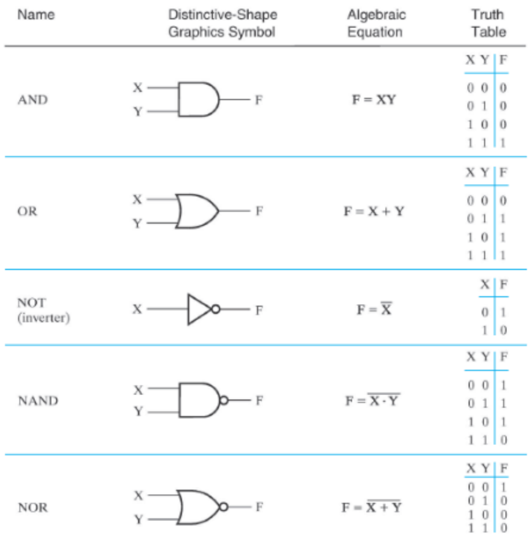
Postulados y teoremas del álgebra booleana

Postulado 2	a)	$x + 0 = x$	b)	$x \cdot 1 = x$
Postulado 5	a)	$x + x' = 1$	b)	$x \cdot x' = 0$
Teorema 1	a)	$x + x = x$	b)	$x \cdot x = x$
Teorema 2	a)	$x + 1 = 1$	b)	$x \cdot 0 = 0$
Teorema 3, involución		$(x')' = x$		
Postulado 3, conmutatividad	a)	$x + y = y + x$	b)	$xy = yx$
Teorema 4, asociatividad	a)	$x + (y + z) = (x + y) + z$	b)	$x(yz) = (xy)z$
Postulado 4, distributividad	a)	$x(y + z) = xy + xz$	b)	$x + yz = (x + y)(x + z)$
Teorema 5, DeMorgan	a)	$(x + y)' = x'y'$	b)	$(xy)' = x' + y'$
Teorema 6, absorción	a)	$x + xy = x$	b)	$x(x + y) = x$

Ejercicio 1:

Simplificar las siguientes funciones booleanas a un número mínimo de literales.

a. x.y + x.y'
b. (x + y).(x + y')
c. x.y.z + x'.y + xyz'
d. z.x + z.x'.y
e. (A + B)'.(A' + B')'
f. y.(w.z' + w.z) + x.y



Name	Distinctive-Shape Graphics Symbol	Algebraic Equation	Truth Table (X Y | F)
AND		F = XY	0 0 | 0; 0 1 | 0; 1 0 | 0; 1 1 | 1
OR		F = X + Y	0 0 | 0; 0 1 | 1; 1 0 | 1; 1 1 | 1
NOT (inverter)		$F = \overline{X}$	X | F: 0 | 1; 1 | 0
NAND		$F = \overline{X \cdot Y}$	0 0 | 1; 0 1 | 1; 1 0 | 1; 1 1 | 0
NOR		$F = \overline{X + Y}$	0 0 | 1; 0 1 | 0; 1 0 | 0; 1 1 | 0

a) $xy + xy' = x(y+y') = x.1 = x$

b) $(x+y).(x+y') = x+(y.y') = x+0 = x$

c) $xyz + x'y + xyz' = y(xz + x' + xz')$

$= y(x(z+z') + x') = y(x.1 + x') = y(1) = y$

d) $zx + zx'y = z(x + x'y) = z((x+y).(x+x')) = z((x+y).1)$

$= z(x+y) = xz + yz$

e) $(A+B)'.(A'+B') = \overbrace{A'.B'}^{Morgan}.(A'+B') = \overbrace{A'B'A' + A'B'B'}^{dis} = A'B' + A'B'$

$= A'B'$

Ejercicio 2:

Reducir a un número mínimo de literales las siguientes funciones booleanas:

a. (B.C' + A'.D).(A.B' + C.D')
b. B'.D + A'.B.C' + A.C.D + A'.B.C
c. [(A.B)'.A].[(A.B)'.B]
d. A.B' + C'.D'

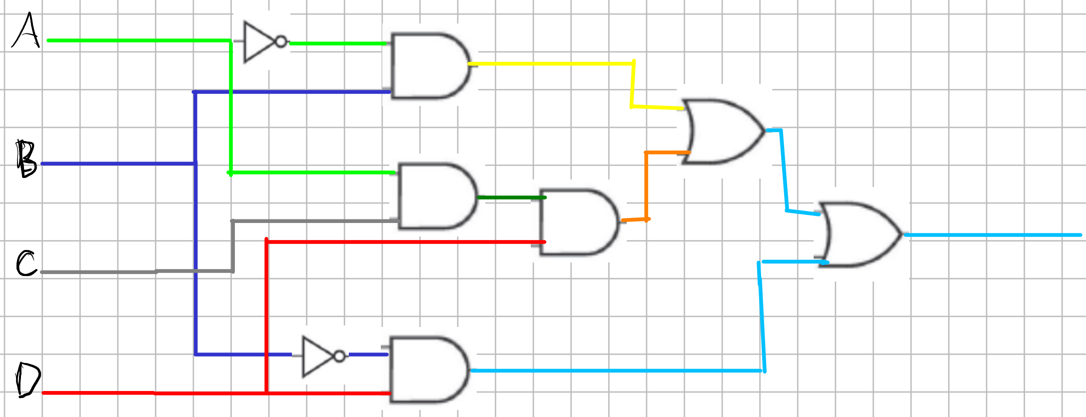
a. Graficar las expresiones encontradas en "b" y "d" mediante cualquier tipo de compuertas del número de entradas necesarias.
b. Encontrar expresiones equivalentes a las funciones "b" y "d", pero utilizando sólo compuertas NAND del número de entradas necesarias.
c. Graficar las expresiones encontradas en el punto anterior.

a) $(B\bar{C} + \bar{A}D).(A\bar{B} + C\bar{D}) = \overbrace{B\bar{C}A\bar{B}}^{0} + \overbrace{B\bar{C}C\bar{D}}^{0} + \overbrace{\bar{A}DA\bar{B}}^{0} + \overbrace{\bar{A}DC\bar{D}}^{0} = 0$

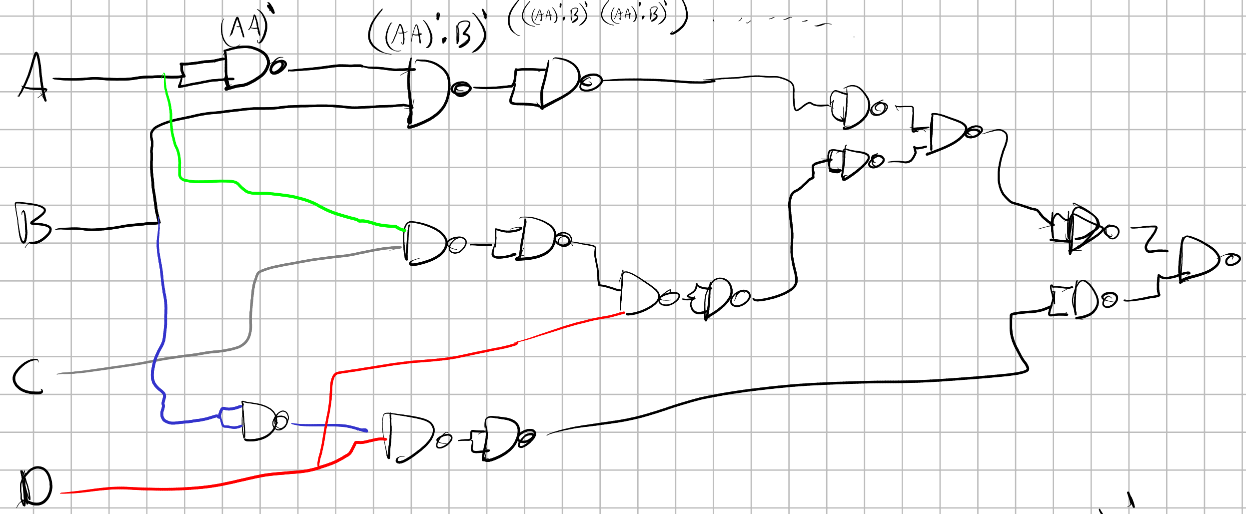
b) $\bar{\bar{B}}D + \bar{A}B\bar{C} + ACD + \bar{A}BC = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + ACD + \bar{\bar{B}}D$

$= \bar{A}B(\bar{C} + C) + D(AC + \bar{B}) = \bar{A}B + DAC + D\bar{B}$

a)



b)



c) $\left(\left(\left((AA)'.B\right)'.\left((AA)'.B\right)'\right)'.\left(\left((AA)'.B\right)'.\left((AA)'.B\right)'\right)'\right)'.$

$\left(\left(\left((AC)'(AC)'.D\right)'.\left((AC)'(AC)'.D\right)'\right)'.\left(\left((AC)'(AC)'.D\right)'.\left((AC)'(AC)'.D\right)'\right)'\right)'$

$)'$ ...

Ejercicio 3:

La función OR-exclusiva, denotada por "^" tiene dos entradas y una salida. Si **a** y **b** son las entradas y **c** es la salida, entonces **c** es '1' sólo cuando exactamente una de las entradas vale '1'. En el resto de los casos es '0'.

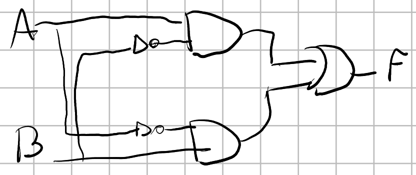
a. Hacer una tabla de verdad de la función OR-exclusiva.
b. Encontrar la expresión equivalente a la función OR-exclusiva utilizando sólo suma de productos y graficar con compuertas.
c. Implementar una OR-exclusiva de 3 entradas usando OR-exclusivas de 2 entradas.

a)

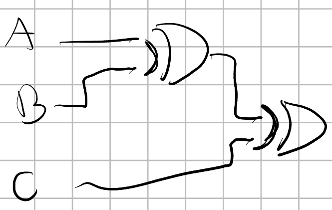
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$F = \overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

b) $\bar{A}B + A\bar{B}$



c)



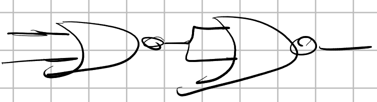
Ejercicio 5:

Mostrar que la función NOR (Not OR) es universal en el sentido de que las funciones NOT, OR, AND y NAND se pueden expresar como sumas negadas. Graficar las implementaciones de las compuertas NOT, OR, AND y NAND con compuertas NOR.

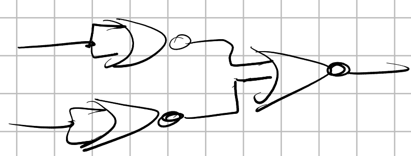
NOR: $(A+B)'$

$\Rightarrow$ NOT: Not $A = A' = (A+A)'$

OR: $A+B = ((A+B)')'$



AND: $A \cdot B = \bar{\bar{A}} \cdot \bar{\bar{B}} = \overline{(\bar{A}+\bar{B})}$



NAND: $\overline{(AB)} = \bar{A} + \bar{B} = \overline{\left(\overline{(\bar{A}+\bar{B})}\right)}$