

# Component-trees

## Applications et développements théoriques

Nicolas Passat

Université de Strasbourg  
LSIIT, UMR 7005 CNRS/UdS

# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Plan

- ❶ **Contexte**
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Présentation

## Présentation

Nicolas Passat, MCF en Informatique (2006), HDR (2011)  
Université de Strasbourg (UFR Mathématique-Informatique)

## LSIIT, UMR 7005 CNRS-UdS

Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la  
Télédétection (INS2I/INSIS), 100 permanents, 7 équipes :

- MIV : traitement et analyse d'images
- IGG : informatique graphique
- BFO : fouille de données, optimisation, bioinformatique
- AVR : robotique
- RP : réseaux
- ICPS : compilation, parallélisme
- TRIO : télédétection

# Présentation

## Présentation

Nicolas Passat, MCF en Informatique (2006), HDR (2011)  
Université de Strasbourg (UFR Mathématique-Informatique)

## LSIIT, UMR 7005 CNRS-UdS

Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la  
Télédétection (INS2I/INSIS), 100 permanents, 7 équipes :

- **MIV : traitement et analyse d'images**
- *IGG : informatique graphique*
- *BFO : fouille de données, optimisation, bioinformatique*
- *AVR : robotique*
- RP : réseaux
- ICPS : compilation, parallélisme
- TRIO : télédétection

# Équipe

## MIV - Modèles, Images et Vision

Équipe mixte (27 : UFR Math-Info / 61 : Télécom Physique Strasbourg)

~ 20 permanents + 10 (post-)doctorants

Thèmes de recherche :

- Théoriques :
  - Géométrie discrète & morphologie mathématique
  - Analyse statistique & problèmes inverses
- Applicatifs :
  - Traitement d'images médicales
  - Observation de la Terre et de l'Univers
  - Métrologie

# Équipe

## MIV - Modèles, Images et Vision

Équipe mixte (27 : UFR Math-Info / 61 : Télécom Physique Strasbourg)

~ 20 permanents + 10 (post-)doctorants

Thèmes de recherche :

- Théoriques :
  - **Géométrie discrète & morphologie mathématique**
  - Analyse statistique & problèmes inverses
- Applicatifs :
  - **Traitement d'images médicales**
  - Observation de la Terre et de l'Univers
  - Métrologie

# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

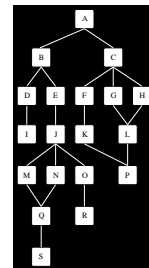
- *Morphologie mathématique (2005)*
- Topologie discrète (2006)
- Géométrie discrète (2011)

### Travaux méthodologiques

- Segmentation (2002)
- Atlas & modèles (2004)

### Travaux applicatifs

- Imagerie médicale (2002)
- Imagerie satellitaire (2009)





# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

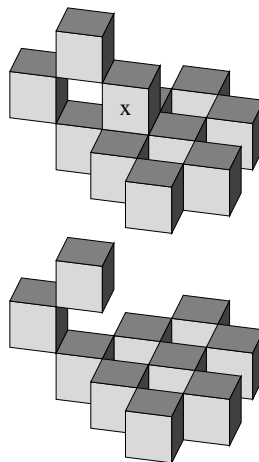
- Morphologie mathématique (2005)
- *Topologie discrète* (2006)
- Géométrie discrète (2011)

### Travaux méthodologiques

- Segmentation (2002)
- Atlas & modèles (2004)

### Travaux applicatifs

- Imagerie médicale (2002)
- Imagerie satellitaire (2009)



# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

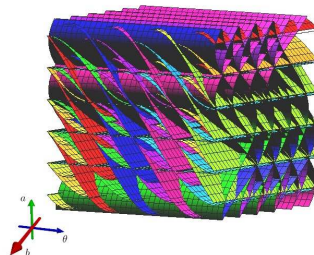
- Morphologie mathématique (2005)
- Topologie discrète (2006)
- *Géométrie discrète* (2011)

### Travaux méthodologiques

- Segmentation (2002)
- Atlas & modèles (2004)

### Travaux applicatifs

- Imagerie médicale (2002)
- Imagerie satellitaire (2009)



# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

- Morphologie mathématique (2005)
- Topologie discrète (2006)
- Géométrie discrète (2011)

### Travaux méthodologiques

- *Segmentation* (2002)
- Atlas & modèles (2004)

### Travaux applicatifs

- Imagerie médicale (2002)
- Imagerie satellitaire (2009)



# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

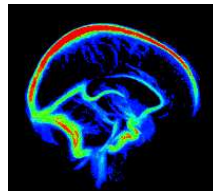
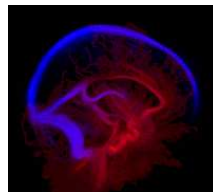
- Morphologie mathématique (2005)
- Topologie discrète (2006)
- Géométrie discrète (2011)

### Travaux méthodologiques

- Segmentation (2002)
- *Atlas & modèles* (2004)

### Travaux applicatifs

- Imagerie médicale (2002)
- Imagerie satellitaire (2009)



# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

- Morphologie mathématique (2005)
- Topologie discrète (2006)
- Géométrie discrète (2011)

### Travaux méthodologiques

- Segmentation (2002)
- Atlas & modèles (2004)

### Travaux applicatifs

- *Imagerie médicale* (2002)
- *Imagerie satellitaire* (2009)



# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

- Morphologie mathématique (2005)
- Topologie discrète (2006)
- Géométrie discrète (2011)

### Travaux méthodologiques

- Segmentation (2002)
- Atlas & modèles (2004)

### Travaux applicatifs

- Imagerie médicale (2002)
- *Imagerie satellitaire (2009)*



# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

- Morphologie mathématique (2005)
- Topologie discrète (2006)
- Géométrie discrète (2011)

### Travaux méthodologiques

- Segmentation (2002)
- Atlas & modèles (2004)

### Travaux applicatifs

- Imagerie médicale (2002)
- Imagerie satellitaire (2009)

# Activités

## Activités de recherche

### Travaux théoriques

- **Morphologie mathématique (2005)**
- Topologie discrète (2006)
- Géométrie discrète (2011)

### Travaux méthodologiques

- **Segmentation (2002)**
- Atlas & modèles (2004)

### Travaux applicatifs

- **Imagerie médicale (2002)**
- Imagerie satellitaire (2009)



# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ **Arbres de coupes (component-trees)**
  - ❶ **Approches arborescentes en morphologie mathématique**
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Approches arborescentes : utilité

## Principe

“Modéliser” une (série d’)image(s) par une structure de graphe arborescente (i.e. connexe, sans cycle)

## Pour modéliser quoi ?

- Information à différentes échelles
- Information à différentes résolutions
- Structure (spectrale, spatiale)

## Pour faire quoi ?

- Traitement d’images (filtrage, compression, ...)
- Traitement d’ensembles d’images (comparaison, indexation, ...)
- Analyse d’images (segmentation, classification, ...)
- Visualisation

# Quelques approches arborescentes

## Des exemples d'arbres en traitement/analyse d'images

- Quadtrees, octrees
- Pyramides
- Arbres d'inclusion des composantes connexes
- Classification hiérarchique
- etc.

## Des arbres en morphologie mathématique

- Déterministes
  - **Component-trees (Salembier, 1998)**
  - Level line trees (Monasse, 2000)
- Non déterministes
  - (Binary, n-ary) partition trees (Salembier, 2000)
  - Hiérarchies (e.g. watershed trees) (Guigues, 2006)
  - etc.

# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ **Arbres de coupes (component-trees)**
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ **Component-trees**
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Component-trees : définition

## Préliminaires

- $\Omega$  un ensemble (fini) muni d'une relation d'adjacence ( $\Rightarrow$  connexité)
- $V$  un ensemble (fini) de valeurs muni d'un ordre total  $\leq$
- $I : \Omega \rightarrow V$  une "image à niveaux de gris"

## Seuillage, composantes connexes

- $\lambda_v(I) = \{x \in \Omega \mid v \leq I(x)\} \subseteq \Omega$  : seuillage de  $I$  à la valeur  $v \in V$
- $\mathcal{C}[\lambda_v(I)] \in 2^\Omega$  : composantes connexes de  $\lambda_v(I)$

$\rightarrow$  L'ensemble  $(\bigcup_{v \in V} \mathcal{C}[\lambda_v(I)], \subseteq) = (\Psi, \subseteq)$  est un POSET

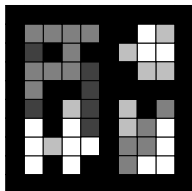
## Définition (Component-tree)

Le component-tree  $\mathfrak{T}$  de  $I : \Omega \rightarrow V$  est le diagramme de Hasse  $(\Psi, \blacktriangleleft)$  du POSET  $(\Psi, \subseteq)$ . Le component-tree est un arbre.

# Component-trees : exemple

## Exemple

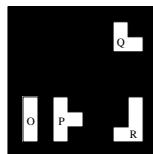
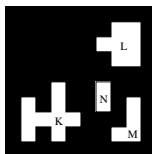
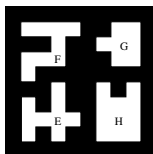
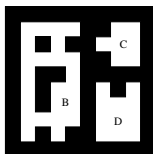
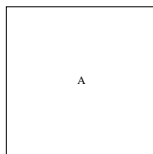
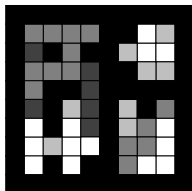
Component-tree  $\mathcal{T}$  de l'image  $I : \llbracket 0, 9 \rrbracket^2 \rightarrow \llbracket 0, 4 \rrbracket$  munie de la 4-adjacence



# Component-trees : exemple

## Exemple

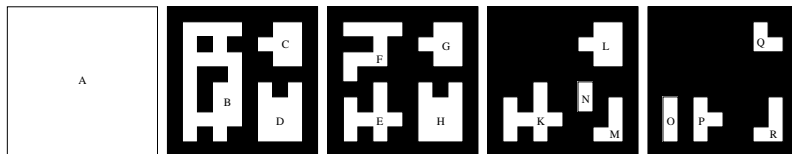
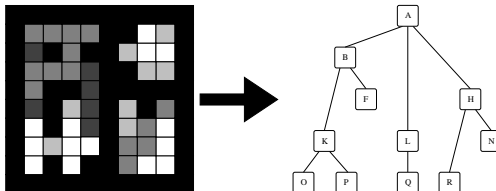
Component-tree  $\mathcal{T}$  de l'image  $I : \llbracket 0, 9 \rrbracket^2 \rightarrow \llbracket 0, 4 \rrbracket$  munie de la 4-adjacence



# Component-trees : exemple

## Exemple

Component-tree  $\mathcal{T}$  de l'image  $I : \llbracket 0, 9 \rrbracket^2 \rightarrow \llbracket 0, 4 \rrbracket$  munie de la 4-adjacence





# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ **Arbres de coupes (component-trees)**
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ **Utilisations en traitement et analyse d'images**
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Liens entre component-trees et images

## Reconstruction de $I$ à partir de $\mathfrak{T}$

Les nœuds de  $\mathfrak{T} = (\Psi, \blacktriangleleft)$  sont les sup-générateurs de  $I$

$$I = \bigvee_{X \in C[\lambda_v(I)]} C_{(X, v)}$$

→ Génération d'images à partir de sous-ensembles  $\mathcal{N} \subseteq \Psi$

## Filtrage anti-extensif et segmentation

- Filtrage anti-extensif

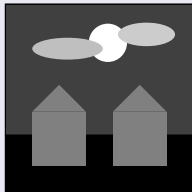
$$I_f = \bigvee_{X \in \mathcal{N}} C_{(X, v(X))} \leq I$$

- Segmentation

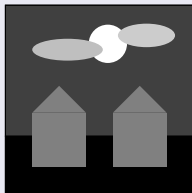
$$I_s = \bigcup_{X \in \mathcal{N}} X \subseteq \Omega$$

# Exemples

## Exemple : filtrage anti-extensif

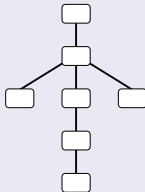
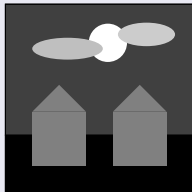


## Exemple : segmentation



# Exemples

## Exemple : filtrage anti-extensif



$v = 0$

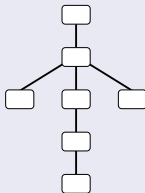
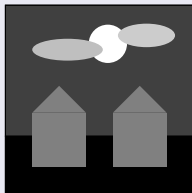
$v = 1$

$v = 2$

$v = 3$

$v = 4$

## Exemple : segmentation



$v = 0$

$v = 1$

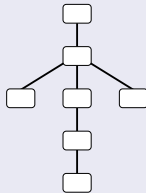
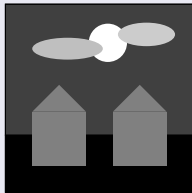
$v = 2$

$v = 3$

$v = 4$

# Exemples

## Exemple : filtrage anti-extensif



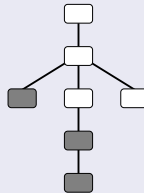
$v = 0$

$v = 1$

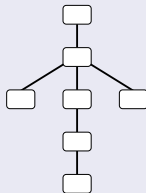
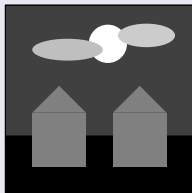
$v = 2$

$v = 3$

$v = 4$



## Exemple : segmentation



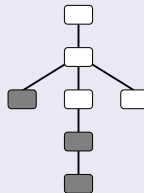
$v = 0$

$v = 1$

$v = 2$

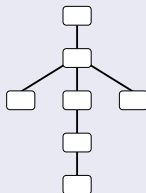
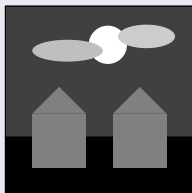
$v = 3$

$v = 4$



# Exemples

## Exemple : filtrage anti-extensif



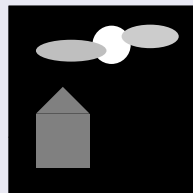
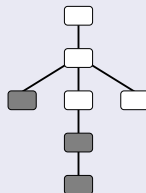
$v = 0$

$v = 1$

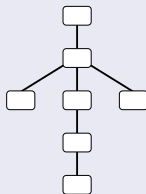
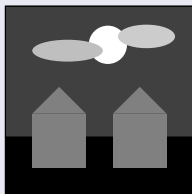
$v = 2$

$v = 3$

$v = 4$



## Exemple : segmentation



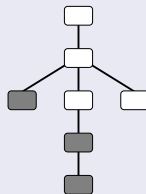
$v = 0$

$v = 1$

$v = 2$

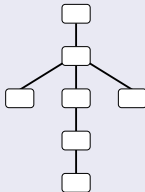
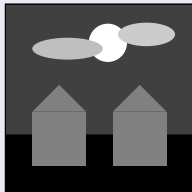
$v = 3$

$v = 4$



# Exemples

## Exemple : filtrage anti-extensif



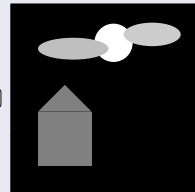
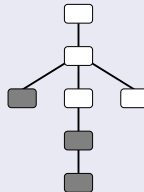
$v = 0$

$v = 1$

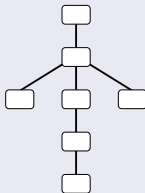
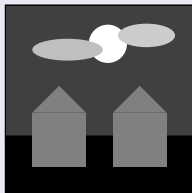
$v = 2$

$v = 3$

$v = 4$



## Exemple : segmentation



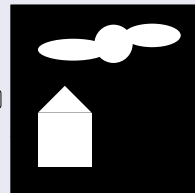
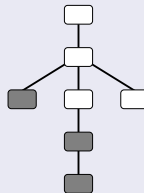
$v = 0$

$v = 1$

$v = 2$

$v = 3$

$v = 4$



# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ **Segmentation en imagerie (bio)médicale**
  - ❶ **Apprentissage et segmentation**
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion



# Apprentissage et segmentation

## Segmentation : modus operandi

Segmenter une image  $I : \Omega \rightarrow V \Leftrightarrow$  choisir  $\mathcal{N} \subseteq \Psi$

→ En général, les nœuds sont déterminés en fonction d'attributs

## Dans les cas simples (généralement considérés dans la littérature)

Si les attributs sont scalaires : choix manuel (seuillage)

Exemple : ouverture d'aire

→ Inconvénient : faiblement informatif / discriminant

## Dans les cas complexes

Si les attributs sont vectoriels : fortement informatif / discriminant

→ Inconvénient : comment choisir les attributs ? (combinatoire !)

# Apprentissage et segmentation

## Apprendre les attributs pertinents

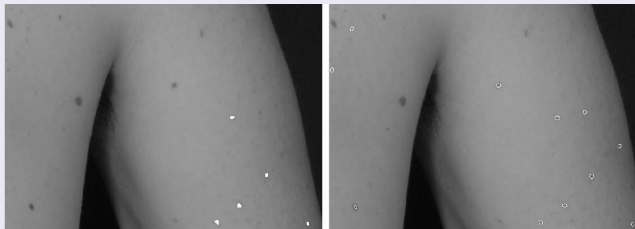
- Déterminer des exemples de segmentation (exemples positifs)
- Corréler ces exemples aux nœuds les plus proches
- Évaluer les centroïdes des attributs de ces nœuds
- Déterminer tous les nœuds “proches” des centroïdes

## Application en imagerie dermatologique : grains de beauté

- Attributs composites : aire, contraste, compacité
- Bande de saturation
- Distance (e.g. Mahalanobis)
- Résultats en temps réel (2D)

# Apprentissage et segmentation

## Résultats



## Inconvénients

- Pas d'exemples négatifs
- Passage difficile à la 3D

→ Apprentissage sur des vérités terrains de structures d'intérêt et d'artéfacts + SVM

# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ **Segmentation en imagerie (bio)médicale**
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ **Segmentation interactive**
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Approche alternative

## Attributs vs. géométrie

- Approche standard : sélection dans  $\Psi$  via les attributs  
→ Segmentation  $\sim$  sous-ensemble de nœuds
- Approche alternative : sélection dans  $\Psi$  via un “marqueur”  
→ Segmentation  $\sim$  coupe du component-tree

## Marqueur “objet”

- Marqueur objet : exemple (approximatif) de segmentation



- “Distance” en termes de faux positifs/négatifs  
→ Formulation énergétique  $\Rightarrow$  problème d'optimisation

# Approche alternative

## Attributs vs. géométrie

- Approche standard : sélection dans  $\Psi$  via les attributs  
→ Segmentation  $\sim$  sous-ensemble de nœuds
- Approche alternative : sélection dans  $\Psi$  via un “marqueur”  
→ Segmentation  $\sim$  coupe du component-tree

## Marqueur “objet”

- Marqueur objet : exemple (approximatif) de segmentation



- “Distance” en termes de faux positifs/négatifs  
→ Formulation énergétique  $\Rightarrow$  problème d'optimisation

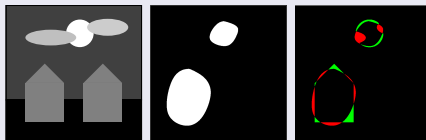
# Approche alternative

## Attributs vs. géométrie

- Approche standard : sélection dans  $\Psi$  via les attributs  
→ Segmentation  $\sim$  sous-ensemble de nœuds
- Approche alternative : sélection dans  $\Psi$  via un “marqueur”  
→ Segmentation  $\sim$  coupe du component-tree

## Marqueur “objet”

- Marqueur objet : exemple (approximatif) de segmentation



- “Distance” en termes de faux positifs/négatifs  
→ Formulation énergétique  $\Rightarrow$  problème d'optimisation

# Formulation énergétique

## Distance

Distance entre le marqueur  $Y$  et l'objet recherché  $X$

$$d^\alpha(X, Y) = \alpha \cdot |X \setminus Y| + (1 - \alpha) \cdot |Y \setminus X|$$

pondérée par  $\alpha \in [0, 1]$

## Interprétation énergétique

Recherche de la “meilleure” coupe : problème d'optimisation

$$\hat{\mathcal{N}} = \arg \min_{\mathcal{N} \in 2^{\mathcal{K}}} \left\{ d^\alpha \left( \bigcup_{N \in \mathcal{N}} N, Y \right) \right\}$$

- Problème convexe sur les arbres (Guigues 2006)
- Formulation énergétique antagoniste
- Attache aux données vs. régularisation “non standards”



# Résolution

## Approche récursive (problème séparable)

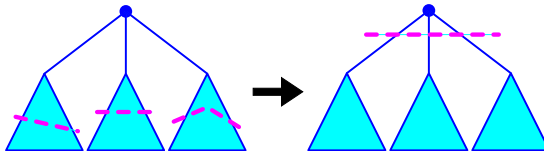
Complexité linéaire pour  $\alpha \in [0, 1]$  (quasi-linéaire sur  $[0, 1]$ )

## Calcul

Noeud conservé ( $c^\alpha(N) = \alpha \cdot n(N, G)$ ) si

$$\alpha \cdot n(N, G) < (1 - \alpha) \cdot p^*(N, G) + \sum_{N' \in ch(N)} c^\alpha(N')$$

$$(n(N, G) = |N \setminus G| \text{ et } p^*(N, G) = |(N \setminus \bigcup_{N' \in ch(N)} N') \cap G|)$$



# Résolution

## Approche récursive (problème séparable)

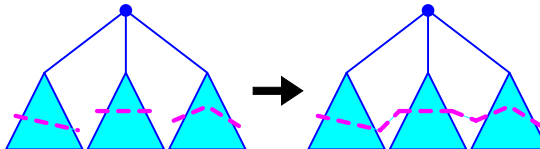
Complexité linéaire pour  $\alpha \in [0, 1]$  (quasi-linéaire sur  $[0, 1]$ )

## Calcul

Noeud non conservé ( $c^\alpha(N) = (1 - \alpha) \cdot p^*(N, G) + \sum_{N' \in ch(N)} c^\alpha(N')$ ) si

$$\alpha \cdot n(N, G) \geq (1 - \alpha) \cdot p^*(N, G) + \sum_{N' \in ch(N)} c^\alpha(N')$$

( $n(N, G) = |N \setminus G|$  et  $p^*(N, G) = |(N \setminus \bigcup_{N' \in ch(N)} N') \cap G|$ )



# Application

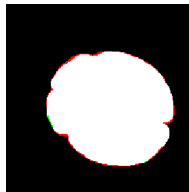
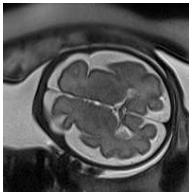
## Segmentation des structures cérébrales en IRM fœtale

Comparaison avec les graph cuts (Boykov 2001) en termes de :

- temps d'interaction / de calcul vs.
- qualité du résultat

→ résultats similaires

→ temps de calcul plus faible (mais méthode plus spécifique)



# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ **Segmentation en imagerie (bio)médicale**
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ **Segmentation à base d'exemples**
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Passage à la dimension ?

## Limitation de l'approche précédente

Marqueur  $\Rightarrow$  interaction utilisateur : pas de soucis en 2D

$\rightarrow$  Passage à la 3D ?

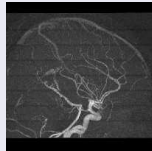
## Première solution

Remplacer le marqueur par un exemple

$\rightarrow$  Interaction remplacée par une phase de recalage

## Application : segmentation d'images angiographiques

Possibilité de considérer des connexités par masque (pré-filtrage)



# Passage à la dimension ?

## Limitation de l'approche précédente

Marqueur  $\Rightarrow$  interaction utilisateur : pas de souci en 2D

$\rightarrow$  Passage à la 3D ?

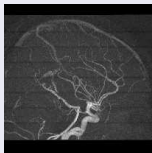
## Seconde solution

Possibilité d'utiliser un exemple flou

$\rightarrow$  Perspectives de segmentation 3D à base d'exemples 2D en MIP

## Application : segmentation d'images angiographiques

Possibilité de considérer des connexités par masque (pré-filtrage)



# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ **Ouvertures théoriques et méthodologiques**
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Component-trees et au delà...

## Component-trees : spécificités (avantages / inconvénients)

- Images à niveaux de gris
  - Déterminisme de la définition
  - Construction rapide (Salembier 1998, Najman 2006)
  - Filtrage rapide (Guigues 2006) et reconstruction déterministe
- Connexité fixée sur  $\Omega$ 
  - Rigidité de la description structurelle

## Ouvertures possibles

- Extension aux images multivaluées ( $V \sim \text{POSET}$ )
  - Component graphs
- “Paramétrisation” de la connexité
  - Component hypertrees



# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ **Ouvertures théoriques et méthodologiques**
  - ❶ **Connexité multiéchelle**
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Comment “gérer” la connexité ?

## Arbres de coupes et connexité

Pour une image  $I : \Omega \rightarrow V$  : une connexité  $\Rightarrow$  un component-tree

## Structuration sur les connexités : hiérarchie

Définition “explicite” d’une hiérarchie de connexités en tant que hiérarchie de partitions

→ Mène à une notion de ( $n$ -ary) partition tree

## Exemple : le cas de la connexité par masques (Ouzounis 2007)

$B \subseteq \Omega$  une image binaire,  $\omega(B) \subseteq \Omega$  un masque de  $B$

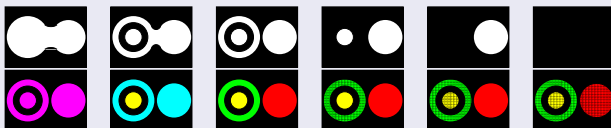
- Si  $\omega(B) \subseteq B$ , les composantes  $\omega$ -connexes de  $B$  sont :
  - les composantes connexes de  $\omega(B)$
  - les  $\{x\}$  pour tout  $x \in B \setminus \omega(B)$
- Si  $\omega(B) \supseteq B$ , les composantes  $\omega$ -connexes de  $B$  sont :
  - les  $B \cap X$  pour toute composante connexe  $X$  de  $\omega(B)$

# Comment “gérer” la connexité ?

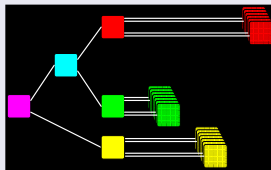
## Exemple (suite)

- Relation  $\subseteq$  sur les masques  $\omega(B)$

$$E \supseteq \dots \supseteq \varepsilon^k \circ \delta^k(B) \supseteq \dots \supseteq B \supseteq \dots \supseteq \delta^k \circ \varepsilon^k(B) \supseteq \dots \supseteq \emptyset$$



- Hiérarchie entre les  $\omega$ -connexités



# Component (hyper)trees

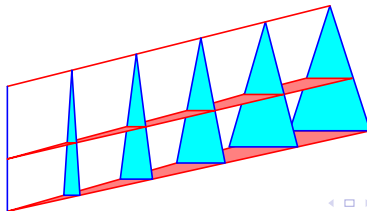
## Des component-trees aux component hypertrees

- Hiérarchie ( $\subseteq$ ) sur les composantes connexes  $\rightarrow$  component-tree
- Hiérarchie (" $\subseteq$ ") sur les connexités  $\rightarrow$  partition tree

## Component hypertree : définition informelle

Structure de donnée formée par :

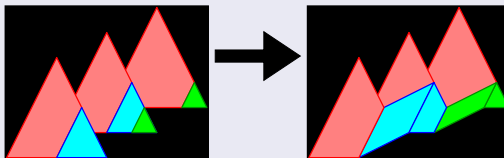
- ( $\triangle$ ) un component-tree de  $I : \Omega \rightarrow V$  pour chaque connexité
- ( $\triangle$ ) un partition tree pour chaque seuil  $\lambda_v(I)$



# Component (hyper)trees : avantages

## Simplifications

- Structurelles : branches factorisables



- Algorithmiques (cf. méthode par recherche de coupes)

## Complexité(s)

- Nombre de nœuds : complexité en espace sous-linéaire
- Coût d'une segmentation interactive : complexité en temps sous-linéaire

# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ **Ouvertures théoriques et méthodologiques**
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ **Ordres partiels**
- ❺ Conclusion

# Component-trees et images multivaluées

## Quels problèmes ?

Si  $(V, \leq)$  n'est plus totalement ordonné :

- le diagramme de Hasse associé à  $I : \Omega \rightarrow V$  n'est plus un arbre
  - Quelle structure de données ?
  - Quelles propriétés ?
  - Comment la construire ?
  - Comment la filtrer ?

## Enrichissement des composantes connexes

- Composantes connexes valuées :  $\Theta = \bigcup_{v \in V} \mathcal{C}[\lambda_v(I)] \times \{v\}$
- Ordre sur ces composantes :
$$(X_1, v_1) \trianglelefteq (X_2, v_2) \Leftrightarrow \begin{cases} (X_1 \subset X_2) \vee \\ ((X_1 = X_2) \wedge (v_2 \leq v_1)) \end{cases}$$

Le component graph est défini comme le diagramme de Hasse  
 $\mathfrak{G} = (\Theta, \triangleleft)$  de l'ensemble partiellement ordonné  $(\Theta, \trianglelefteq)$

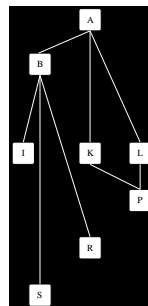
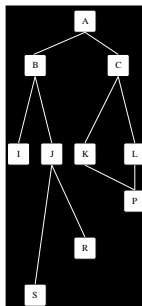
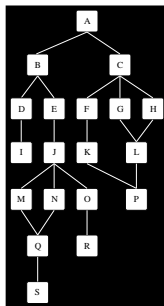
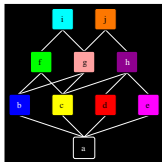
# Graphes des coupes : variantes

## Variantes en fonction des nœuds

Possibilité de définir des sous-ensembles de  $\Theta$  :

- $\dot{\Theta}$  : éléments maximaux pour  $\trianglelefteq$
- $\ddot{\Theta}$  : sup-générateurs

menant à des graphes de coupes ( $\mathfrak{G}$ ,  $\dot{\mathfrak{G}}$ ,  $\ddot{\mathfrak{G}}$ ) plus ou moins riches





# Graphes des coupes : propriétés structurelles

## Propriétés structurelles

$(V, \leq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$	$(\Theta / \sim_{\hat{\theta}}, \trianglelefteq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$	$(\Psi, \subseteq)$
Ordre total	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{G}, \mathfrak{G}$			$\mathfrak{T}$
Arborescence	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{G}$		$\mathfrak{G}$	
Arb. de treillis	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{G}$		$\mathfrak{G}$	
Autre	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{G}$ (compact)		$\mathfrak{G}$
$(V, \leq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$	$(\Theta / \sim_{\hat{\theta}}, \trianglelefteq)$	$(\Psi, \subseteq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$
Ordre total		Isomorphe			
Arborescence		Isomorphe			
Arb. de treillis		Isomorphe			
Autre			Isomorphe		
$(V, \leq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$	$(\Theta / \sim_{\hat{\theta}}, \trianglelefteq)$	$(\Psi, \subseteq)$	$(\Theta, \trianglelefteq)$
Ordre total		Arborescence			
Arborescence		Arborescence			
Arb. de treillis		Arborescence de treillis			
Autre					

## Travaux en cours

- Construction (efficace) de  $\mathfrak{G}, \mathfrak{G}, \mathfrak{G}$
- Politiques d'élitage
- Reconstruction des images filtrées (non-déterminisme)

# Plan

- ❶ Contexte
- ❷ Arbres de coupes (component-trees)
  - ❶ Approches arborescentes en morphologie mathématique
  - ❷ Component-trees
  - ❸ Utilisations en traitement et analyse d'images
- ❸ Segmentation en imagerie (bio)médicale
  - ❶ Apprentissage et segmentation
  - ❷ Segmentation interactive
  - ❸ Segmentation à base d'exemples
- ❹ Ouvertures théoriques et méthodologiques
  - ❶ Connexité multiéchelle
  - ❷ Ordres partiels
- ❺ Conclusion

# Bilan et perspectives : théorique et méthodologique

## Bilan

- Développement de plusieurs stratégies efficaces (complexité en temps et espace) de segmentation
- Amorces d'extension à des super-structures (hyperarbres, graphes)

## Perspectives méthodologiques

Développement d'algorithmiques efficaces pour :

- construire ces structures
- les manipuler
- reconstruire les images filtrées

en tirant parti d'approches distribuées (Wilkinson 2008)

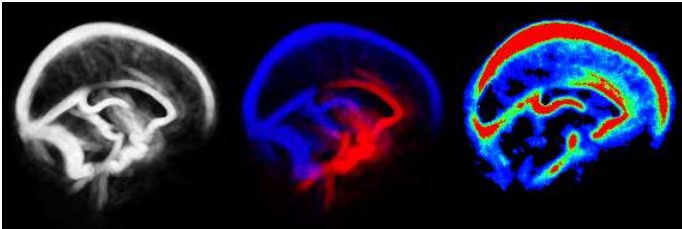
# Bilan et perspectives : applicatif

## Bilan

- Analyse et segmentation d'images médicales (vasculaire, fœtus, etc.)

## Perspectives applicatives : de l'analyse à la modélisation

- Création d'atlas géométriques (3D)
- Création de modèles dynamiques (3D+t) : imagerie vasculaire



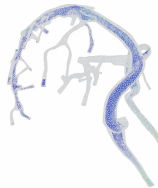
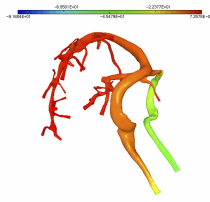
# Bilan et perspectives : applicatif

## Bilan

- Analyse et segmentation d'images médicales (vasculaire, fœtus, etc.)

## Perspectives applicatives : de l'analyse à la modélisation

- Création d'atlas géométriques (3D)
- Création de modèles dynamiques (3D+t) : imagerie vasculaire



# Un peu de lecture

## Sur les arbres de coupes (en général)

- E.J. Breen, R. Jones. Attribute openings, thinnings, and granulometries. Comp. Vis. Imag. Under. (1996)
- P. Salembier, A. Oliveras, L. Garrido. Anti-extensive connected operators for image and sequence processing. IEEE Trans. Image Proc. (1998)
- R. Jones. Connected filtering and segmentation using component-trees. Comp. Vis. Imag. Under. (1999)
- L. Najman, M. Couprie. Building the component-tree in quasi-linear time. IEEE Trans. Image Proc. (2006)
- L. Guigues, J.-P. Cocquerez, H. Le Men. Scale-sets image analysis. Int. J. Comput. Vision (2006)
- M.H.F. Wilkinson, H. Gao, W.H. Hesselink, J.-E. Jonker, A. Meijster. Concurrent computation of attribute filters on shared memory parallel machines. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. (2008)
- P. Salembier, M.H.F. Wilkinson. Connected operators: A review of region-based morphological image processing techniques. IEEE Sig. Proc. Magazine (2009)

# Un peu de lecture

## Sur les travaux présentés

- B. Naegel, N. Passat, N. Boch, M. Kocher. Segmentation using vector-attribute filters: Methodology and application to dermatological imaging. ISMM 2007
- B. Naegel, N. Passat. Component-trees and multivalue images: A comparative study. ISMM 2009
- N. Passat, B. Naegel. An extension of component-trees to partial orders. ICIIP 2009
- B. Caldaïrou, N. Passat, B. Naegel. Attribute-filtering and knowledge extraction for vessel segmentation. ISVC 2010
- A. Dufour, N. Passat, B. Naegel, J. Baruthio. Interactive 3D brain vessel segmentation from an example. ISBI 2011
- N. Passat, B. Naegel, F. Rousseau, M. Koob, J.-L. Dietemann. Interactive segmentation based on component-trees. Pattern Recogn. (2011)
- N. Passat, B. Naegel. Component-hypertrees for image segmentation. ISMM 2011
- N. Passat, B. Naegel. Component-trees and multivalued images: Structural properties. HAL Research Report

Merci de votre attention.

Contact :

`passat@unistra.fr`

`https://dpt-info.u-strasbg.fr/~passat`