Intervalos de Confianza para la Media con Varianza Conocida

▶ **1.** Se desea un intervalo de confianza para la media verdadera μ de pérdida de carga para cierto tipo de motor de inducción(en watts), cuando la corriente de línea se mantiene en 10 amps para una velocidad de 1500 rpm. Suponga que la pérdida de carga está normalmente distribuida con $\sigma = 3$.

a) Calcular un intervalo de confianza del 95 % para μ cuando $n = 25$ y $\bar{x} = 58{,}3$
b) Calcular un intervalo de confianza del 95 % para μ cuando $n = 100$ y $\bar{x} = 58{,}3$. Compare la longitud de este intervalo con la del obtenido en el inciso (a).
c) Calcular un intervalo de confianza del 99 % para μ cuando $n = 100$ y $\bar{x} = 58{,}3$. Compare la longitud de este intervalo con la del obtenido en el inciso (b).
d) ¿Qué tan grande debería ser n para que la longitud del intervalo de confianza del 99 % para μ sea a lo sumo 1?

a) Datos:

- Nivel de confianza 95%
- Tamaño de muestra: $n = 25$
- Media muestral: $\bar{X} = 58{,}3$
- Desviación estandar: $\sigma = 3$

Cuando conocemos σ (la desviación estándar de la población), usamos la siguiente fórmula para el intervalo de confianza de la media:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Para un nivel de confianza del 95%, $\alpha = 0{,}05$, y el valor de $z_{\alpha/2}$ es el Percentil 97,5 de la dist. normal, que corresponde aprox a $z_{\alpha/2} = 1{,}96$

Calcular el margen de error:

$$\text{margen de error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \cdot \frac{3}{\sqrt{25}} = 1{,}176$$

Construir el intervalo:

$$\text{Límite inferior} = 58{,}3 - 1{,}176 = 57{,}12$$

$$\text{Límite superior} = 58{,}3 + 1{,}176 = 59{,}48$$

$\therefore$ El intervalo de confianza del 95% para μ cuando $n = 25$ es

$$(57{,}18 \, ; \, 59{,}48)$$

b) Reemplazamos donde hace falta, pues sólo cambian.

$$\text{margen de error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} = 0{,}588$$

$\therefore \; (57{,}712 \, ; \, 58{,}888)$

Comparación:

- **Longitud del intervalo en (a)**: $59.48 - 57.12 = 2.36$
- **Longitud del intervalo en (b)**: $58.89 - 57.71 = 1.18$

Conclusión: El intervalo en (b) es más corto que el del inciso (a) porque el tamaño de muestra es mayor. Esto refleja que, al aumentar el tamaño de la muestra, obtenemos una estimación más precisa de la media, lo cual reduce la longitud del intervalo de confianza.

c)

Como en los incisos anteriores, usamos la fórmula:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Valor de $z_{\alpha/2}$

Para un intervalo de confianza del 99%, $z_{\alpha/2}$ cambia, ya que necesitamos cubrir una probabilidad mayor. En este caso, el valor crítico $z_{\alpha/2}$ para el 99% es aproximadamente **2.576**.

Paso a paso del cálculo

1. **Calcular el margen de error** con $n = 100$:

$$\text{margen de error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.576 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}}$$ $= 0{,}7728$

2. **Construir el intervalo**: Sumamos y restamos el margen de error a la media muestral:

$$\text{Límite inferior} = 58.3 - 0.7728 = 57.53$$

$$\text{Límite superior} = 58.3 + 0.7728 = 59.07$$

Resultado final del inciso (c)

El intervalo de confianza del 99% para μ cuando $n = 100$ es:

$$(57.53, 59.07)$$

Comparación de la longitud del intervalo con el inciso (b)

- **Longitud del intervalo en (b) (95%)**: $58.89 - 57.71 = 1.18$
- **Longitud del intervalo en (c) (99%)**: $59.07 - 57.53 = 1.54$

Conclusión: El intervalo de confianza en el inciso (c) es **más largo** que el del inciso (b). Esto ocurre porque, al aumentar el nivel de confianza (de 95% a 99%), necesitamos un rango más amplio para cubrir la media verdadera con mayor seguridad.

d)

Para un intervalo de confianza de 99%, usamos la fórmula del margen de error:

$$\text{margen de error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

En este caso, queremos que la longitud total del intervalo sea 1. Entonces, el margen de error debe ser:

$$\text{margen de error} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Paso 2: Valor crítico $z_{\alpha/2}$

Para un nivel de confianza del 99%, $z_{\alpha/2} \approx 2.576$.

Paso 3: Resolver para n

Ahora, sustituimos el margen de error, $z_{\alpha/2}$, y σ en la fórmula y resolvemos para n:

$$0.5 = 2.576 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}}$$

1. **Aislar $\sqrt{n}$**:

$$\sqrt{n} = \frac{2.576 \cdot 3}{0.5}$$

2. **Calcular** n al elevar ambos lados al cuadrado.

$n \simeq 238{,}88 \quad \Rightarrow \quad n = 239$

2. La frecuencia de resonancia (en Hz) de las raquetas de tenis de cierto tipo tienen distribución normal con media μ y varianza σ^2 conocida. Se toma una muestra aleatoria de tamaño n.

a) ¿Cuál es el nivel de confianza del intervalo $\bar{x} \pm 2{,}81\sigma/\sqrt{n}$?

b) ¿Cuál es el valor de $z_{\alpha/2}$ que corresponde a un intervalo de confianza para μ del 99.7 %?

c) Con la muestra dada se obtuvieron los siguientes intervalos de confianza para μ : (114,4, 115,6) y (114,1, 115,9).

- **i)** ¿Cuál es el valor de la media muestral?
- **ii)** ¿Cuál de estos intervalos tiene mayor nivel de confianza?

a) $P\left(\bar{X} - \frac{2{,}81\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + \frac{2{,}81\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$= P\left(-\frac{2{,}81\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu - \bar{X} \le \frac{2{,}81\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$= \{ \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

$= P\left(\frac{\frac{2{,}81\sigma}{\sqrt{n}} + \mu - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \ge Z \ge \frac{-\frac{2{,}81\sigma}{\sqrt{n}} + \mu - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right)$

$= P(2{,}81 \ge Z \ge -2{,}81)$

$= F_Z(2{,}81) - 1 + F_Z(2{,}81)$

$= 2F_Z(2{,}81) - 1$

$= 2 \cdot 0{,}9975 - 1$

$= 0{,}995$

b) - Chequear

c)

Dado un conjunto de intervalos de confianza, nos piden responder dos preguntas:

- **Intervalos dados**:

$$(114.4, 115.6) \quad \text{y} \quad (114.1, 115.9)$$

(i) Calcular la media muestral $\bar{x}$

La media muestral es el **punto medio de cada intervalo**, que podemos calcular sumando los extremos y dividiéndolos por 2.

Dado que estos son **intervalos de confianza simétricos** alrededor de la media muestral $\bar{x}$, podemos encontrar la media tomando el **punto medio** de cada intervalo. Esto se obtiene sumando los extremos del intervalo y dividiendo por 2.

1. Para el intervalo $(114.4, 115.6)$:

$$\bar{x} = \frac{114.4 + 115.6}{2} = 115.0$$

2. Para el intervalo $(114.1, 115.9)$:

$$\bar{x} = \frac{114.1 + 115.9}{2} = 115.0$$

En ambos casos, la **media muestral** es $\bar{x} = 115.0$.

(ii) Determinar cuál intervalo tiene mayor nivel de confianza

Para comparar los niveles de confianza de los intervalos, podemos observar su **longitud**:

- La longitud del intervalo $(114.4, 115.6)$ es:

$$115.6 - 114.4 = 1.2$$

- La longitud del intervalo $(114.1, 115.9)$ es:

$$115.9 - 114.1 = 1.8$$

Conclusión:

Un intervalo más amplio corresponde a un mayor nivel de confianza, dado que al ampliar el intervalo aumentamos la probabilidad de que contenga el valor verdadero de la media.

Por lo tanto, el **intervalo** $(114.1, 115.9)$ **tiene un mayor nivel de confianza** que el intervalo $(114.4, 115.6)$.

3. Un artículo analiza el uso de fotografía infrarroja en color para la identificación de árboles normales en bosques de pino de Oregon. Para una muestra de 69 árboles sanos, la media muestral de densidad de la capa de tinte fue de 1.028 y la desviación estándar muestral (s_{n-1}) de 0.163.

a) Calcular un intervalo de confianza de nivel aproximado 0.95 para la media poblacional de la densidad de capa de tinte μ para estos pinos.

b) Suponga que los investigadores habían hecho una estimación de 0.16 para el valor de s_{n-1} antes de reunir los datos, ¿qué tamaño muestral sería necesario para obtener un intervalo de longitud a lo sumo 0.05 y con un nivel de confianza del 95 %?

a) $n = 69$ NC 95% $\Rightarrow$ $\alpha = 0,05$

$\bar{x} = 1,028$

$S = 0,163$

Valor crítico $z_{\alpha/2}$ para el 95% de confianza: $z_{\alpha/2} = 1.96$

Como la desviación estandar no es conocida, usaremos t student

Valor crítico $t_{\alpha/2}$: Dado que el tamaño de la muestra es $n = 69$, los grados de libertad son $n-1 = 68$

$\therefore$ podemos interpretarlo como una normal

Dado que estamos usando la **distribución normal** en lugar de la distribución t, el intervalo de confianza se calcula con la fórmula:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

margen de error $= z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$ $\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,163}{\sqrt{69}} = 0,0196$

" $=$ $1,96 \cdot 0,0196 \approx 0,0384$

Paso 2: Calcular los límites del intervalo

Ahora que tenemos el margen de error, sumamos y restamos este valor a la media muestral $\bar{x} = 1.028$:

1. **Límite inferior**:

$$\text{Límite inferior} = 1.028 - 0.0385 \approx 0.9895$$

2. **Límite superior**:

$$\text{Límite superior} = 1.028 + 0.0385 \approx 1.0665$$

Resultado Final

El intervalo de confianza del 95% para la media poblacional μ es:

$$(0.990, 1.066)$$

b)

Busco el n tal que:

$X_1, X_2, \ldots, X_n \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

$\sigma \simeq 0.16$

$$P(\bar{X} - 0.025 \leq \mu \leq \bar{X} + 0.025) \geq 0.95$$

Por teorema:

$$0.025 \geq \frac{0.16}{\sqrt{n}} F_Z^{-1}\left(\frac{0.95+1}{2}\right)$$

$\Leftrightarrow$

$$n \geq \left(\frac{0.16}{0.025} F_Z^{-1}(0.975)\right)^2$$

$\Leftarrow$ {Tabla redondeando para arriba}

$$n \geq \left(\frac{16}{2.5} 1.96\right)^2$$

$\Leftarrow$

$$n \geq 158$$

Paso 1: Interpretación del Problema

Dado que queremos una **longitud de intervalo máxima de 0.05**, el **margen de error** (es decir, la mitad de la longitud del intervalo) debe ser de **0.025**:

$$\text{margen de error} = 0.025$$

4. Se seleccionó una muestra aleatoria de 539 sujetos pertenecientes a cierta ciudad. Se determinó que 133 de ellos poseían por lo menos un arma de fuego.

a) Determinar un intervalo de confianza de nivel aproximado 0.98 para la verdadera proporción de propietarios de armas en esa ciudad.

b) ¿Qué tamaño de muestra sería necesario para obtener un intervalo de longitud a lo sumo 0.10 y con un nivel de confianza aproximado de 0.98, independiente del $\hat{p}$?

a) Datos:

$n = 539$
$x = 133$
$NC = 98\%$

Proporción muestral: $\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{133}{539} = \boxed{0,2867}$

Valor crítico $z_{\alpha/2}$ para 98% $\quad \alpha = 0,02 \Rightarrow \alpha/2 = 0,01$

$\Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,33$

Fórmula del intervalo de confianza para la proporción

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$\hat{p} \pm 2,33\sqrt{\frac{0,2467\,(1-0,2467)}{539}} = 2,33 \cdot \sqrt{0,00038} \approx \boxed{0,0429}$$

Intervalo $= (\hat{p} - 0,0429, \hat{p} + 0,0429) = (0,2038; 0,2896)$

b)

Longitud del intervalo: Dado que queremos una longitud máxima de 0.10, el **margen de error** debe ser de:

$$\text{margen de error} = \frac{0.10}{2} = 0.05$$

2. **Fórmula del margen de error para proporciones**: La fórmula del margen de error para proporciones es:

$$\text{margen de error} = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

3. **Caso conservador** (independiente de $\hat{p}$): Para obtener el tamaño de muestra sin depender de $\hat{p}$, usamos el caso más conservador, que ocurre cuando $p = 0.5$ (ya que maximiza $p(1-p)$).
4. **Despejamos** n: Sustituimos el margen de error, $z_{\alpha/2} = 2.33$, y $p = 0.5$ en la fórmula y resolvemos para n:

$$0.05 = 2.33 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{n}}$$

$$0,05 = 2,33\sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{n}} \Rightarrow \frac{0,05}{2,33} = \sqrt{\frac{0,25}{n}}$$

$$\Rightarrow 0,0214 = \frac{0,5}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{0,5}{0,0214} \Rightarrow \sqrt{n} = 23,36$$

$$\Rightarrow n \approx 545,89 \Rightarrow \boxed{546}$$

5. Se quiere analizar si las determinaciones del contenido de un ácido que realiza un laboratorio son aceptables. Se tomó una muestra de alimento conteniendo 78 mg/kg de este ácido y se analizaron las siguientes determinaciones independientes obtenidas por el laboratorio:

80 81 77 80 77 74 77 79 81 79

Suponga que el contenido del ácido tiene distribución normal.
a) Determinar un intervalo de 95% de confianza para el contenido medio del ácido según el laboratorio y a partir del mismo concluya si las mediciones del laboratorio son aceptables.
b) ¿Cuál sería su conclusión en el inciso a) si el contenido real del ácido en la muestra de alimento fuera de $82mg/kg$?

a) Datos: $n = 10 \rightarrow$ usamos t-student
$NC = 95\%$

$X \sim N(\, , \,)$

$$\bar{x} = \frac{80 + 81 + 77 + 80 + 77 + 74 + 77 + 79 + 81 + 79}{10} = \frac{785}{10} = 78{,}5$$

$$S_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \frac{2.25 + 6.25 + 2.25 + 2.25 + 2.25 + 20.25 + 2.25 + 0.25 + 6.25 + 0.25}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{44{,}5}{9}}$$

$$= \sqrt{4{,}94} \approx 2{,}22$$

$$t_{\alpha/2} = 2{,}2622 \quad | \; gl = 9 \text{ y } 0{,}025 = 0{,}05/2$$

margen de error: $t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{10}} = 2{,}2622 \cdot \frac{2{,}22}{\sqrt{10}} = 1{,}588$

$$IC = (78{,}5 - 1{,}588 \, , \, 78{,}5 + 1{,}588) = (76{,}912 \, ; \, 80{,}088)$$

Vemos que el intervalo incluye el valor esperado 78 mg/kg, por lo que las mediciones son aceptables.

b) La conclusión para 82 mg/kg sería que las mediciones no son aceptables pues 82 no está en el intervalo.

6. Un triatlón es una competencia deportiva que incluye pruebas de natación, ciclismo y carrera. Un artículo reporta una investigación donde participaron triatletas hombres. Se registraron las máximas pulsaciones del corazón (latidos/minutos) durante la actuación en cada uno de los tres eventos. En natación, la media y la desviación estándar muestrales fueron $\overline{x} = 188{,}0$ y $s_{n-1} = 7{,}2$, respectivamente. Se supone que la distribución del ritmo cardíaco es aproximadamente normal.
a) Si participaron 40 atletas:
. **i)** Determinar un intervalo de confianza del 98% para la media poblacional del ritmo cardíaco en la prueba de natación.
. **ii)** Determinar un intervalo de confianza del 98 % para la varianza poblacional del ritmo cardíaco en la prueba de natación.
b) Si participaron 9 atletas:
. **i)** Determinar un intervalo de confianza del 95% para la media poblacional del ritmo cardíaco en la prueba de natación.
. **ii)** Determinar un intervalo de confianza del 95 % para la varianza poblacional del ritmo cardíaco en la prueba de natación.

a) Dist. Normal

$\bar{x} = 188{,}0$ $\quad s_{n-1} = 7{,}2$

$n = 40$

i) $NC = 98\%$ $\quad gl = 39$

$\alpha = 0{,}02$ $\quad \alpha/2 = 0{,}01$

$t_{\alpha/2} = 2{,}33$

$ME = 2{,}33 \cdot \frac{7{,}2}{\sqrt{40}} \approx 2{,}6525$

$IC = (188 - 2{,}6525,\ 188 + 2{,}6525)$
$= (185{,}3475;\ 190{,}6525)$

ii) La Formula Para el IC para la Varianza σ^2 es:

$$\left(\frac{(n-1)\, s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}},\ \frac{(n-1)\, s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \right)$$

Donde χ^2 son los valores críticos de d Chi² con n-1 gl
s^2 es varianza muestral.

$(n-1)s^2 = 39 \cdot (7{,}2)^2 = 2021{,}76$ $\quad gl = 39$

$1 - \alpha/2 = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$

$\alpha/2 = 0{,}01$

$\chi^2_{1-\alpha/2} = 21{,}426$

$\chi^2_{\alpha/2} = 62{,}428$

van al reves

$ICV = \left(\frac{2021{,}76}{21{,}426};\ \frac{2021{,}76}{62{,}428} \right) = (94{,}3246;\ 32{,}3732)$

$\therefore ICV = (32{,}3732;\ 94{,}3246)$

tomamos raíz² para ver el I en desv. estandar:

$\therefore (5{,}6897;\ 9{,}7120)$

b) i $n = 9$ $\rightarrow$ acá uso t-Student

$NC = 95\%$ $gl = 8 = 9-1$

$\alpha = 0{,}05$ $\alpha/2 = 0{,}025$

$t_{\alpha/2} = 2.3060$

$ME = 2{,}3060 \cdot \frac{7{,}2}{\sqrt{9}} = 5{,}5344$

$\therefore IC = (188 - 5{,}5344 ; 188 + 5{,}5344)$

$= (182{,}4656 ; 193{,}5344)$

ii) $ICV\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0{,}025;8}} ; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0{,}975;8}} \right)$

$(n-1)s^2 = 8 \cdot 7{,}2^2 = 414{,}72$

$\chi^2_{0{,}025;8} = 17{,}535$

$\chi^2_{0{,}975;8} = 2{,}180$

$\left(\frac{414{,}72}{17{,}535} , \frac{414{,}72}{2{,}180} \right) = (23{,}65098 ; 190{,}23853)$

7. El intervalo de confianza del 95 % para la media poblacional de una distribución normal con varianza desconocida fue (229,764, 233,504), para una muestra de tamaño 5. Si ahora usted considera que es mejor un intervalo de confianza del 99 %, ¿cuáles son las cotas de este intervalo?

$n = 5$ $ICM\ (229{,}764 ; 233{,}504)$

$NC = 95\%$

Ver para 99%

$\bar{x} = \frac{229{,}764 + 233{,}504}{2} = 231{,}634$

$ME = \frac{233{,}504 - 229{,}764}{2} = \frac{3{,}74}{2} = 1{,}87$

$gl = 4$

$t_{\alpha/2} = 2,776$

$$s = \frac{ME \cdot \sqrt{n}}{t_{\alpha/2}} = \frac{1,87 \cdot \sqrt{5}}{2,776} = 1,50628$$

Para 99%

$\alpha = 0,01 \quad \alpha/2 = 0,005$

$t_{\alpha/2} = 4,6041$

$$\text{Nuevo } ME = 4,6041 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 4,6041 \cdot \frac{1,50628}{\sqrt{5}} = 3,1018$$

Nuevo I con $\bar{x} = 231,634$

$$(231,638 - 3,1018;\ 231,638 + 3,1018)$$
$$= (228,5326;\ 234,7354)$$

Ejercicio 8.

$\sigma(\bar{x}) \neq \quad \sigma = \sigma_{\bar{x}} \quad s_{n-1}$

8. El tiempo de reacción (TR) ante un estímulo es el período que comienza con la presentación de un estímulo y termina con el primer movimiento discernible de cierto tipo. Un artículo reporta que la media muestral del TR para 16 nadadores, al arranque con un disparo fue de $\bar{x} = 0{,}214'$ y la desviación estándar muestral fue de $s_{n-1} = 0{,}036'$. Suponiendo que el TR tiene aproximadamente distribución normal, obtener:
a) un intervalo de confianza del 90 % para la verdadera media del TR de los nadadores.
b) un intervalo de confianza del 90 % para la desviación estándar del TR de los nadadores.

- s es la **desviación estándar muestral**,
- n es el **tamaño de la muestra**,
- $\frac{s}{\sqrt{n}}$ es el **error estándar de la media**,

$z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

- $\frac{s}{\sqrt{n}}$ representa el **error estándar de la media** y nos da una idea de cuánto podría variar nuestra media muestral si repitiéramos el muestreo.
- Multiplicar este valor por $z_{\alpha/2}$ nos ayuda a definir el **margen de error** en un intervalo de confianza, dándonos el rango en el cual es probable que esté la media poblacional.

Datos: $s_{n-1} = 0,036$
$\bar{x} = 0,214$
$n = 16$
$\alpha = 0,1$
$\alpha/2 = 0,05$
$\boxed{z_{\alpha/2} = 1,65}$

a) $IC\ \mu = 0,214 \pm z_{\alpha/2} \cdot$

$0,214 \pm \overset{1,65}{\text{Ey}(0,95)} \frac{0,036}{+\sqrt{16}}$ $(0,01485)$

$(0,19915\ ,\ 0,22885)$

$ME = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$EEM = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

b) Fórmula:

$$\left(\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}}},\ \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}}\right) =$$

Raíz en todas

Donde:
$\chi^2_{\alpha/2}$ y $\chi^2_{1-\alpha/2}$ son los valores críticos de la dist. chi-cuadrado con n-1 grados de libertad

$(16-1)(0,036)^2 = 0,0194$

$$= \left(\frac{15 \cdot 0,036^2}{\text{chi}_{0,05,15}},\ \frac{15 \cdot 0,036^2}{\text{chi}_{0,95,15}}\right) = \left(\frac{0,0194}{24,996},\ \frac{0,0194}{7,261}\right)$$

24,996
7,261

$$= \left(\sqrt{0,0007777},\ \sqrt{0,002677}\right)$$
$$= (0,02788,\ 0,05173\,9733)$$

Hacer el 9