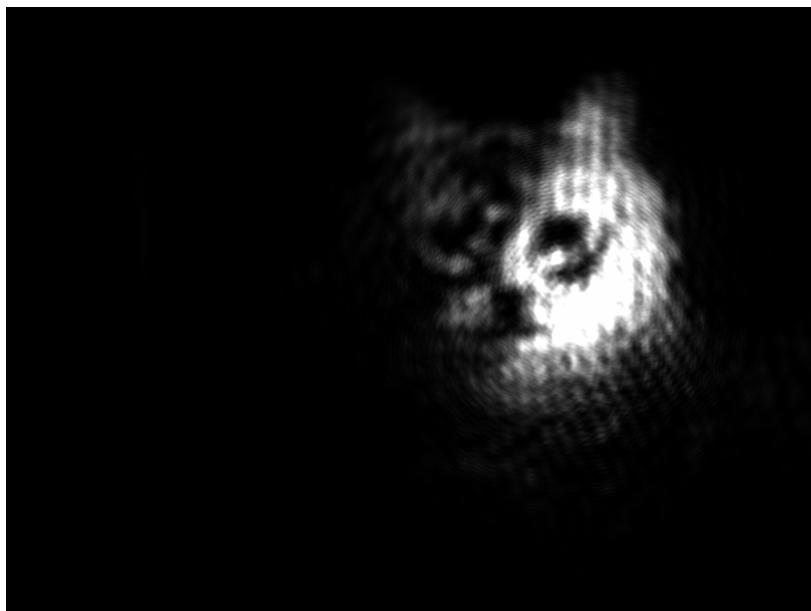


Figure 12 : Image de l'acétate de Marvin filtrée par l'ouverture minimale de l'iris  $d = 1.2$  mm.

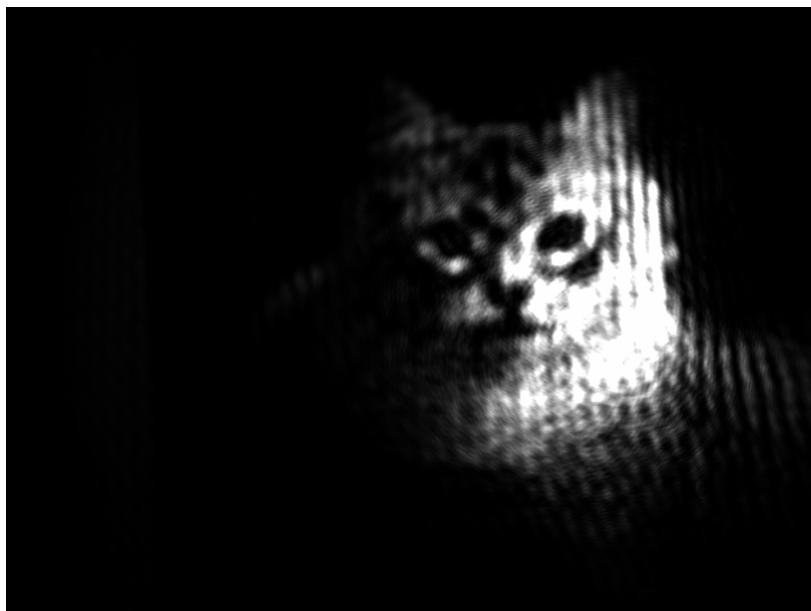


Figure 13 : Image de l'acétate de Marvin filtrée par l'ouverture intermédiaire de l'iris à  $d = 2$  mm.

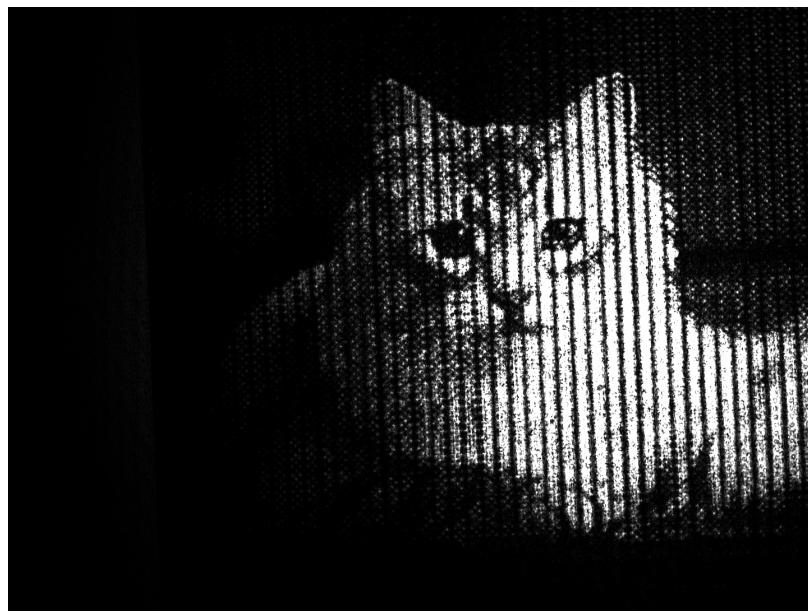


Figure 14 : Image de l'acétate de Marvin filtrée par l'ouverture maximale de l'iris à  $d = 12.5$  mm.

Il est possible d'observer que le filtre pour enlever les barres verticales fonctionne partiellement pour une ouverture plus petite, mais a pour conséquence de flouter et d'assombrir grandement l'image. De plus, les barres ne sont jamais totalement enlevées.

## 2 Discussion

Afin de comparer les résultats obtenus pour les filtres appliqués sur l'acétate de Marvin avec le modèle théorique, quelques valeurs de filtres utilisées en laboratoire ont été implémentées sur l'image `marvin_striped` avec un filtre passe-bas top-hat, tel qu'affiché à la figure 15 :

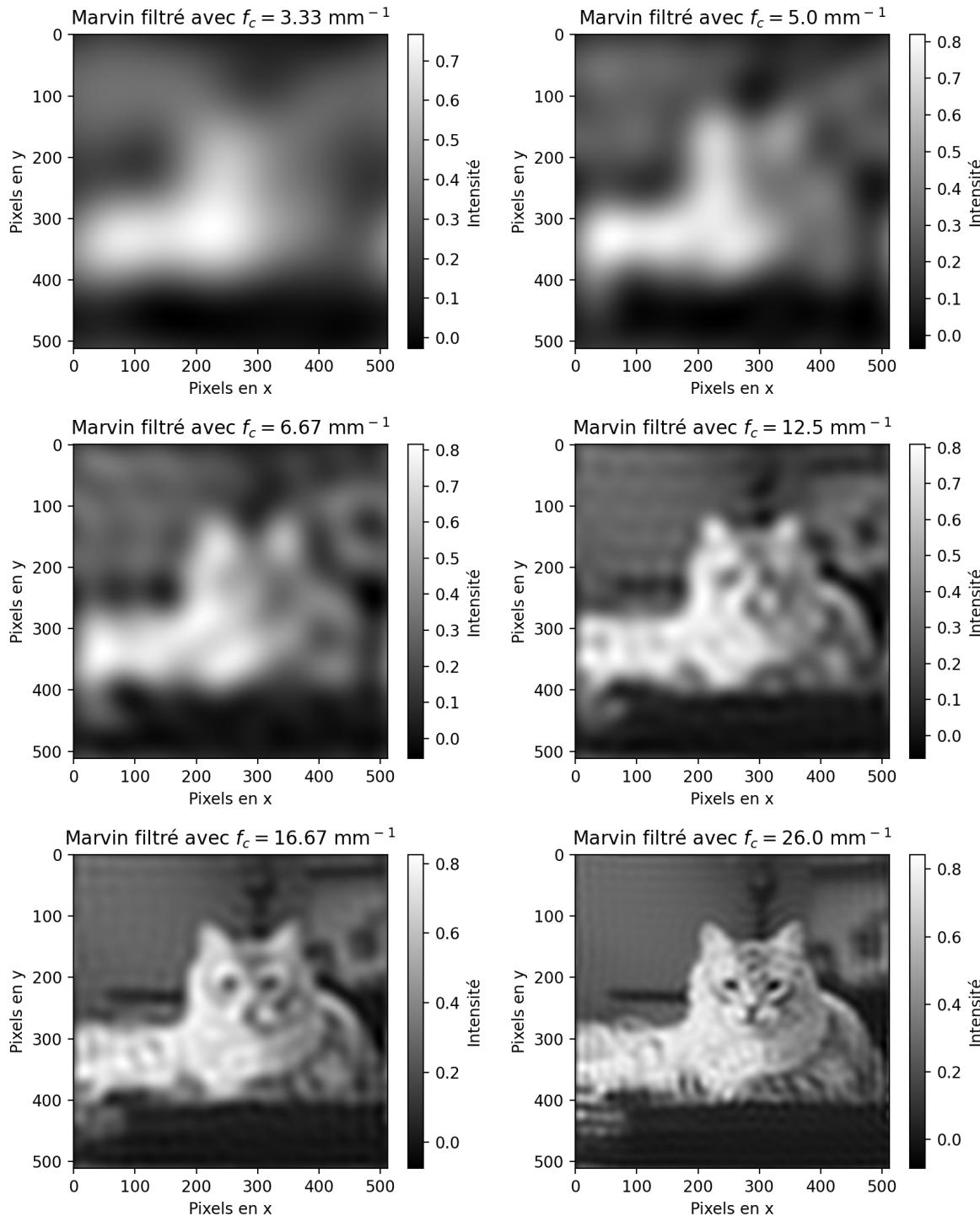


Figure 15 : Résultat de l'application de filtres top-hat  $f_c$  sur l'image de Marvin avec les bandes verticales.

À titre de référence, l'image originelle de Marvin avec les barres et sa transformée de Fourier sont présentées à la figure 16 :

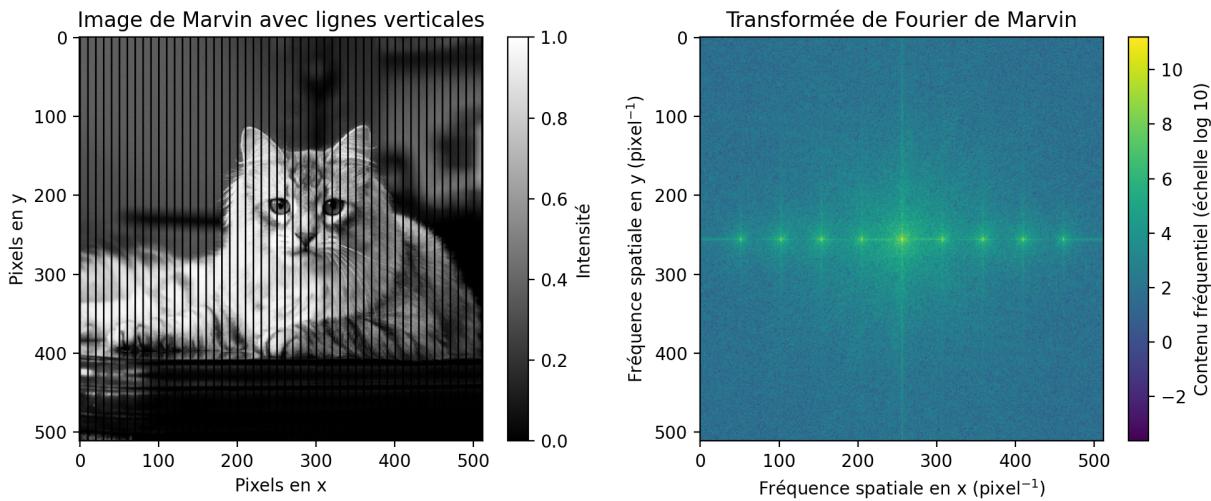


Figure 16 : Image originale de Marvin avec les bandes et affichage de sa transformée de Fourier, sur laquelle les filtres top-hat sont appliqués

## 2.1 Comparaison entre la théorie et l’expérience

Pour effectuer une juste comparaison, les filtres par ouverture sont associées à une fréquence de coupure à l'aide de l'équation (1). À l'aide de cette équation, pour les diamètres de 1.2 mm, 2 mm, et 12.5 mm, les valeurs de fréquence de coupure sont respectivement de  $1.899 \text{ mm}^{-1}$ ,  $3.165 \text{ mm}^{-1}$ , et  $19.778 \text{ mm}^{-1}$ . En comparant les images expérimentales, soient les figures 12 à 14, avec les images théoriques correspondantes, figure 15, une différence notable est observée. En effet, pour le résultat expérimental de la figure 14, l'image, contrairement au résultat théorique, est plus définie, sans aucun flou, et n'atténue aucune ligne verticale. Pour le résultat de la figure 13, les lignes verticales, similairement à la théorie, sont fortement atténuerées, mais elles sont, toutefois, encore légèrement visibles. En théorie, tel qu'illustré sur la première image de la figure 15, les lignes verticales devraient être entièrement disparues pour ne laisser place qu'à une image fortement flouée. Finalement, pour l'image expérimentale pour le diamètre minimale, soit la figure 12, il est possible d'observer que le filtre a permis d'enlever les lignes verticales, ce qui s'approche des résultats théoriques. Or, pour la fréquence de coupure donnée par ce diamètre, le niveau de floutage est fortement inférieur.

Les variations entre les résultats expérimentaux et ceux théoriques peuvent être expliquées par plusieurs causes d'erreurs. Parmi celles-ci, l'alignement ainsi que le positionnement des composantes optiques, et les aberrations optiques sont des erreurs considérées. En effet, des imprécisions dans l'alignement, tel que le faisceau non-centré, peut provoquer une mauvaise focalisation de l'image dans le plan de Fourier, perturbant l'efficacité du filtre passe-bas. Les fréquences spatiales, dans le cas d'un alignement imparfait, ne sont pas entièrement, ou correctement, filtrées, laissant ainsi une partie des fréquences correspondant aux bandes. Similairement, un mauvais positionnement dans les composantes optiques, par exemple une lentille qui n'est pas exactement à la distance focale, influence l'efficacité du filtrage. Finalement, les aberrations optiques peuvent, elles-aussi, jouer un rôle dans les divergences de résultats. Effectivement, ces aberrations peuvent déformer l'image, pouvant brouiller ou détourner certaines fréquences. De ce fait, le filtre ne serait pas en mesure de supprimer correctement les hautes fréquences.

## 2.2 Question 1

Pour trouver la fréquence de coupure de l'iris selon les paramètres physiques de l'expérience, les deux équations de fréquences spatiales peuvent être utilisées ([Procédurier](#)). L'équation pour la fréquence spatiale en  $x$  est donnée par :

$$f_x = \frac{x}{\lambda f} \quad (3)$$

Et celle en  $y$  est donnée par :

$$f_y = \frac{y}{\lambda f} \quad (4)$$

Où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la lumière, et  $f$  est la longueur focale de la lentille utilisée. Puisque le filtre est de forme circulaire, il est possible de modéliser la fréquence de coupure à l'aide de l'équation d'un cercle, soit la suivante :

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (5)$$

Où  $r$  correspond au rayon de l'iris. Donc, en isolant les variables  $x$  et  $y$  dans les équations 3 et 4, et en remplaçant dans l'équation ci-dessus ([Annexe](#)), le résultat suivant est obtenu :

$$f_c = \frac{r}{\lambda f} = \frac{d}{2\lambda f} \quad (6)$$

Ainsi, la fréquence de coupure de l'iris selon les paramètres physiques est donnée par l'équation ci-dessus.

### 2.2.1 Cohérence des fréquences de coupure expérimentales

En observant la figure 11, il est possible d'observer que les résultats ne sont pas entièrement cohérents avec la théorie. En effet, pour les faibles diamètres d'iris, de 0 à 5 mm, les données suivent bien la tendance prédictive par le modèle théorique, soit une régression linéaire. Cependant, pour les diamètres supérieurs à 5 mm, il est possible d'observer un écart entre les valeurs expérimentales et celles théoriques. En d'autres termes, les fréquences expérimentales sont systématiquement inférieures à celles modélisées. Ces différences peuvent être expliquées par plusieurs causes d'erreurs, semblables à celles mentionnées à la section 2.1.

Par exemple, dans le cas des fréquences de coupures, l'alignement imparfait du système optique, mentionné plus haut, peut introduire une distribution asymétrique des fréquences spatiales. Ensuite, puisque les diamètres ne pouvaient pas être réglés de manière précise, une variabilité des mesures est introduite, et, considérant que le calcul de la fréquence de coupure dépend du diamètre, un mauvais réglage modifie la valeur théorique attendue. De plus, les aberrations optiques, tels que les aberrations sphériques, ou l'astigmatisme, peuvent modifier la répartition des fréquences dans le plan de Fourier. Finalement, lorsque l'iris est grandement ouvert, la diffraction peut perturber les fréquences spatiales en créant des franges et des interférences, ce qui peut influencer les valeurs mesurées.

## 2.3 Question 2

Le système 4F, à l'aide de l'optique de Fourier, est utilisé afin de manipuler les composantes fréquentielles d'une image. De cette manière, la possibilité de contrôler l'information spatiale au plan de Fourier est particulièrement utile pour les filtres spatiaux, l'amplification, ou la réduction de certaines fréquences. Par exemple, ce type de système peut être utilisé pour le filtrage spatial et le traitement d'image. En effet, en insérant des filtres au plan de Fourier, tel que réalisé dans cette expérience, il est possible d'éliminer certaines fréquences, permettant ainsi d'atténuer le bruit ou d'amplifier certains détails. De plus, le système 4F peut être utilisé en microscopie et en spectroscopie, effectuant le même processus de sélection de fréquences.

Pour créer un filtre passe-haut, les basses fréquences doivent être bloquées de sorte que seulement les hautes fréquences puissent passer au plan de Fourier. Pour ce faire, un disque opaque doit être placé au centre du plan de Fourier, où se concentrent les basses fréquences, et doit laisser les fréquences autour passer, tel qu'illustré ci-dessous.

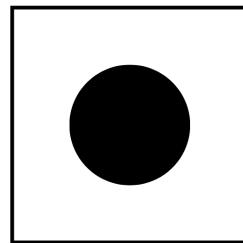


Figure 17 : Exemple de filtre passe-haut.

Ainsi, cet exemple de filtre permettrait de bloquer les faibles fréquences se concentrant au centre, et de ne laisser passer que les périphériques, correspondant aux hautes fréquences.

### 3 Conclusion

Pour conclure, le but de ce laboratoire était de réaliser une série de tests exploitant les principes physiques d'un système 4F afin de filtrer optiquement deux échantillons. Cela a permis de modifier la photo d'un chat pour lui retirer des barres verticales ainsi que de déterminer les fréquences de coupure du système 4F utilisé, en fonction des dimensions de l'iris placée comme filtre dans le plan de Fourier. À l'aide du patron d'échec réalisé dans le rapport précédent, soit le laboratoire préparatoire, il avait été déterminé que les caractéristiques d'une image pouvaient être filtrées. Ainsi, les résultats attendus suggéraient la possibilité d'éliminer les barres verticales de l'image de Marvin. Les résultats obtenus visuellement ont permis de montrer de façon concrète l'impact d'un filtre optique sur l'image finale observée. Le chat n'avait, par exemple, plus ses barres. Cependant, l'image obtenue après traitement montrait une grande perte de qualité ainsi qu'un assombrissement. Ces imperfections se remarquent aussi en comparant les modèles théoriques établis dans le rapport préliminaire pour les fréquences de coupure de la cible de résolution, avec leurs résultats expérimentaux. Ces différences entre expérience et théorie s'expliquent principalement par des erreurs d'alignement. Finalement, cette expérience a permis d'améliorer les compétences de l'équipe en imposant une grande rigueur lors de l'alignement des composants optiques. Elle a aussi permis de présenter de façon concrète l'utilité d'un filtre optique exploitant les principes physiques du système 4F, notamment utilisés à plus grande échelle, pour simplifier le traitement d'images dans les télescopes.

## Annexe

Avec les équations  $f_x$  et  $f_y$ , les variables  $x$  et  $y$  sont isolées, permettant d'obtenir les équations suivantes :

$$x = f_x \lambda f \quad y = f_y \lambda f$$

En remplaçant dans l'équation 5, le résultat suivant est obtenu.

$$\begin{aligned} (f_x \lambda f)^2 + (f_y \lambda f)^2 &= r^2 \\ f_x^2 \lambda^2 f^2 + f_y^2 \lambda^2 f^2 &= r^2 \\ \lambda^2 f^2 (f_x^2 + f_y^2) &= r^2 \end{aligned}$$

En réarrangeant les termes, le résultat suivant est obtenu.

$$(f_x^2 + f_y^2) = \frac{r^2}{\lambda^2 f^2}$$

Les deux fréquences spatiales  $f_x$  et  $f_y$  correspondent à la fréquence recherchée, ainsi l'équation mène à celle 6, soit :

$$f_c = \frac{r}{\lambda f} = \frac{d}{2\lambda f}$$