EJERCICIO N°1

DEFINICIÓN RECURSIVA DE CAMBIAR: PROP → PROP ✓

CAMBIAR(φ) REEMPLAZA $\vee$ CON $\wedge$ Y VICEVERSA.

1) Definición recursiva de cambiar : PROP -> PROP
cambiar(φ) reemplaza $\vee$ con $\wedge$ y viceversa

caso atómico

p_n y $\bot$

$C : PROP \to PROP$

$C(p_n) = p_n$

$C(\bot) = \bot$

Caso recursivo:

$C(\varphi \vee \psi) = C(\varphi) \wedge C(\psi)$

$C(\varphi \wedge \psi) = C(\varphi) \vee C(\psi)$

EJERCICIO N°2

JUSTIFICAR $\{\varphi \vee \psi\} \vdash \neg\varphi \to \psi$ MEDIANTE DERIVACIÓN.

$\{\varphi \vee \psi\} \vdash \neg\varphi \to \psi$

$$\dfrac{\dfrac{\varphi \vee \psi \qquad \dfrac{\dfrac{[\varphi]_2 \quad [\neg\varphi]_1}{\bot}\,{\to}E}{\psi}\,\bot \qquad [\psi]_2}{\psi}\,\vee E_2}{\neg\varphi \to \psi}\,{\to}I_1$$

Ejercicio Nº 3

1) Probar $\Gamma := \{ P_3 \wedge \neg P_5, P_3 \to (P_2 \to \neg P_4), \neg P_2 \}$ es consistente

Probar $\Gamma := \{ P_3 \wedge \neg P_5, P_3 \to (P_2 \to \neg P_4), \neg P_2 \}$ es consistente.

veamos caso por caso

$[\![\neg P_2]\!]_2 = 1 \iff [\![P_2]\!]_2 = 0$

$[\![P_3 \to (\overset{0}{P_2} \to \neg P_4)]\!]_2 = 1$

como $[P_2] = 0 \iff [\![(P_2 \to \neg P_4)]\!] = 1 \quad \therefore \quad [\![P_3]\!] = ? \qquad [\![\neg P_4]\!] = ?$

pero

$[\![P_3 \wedge \neg P_5]\!] = 1 \implies [\![P_3]\!] = 1$

$[\![\neg P_5]\!] = 1 \qquad P_5 = 0$

Resumiendo informalmente: $P_2 = 0 \quad P_3 = 1 \quad P_4 = 1 \quad P_5 = 0$

$1 \wedge \neg 0 = 1 \wedge 1 = 1$
$1 \to (0 \to \neg 1) = 1 \to (0 \to 0) = 1 \to 1 = 1$
$\neg 0 = 1$

como se cumplen todas es consistente

es decir, ninguna implica $\perp \quad \Gamma \nvdash \perp$

2) Dar un conjunto consistente maximal que lo contenga.

Dar un conjunto consistente maximal que lo contenga

$\Gamma' := \{ \neg P_2, P_3, P_4, \neg P_5, P_6, P_7, P_8 \ldots P_n \ldots \}$

En realidad:

$\{ P_3 \wedge \neg P_5, P_3 \to (P_2 \to \neg P_4), \neg P_2, P_6, P_7, P_8 \ldots, P_n, \ldots \}$