

PRACTICA CON UTILITARIO 1

Introducción al procesamiento de señales

Dolores Garro 03115/9
Emiliano Paoloni 03658/8

Aplicación de señal con número de alumno

Comenzamos implementando nuestra señal con el número de alumno 03658/8 la cual se puede observar en la *figura 1.1*. Utilizamos la función `senal.m` y calculamos su Transformada de Fourier de Tiempo Discreto (TFTD).

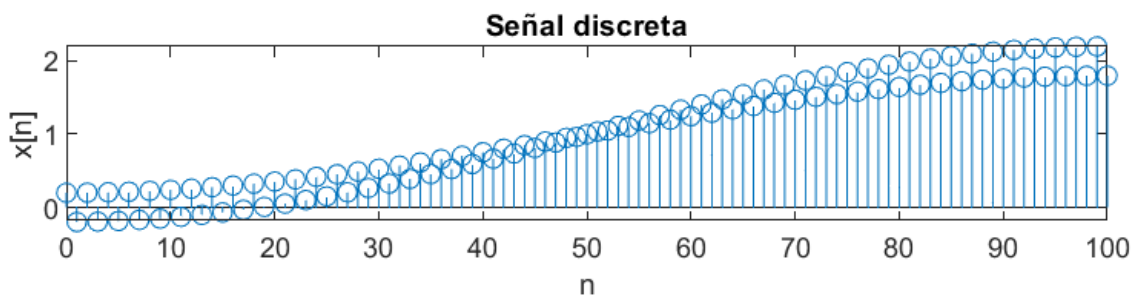


figura 1.1

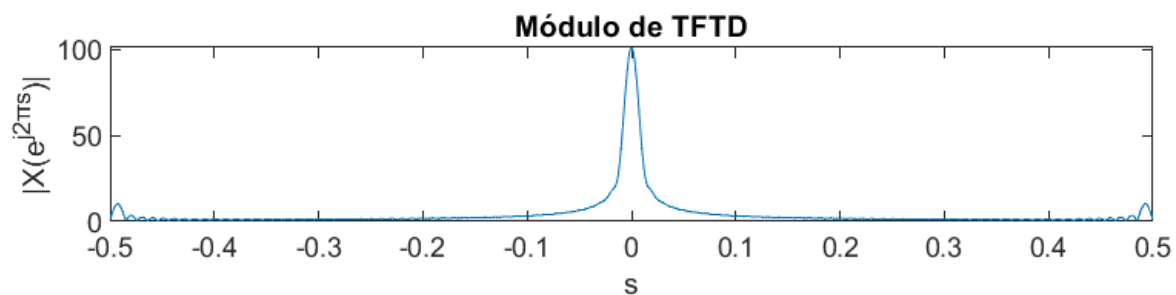


figura 1.2

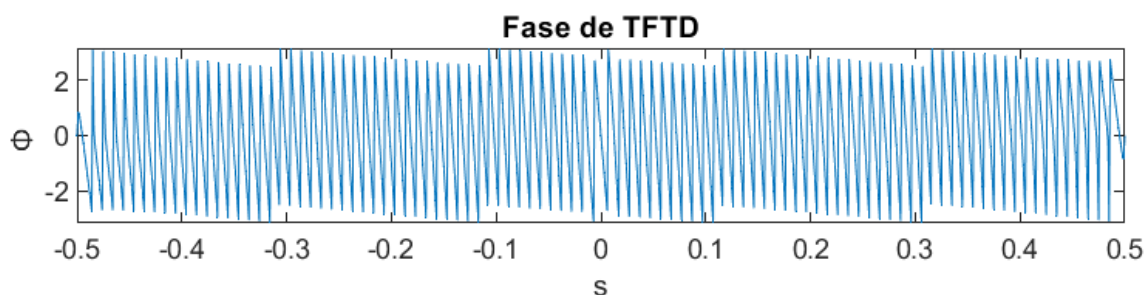


figura 1.3

En la *figura 1.2* observamos un periodo del módulo de la TFTD de $x[n]$. Se puede ver en el gráfico que el espectro de la señal tiene alto contenido en baja frecuencia y muy bajo contenido en altas frecuencias, ya que se observan pequeños picos en los extremos del periodo ($f=0,5$ y $f=-0,5$).

Dados los cuatro sistemas descritos por las siguientes ecuaciones en diferencias:

Sistema 1	$y[n] = 1/2 x[n] + 1/2 x[n - 1]$
Sistema 2	$y[n] = 1/2 x[n] - 1/2 x[n - 1]$
Sistema 3	$y[n] = 1/4 x[n] + 1/4 x[n - 1] + 1/2 y[n - 1]$
Sistema 4	$y[n] = 1/4 x[n] - 1/4 x[n - 1] - 1/2 y[n - 1]$

Obtenemos la respuesta impulsional y la respuesta en frecuencia de cada sistema analíticamente siguiendo el procedimiento correspondiente a cada cálculo:

- Respuesta impulsional $h[n]$: la entrada al sistema es $x[n]=\delta[n]$
- Respuesta en frecuencia: TFTD de $h[n]$ ($H(e^{j2\pi s})$)

Sistema 1

Respuesta impulsional	$h[n] = 1/2 \delta[n] + 1/2 \delta[n - 1]$
Respuesta en frecuencia	$H(e^{j2\pi s}) = 1/2 + 1/2 e^{-j2\pi s}$

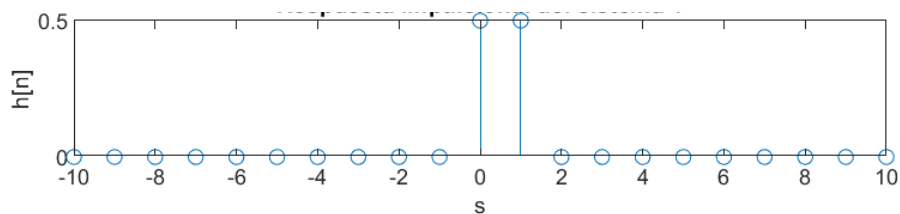


figura 1.3 - respuesta impulsional

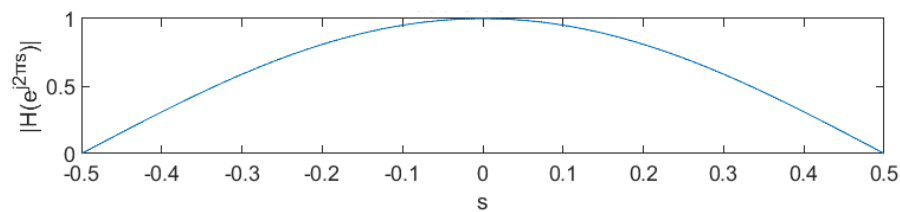


figura 1.4 - módulo de TFTD

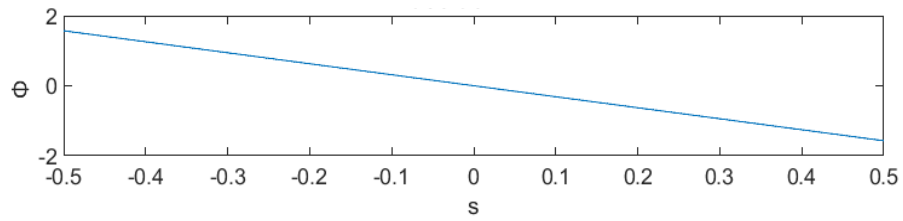


figura 1.5 - fase de TFD

Sistema 2

<i>Respuesta impulsional</i>	$h[n] = 1/2 \delta[n] - 1/2 \delta[n - 1]$
<i>Respuesta en frecuencia</i>	$H(e^{j2\pi s}) = 1/2 - 1/2 e^{-j2\pi s}$

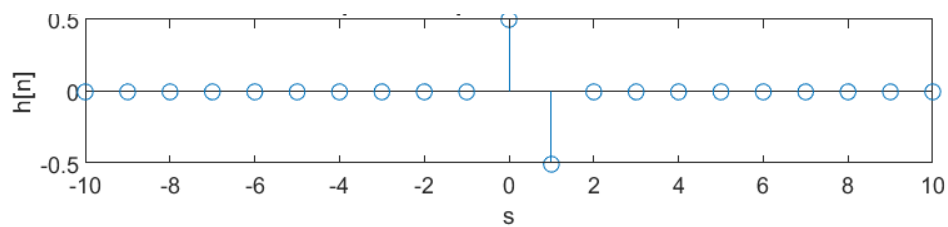


figura 1.6 - respuesta impulsional

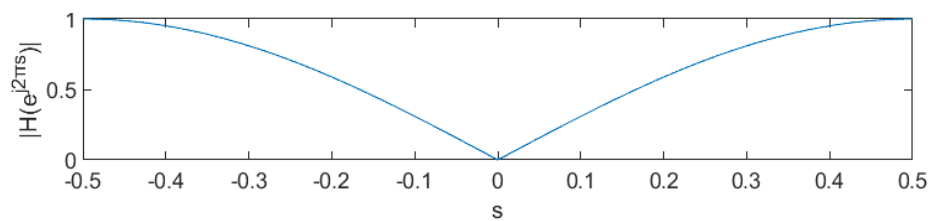


figura 1.7 - módulo de TFD

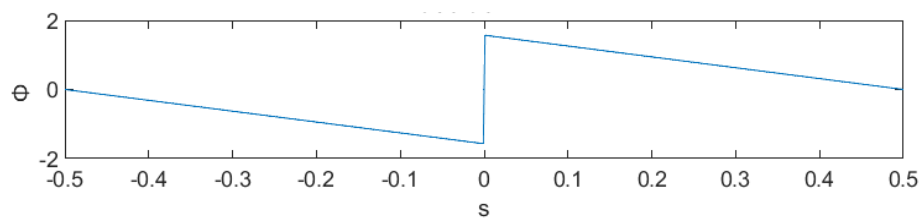


figura 1.8 - fase de TFD

Sistema 3

<i>Respuesta impulsional</i>	$h[n] = 1/4 \cdot ((1/2)^n \cdot u[n]) + 1/4 \cdot ((1/2)^{n-1} \cdot u[n-1])$
<i>Respuesta en frecuencia</i>	$H(e^{j2\pi s}) = 1/4 \cdot (1/(1 - 1/2e^{-j2\pi s})) + 1/4 \cdot (e^{-j2\pi s}/(1 - 1/2e^{-j2\pi s}))$

Cálculo de la respuesta en frecuencia:

$$y[n] = 1/4 x[n] + 1/4 x[n-1] + 1/2 y[n-1]$$

Aplicamos TFTD a ambos lados del igual

$$Y(e^{j2\pi s}) = 1/4 X(e^{j2\pi s}) + 1/4 X(e^{j2\pi s}) e^{-j2\pi s} + 1/2 Y(e^{j2\pi s}) e^{-j2\pi s}$$

$$Y(e^{j2\pi s})(1 - 1/2 e^{-j2\pi s}) = X(e^{j2\pi s})(1/4 + 1/4 e^{-j2\pi s})$$

$$Y(e^{j2\pi s})/X(e^{j2\pi s}) = (1/4 + 1/4 e^{-j2\pi s}) / (1 - 1/2 e^{-j2\pi s})$$

$$H(e^{j2\pi s}) = 1/4 \cdot (1/(1 - 1/2e^{-j2\pi s})) + 1/4 \cdot (e^{-j2\pi s}/(1 - 1/2e^{-j2\pi s}))$$

Antitransformamos

$$h[n] = 1/4 \cdot ((1/2)^n \cdot u[n]) + 1/4 \cdot ((1/2)^{n-1} \cdot u[n-1])$$

Este resultado se ve en la *figura 1.9*

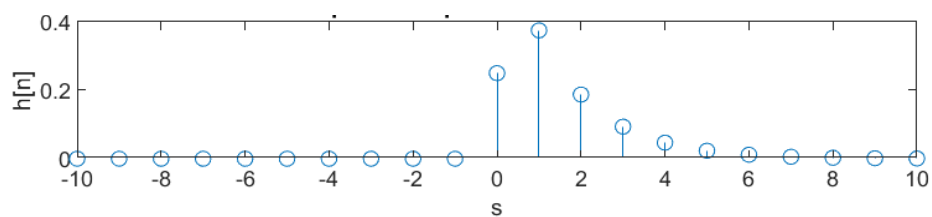


figura 1.9 - respuesta impulsional

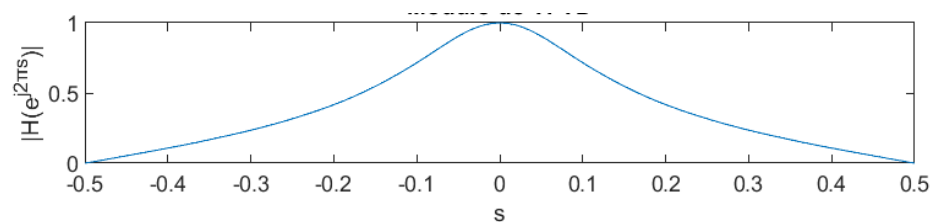


figura 1.10 - módulo de TFTD

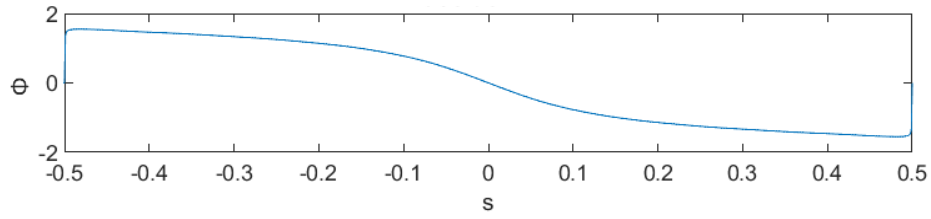


figura 1.11 - fase de TFD

Sistema 4

<i>Respuesta impulsional</i>	$h[n] = 1/4. ((-1/2)^n \cdot u[n]) - 1/4. ((-1/2)^{n-1} \cdot u[n-1])$
<i>Respuesta en frecuencia</i>	$H(e^{j2\pi s}) = 1/4. (1/(1 + 1/2e^{-j2\pi s})) - 1/4. (e^{-j2\pi s}/(1 + 1/2e^{-j2\pi s}))$

La respuesta en frecuencia fue calculada de igual forma que en el sistema 3.

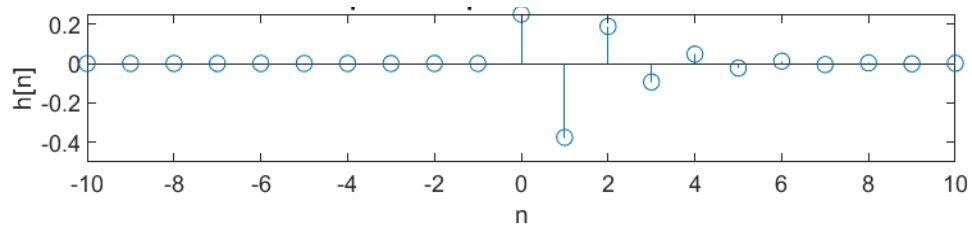


figura 1.12 - respuesta impulsional

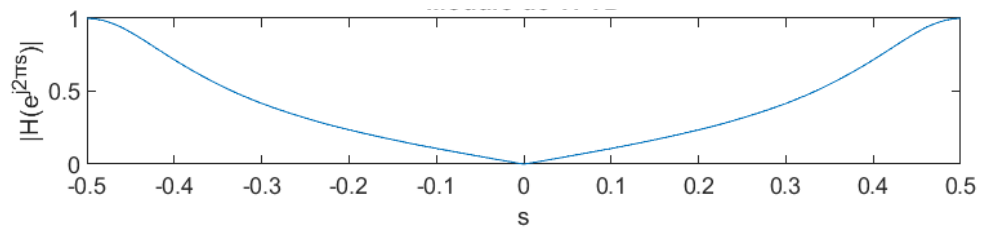


figura 1.13 - módulo de TFD

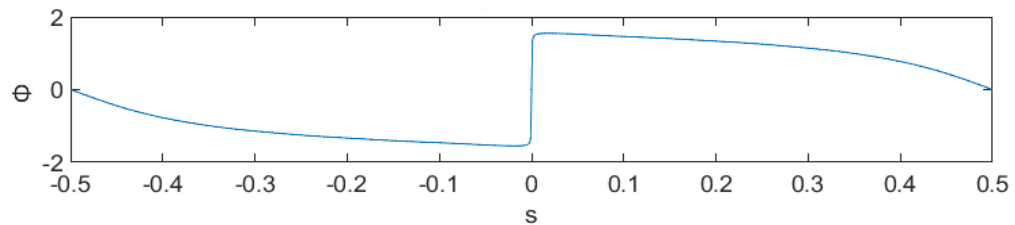
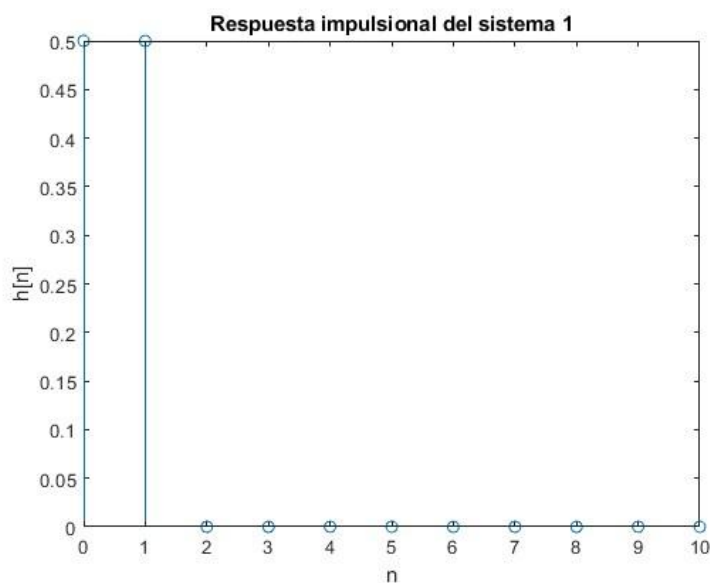


figura 1.14 - fase de TFD

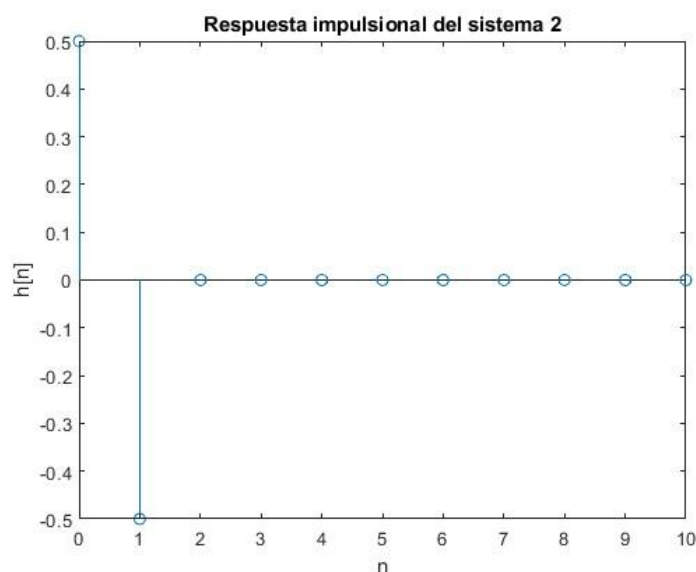
Conclusión

Analizando los gráficos del módulo de la TFTD de cada sistema, podemos ver que los sistemas 1 y 3 son filtros *pasa bajos*, debido a que para bajos valores de frecuencia tienen alto contenido y para altos valores de frecuencia tienen contenido casi nulo. Por otro lado, los sistemas 2 y 4 son filtros *pasa altos*, ya que los módulos de sus respuestas en frecuencia son opuestos a los de los sistemas 1 y 3, es decir que solo dejan pasar valores de frecuencia para altos valores de frecuencia.

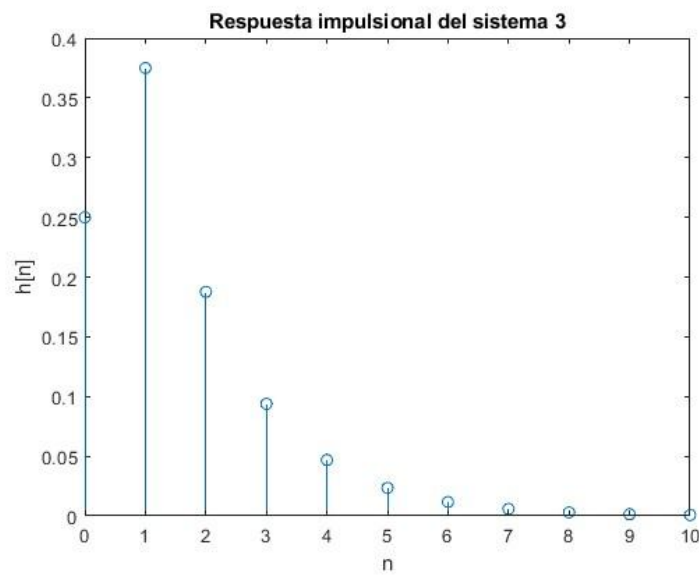
Para verificar que los sistemas implementados en MATLAB son correctos, comparamos las respuestas impulsionales de los sistemas implementados con las respuestas obtenidas analíticamente:



coincide con $h_1[n] = 1/2 \delta[n] + 1/2 \delta[n - 1]$



coincide con $h_2[n] = 1/2 \delta[n] - 1/2 \delta[n - 1]$



$$h_3[n] = 1/4 \cdot ((1/2)^n \cdot u[n]) + 1/4 \cdot ((1/2)^{n-1} \cdot u[n - 1])$$

Se verifica que el gráfico es correcto calculando algunos puntos:

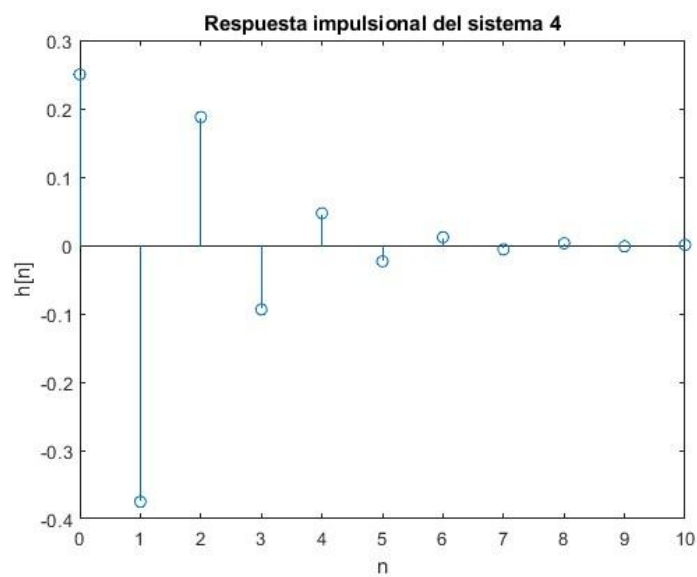
$$h[0] = 1/4 = 0,25$$

$$h[1] = 1/4 \times 1/2 + 1/4 = 0,37$$

$$h[2] = (1/4 \times (1/2)^2) + (1/4 \times 1/2) = 0,18$$

$$h[3] = (1/4 \times (1/2)^3) + (1/4 \times (1/2)^2) = 0,09375$$

...



$$h[n] = 1/4 \cdot ((-1/2)^n \cdot u[n]) - 1/4 \cdot ((-1/2)^{n-1} \cdot u[n-1])$$

Al igual que en el caso anterior, se verifica si el gráfico es correcto calculando algunos puntos:

$$h[0] = 1/4 = 0,25$$

$$h[1] = 1/4 \times (-1/2) - 1/4 = -0,375$$

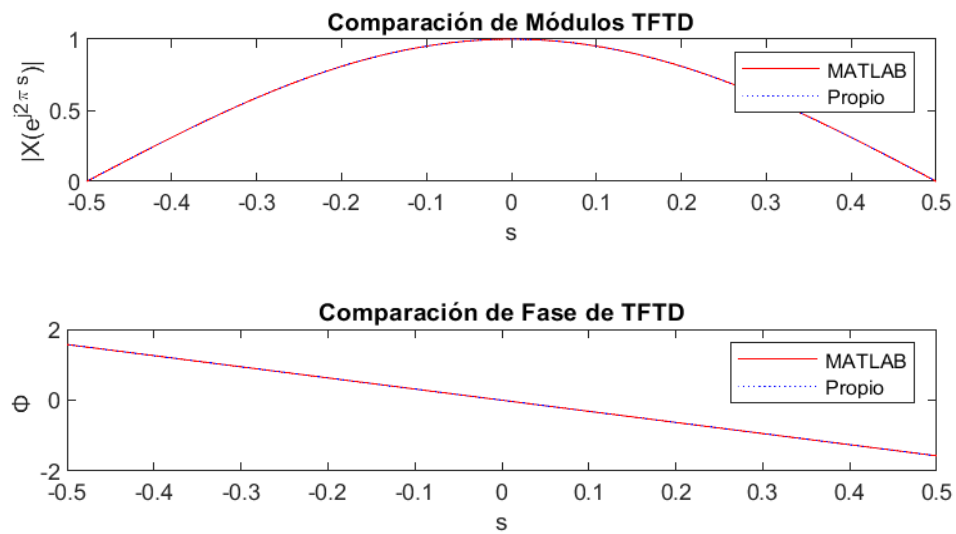
$$h[2] = (1/4 \times (-1/2)^2) - (1/4 \times (-1/2)) = 0,1875$$

$$h[3] = (1/4 \times (-1/2)^3) - (1/4 \times (-1/2)^2) = -0,09$$

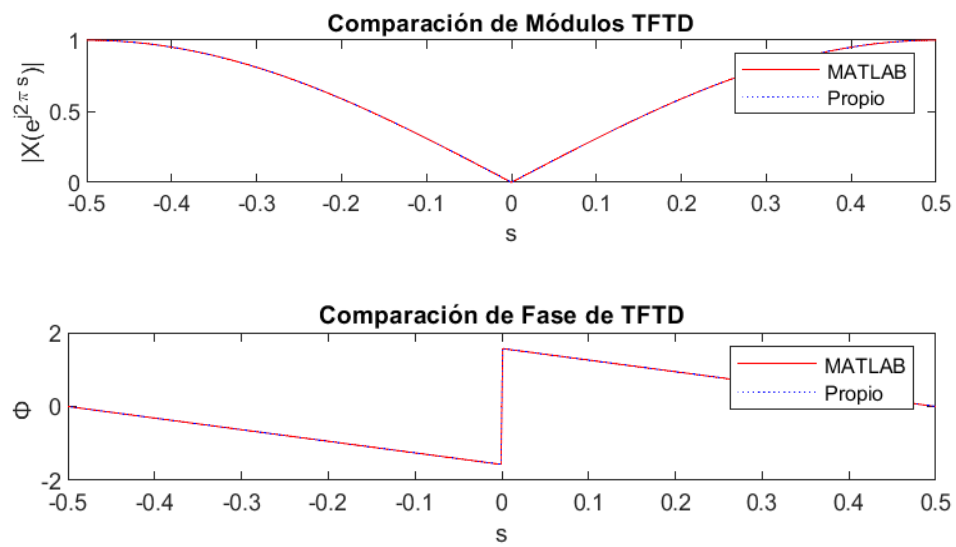
...

Verificamos que las respuestas en frecuencia calculadas analíticamente coincidan con los gráficos del cálculo de la TFTD calculado por MATLAB.

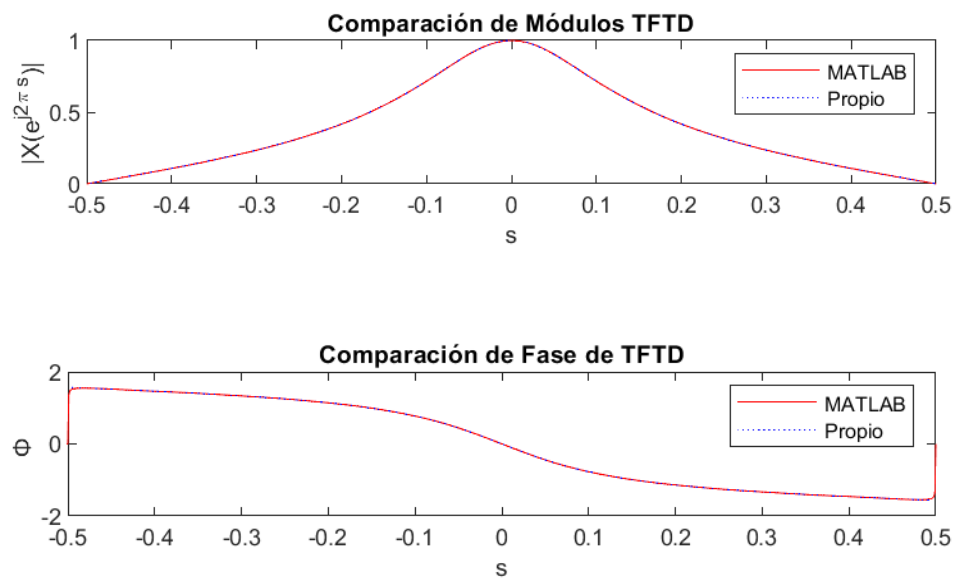
Comparación Sistema 1



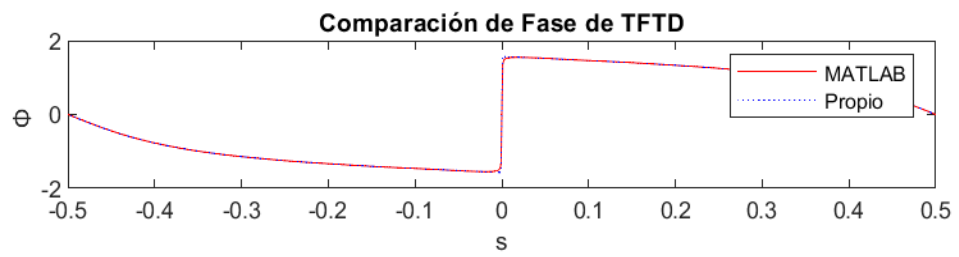
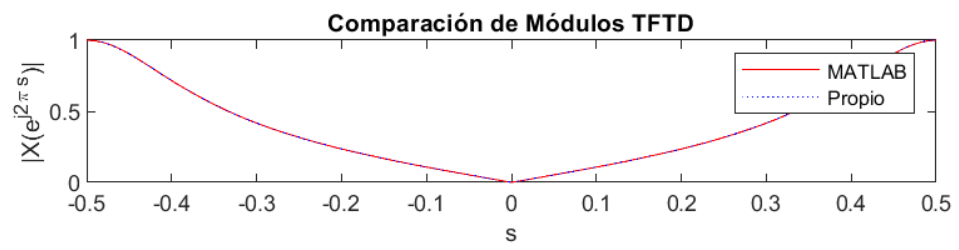
Comparación Sistema 2



Comparación Sistema 3



Comparación Sistema 4



A continuación evaluamos la señal del primer inciso en cada sistema

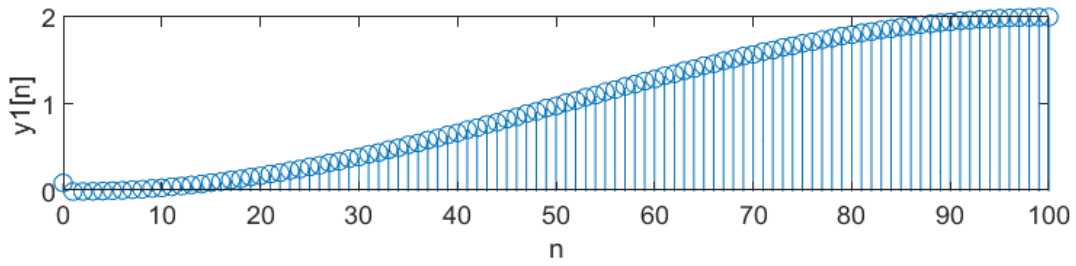


figura 1.15 - salida del sistema 1

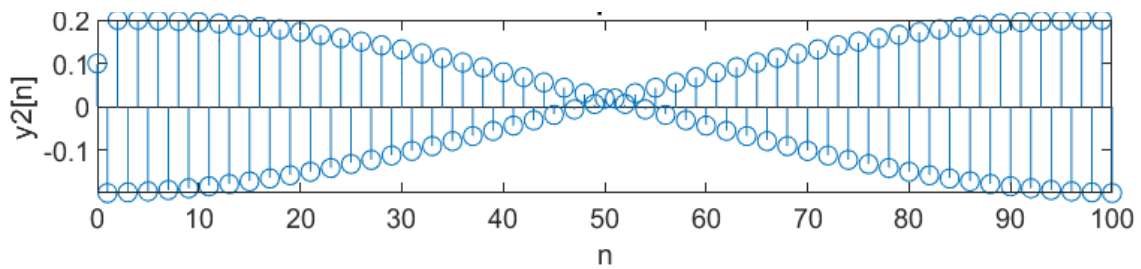


figura 1.16 - salida del sistema 2

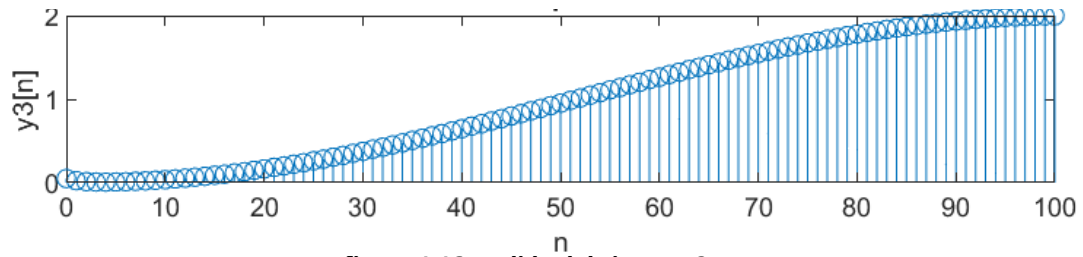


figura 1.16 - salida del sistema 3

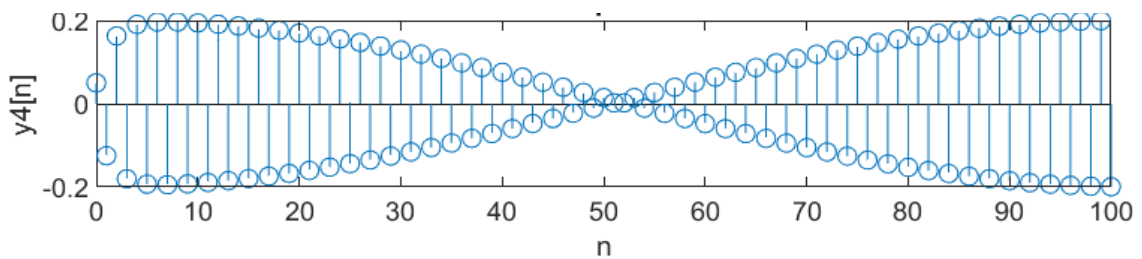


figura 1.16 - salida del sistema 4

Por último, graficamos los módulos de las TFTD para cada salida

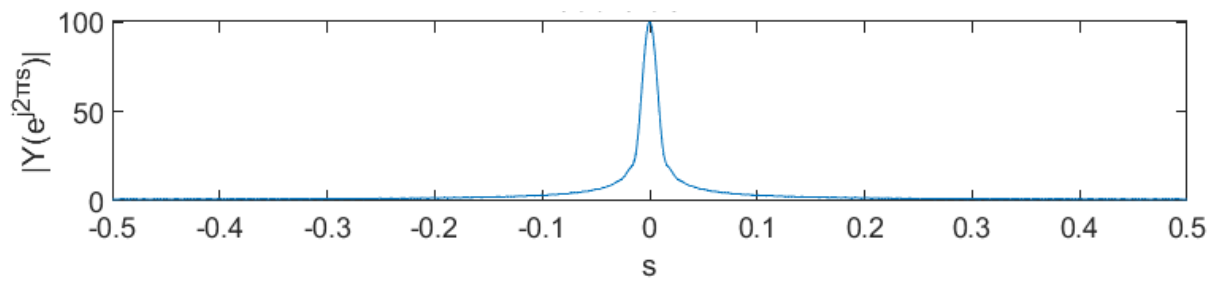


figura 1.17 - módulo de la TFTD de $y_1[n]$

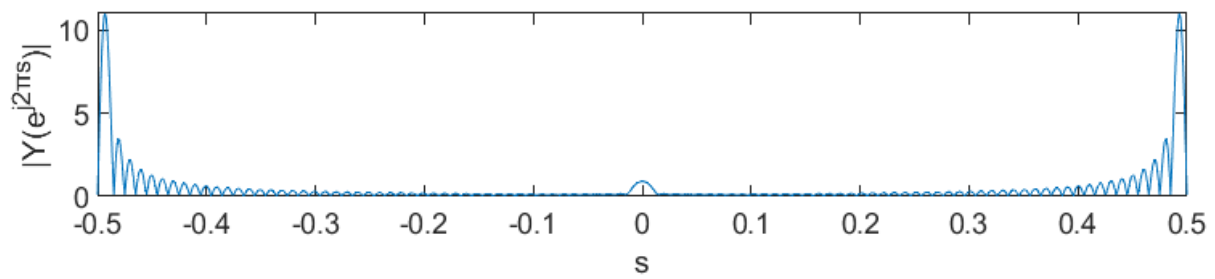


figura 1.18 - módulo de la TFTD de $y_2[n]$

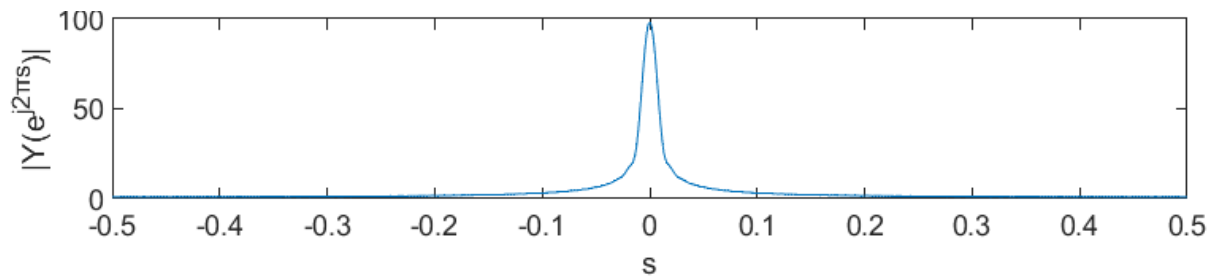


figura 1.19 - módulo de la TFTD de $y_3[n]$

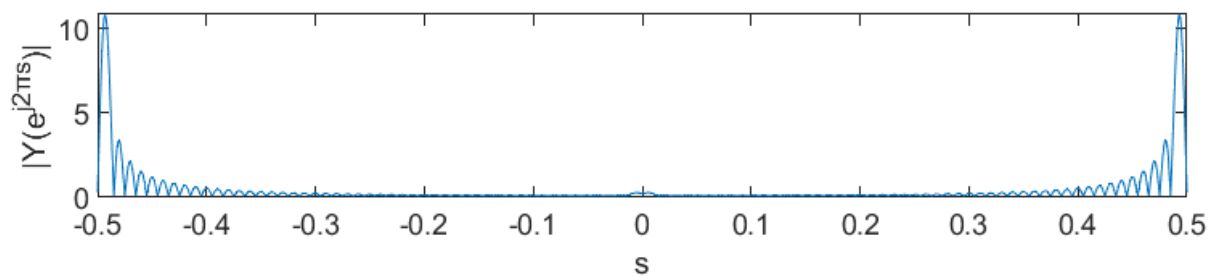


figura 1.20 - módulo de la TFTD de $y_4[n]$

Los filtros que se observan en las *figuras 1.17 y 1.19*, que corresponden a las salidas de los sistemas 1 y 3, eliminan los componentes en alta frecuencia que se observaban en la gráfica de la señal de la *figura 1.1* (inciso I), lo cual se corresponde al comportamiento de filtro *pasa bajos*.

Así mismo, los filtros que se observan en las *figuras 1.18 y 1.20*, que corresponden a las salidas de los sistemas 2 y 4, eliminan los componentes en baja frecuencia que se observaban en la gráfica de la señal de la *figura 1.1*, lo cual se corresponde al comportamiento de filtros *pasa altos*.

Dada la respuesta impulsional $h_A[n]$ de un SLID FIR, retornada por la función `hcanald.m` :

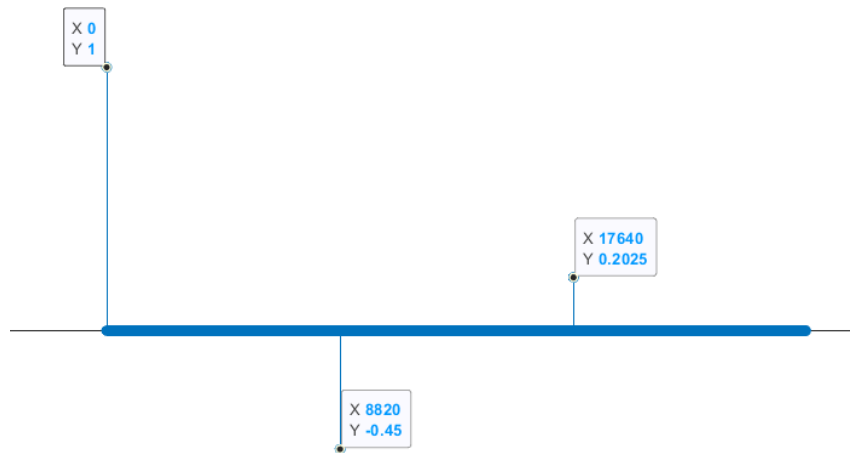


figura 2.1 - respuesta impulsional $h_A[n]$

Viendo los puntos de las deltas de kronecker de la *figura 2.1* podemos llegar a la siguiente ecuación

$$h_A[n] = \delta[n] - 0.45 \delta[n - 8820] + 0.2025 \delta[n - 17640]$$

A raíz de $h_A[n]$ se puede llegar a la ecuación en diferencias del SLID

$$y[n] = x[n] - 0.45 x[n - 8820] + 0.2025 x[n - 17640]$$

Se puede ver en la *figura 2.1* que la respuesta impulsional es finita, esto significa que es absolutamente sumable, ya que la serie de su módulo converge a un número finito. Por lo que podemos afirmar que el SLID es **estable**.

A continuación implementamos en la función *funcionEcuacionEnDiferencias.m* la ecuación en diferencias del SLID y verificamos en el script *programaPrincipal.m* que el sistema tiene la misma respuesta impulsional que la obtenida en la *figura 2.1*.

Procesamiento de audio

Utilizamos el comando *audioread* para cargar el archivo de audio otorgado y graficamos la señal de audio en el tiempo como una señal $x(t)$. Escuchamos la señal de audio mediante el comando *sound*.

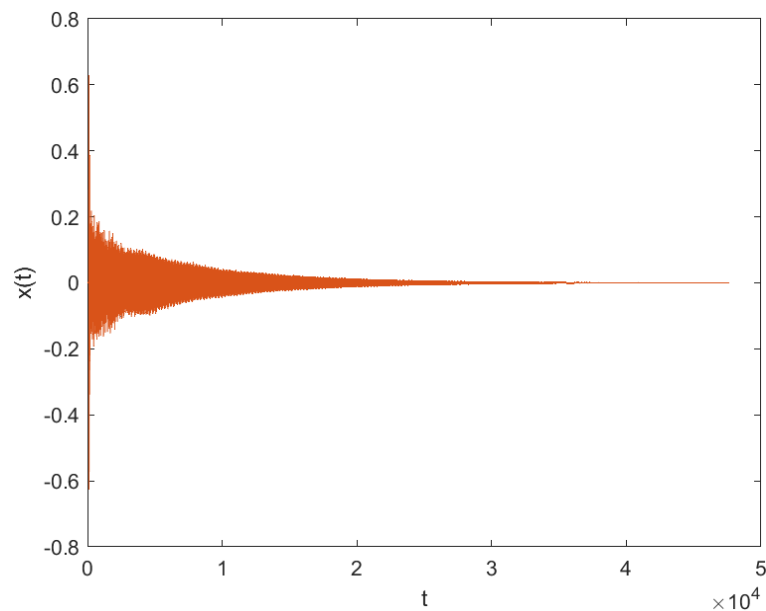


figura 2.1 - señal de audio

Luego, ingresamos la señal de audio al sistema:

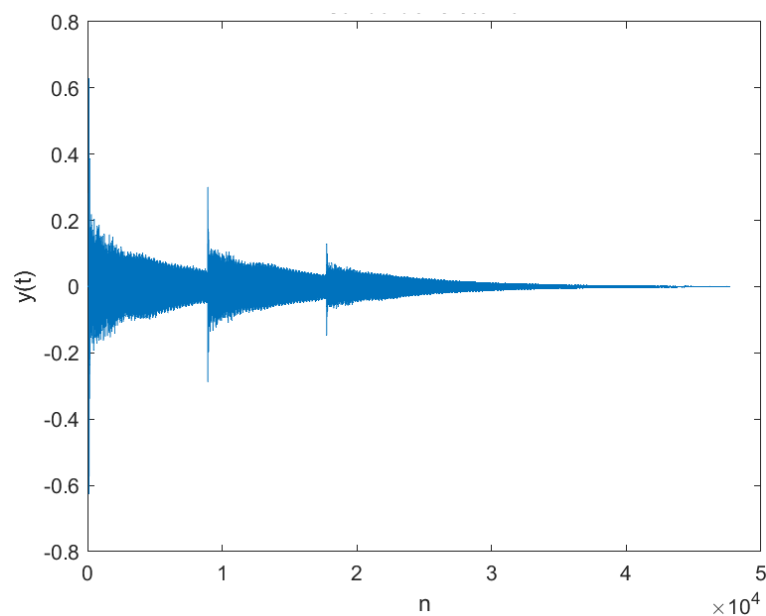


figura 2.2

Se observan en los segundos aproximados a uno y dos, dos ecos.

Implementación de un filtro FIR

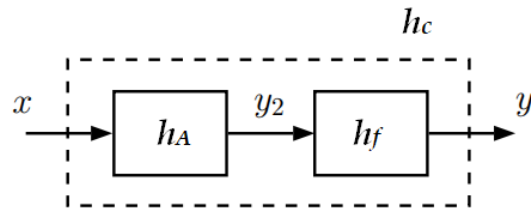


figura 2.3

En la figura 2.3 se observa que ingresa $x[n]$ al canal, en nuestro caso $x[n]$ es la señal de audio. Para intentar corregir el efecto del eco que se genera en $y_2[n]$, colocamos un filtro en cascada h_f . El caso ideal sería que la respuesta impulsional total de la cascada (h_c) se aproxime a una única delta de kronecker, pero esto no es posible en la práctica debido a que siempre quedan ecos, aún así, se logra disminuir la atenuación de ellos.

Filtro con una rama

$$h_f[n] = \delta[n] - \varphi \cdot \delta[n - a_1]$$

$$h_C[n] = \{h_A * h_f\}[n]$$

$$h_C[n] = \delta[n] - 0,45 \cdot \delta[n - 8820] + 0,2025 \cdot \delta[n - 17640] - \varphi \cdot \delta[n - a_1] + \varphi \cdot 0,45 \cdot \delta[n - 8820 - a_1] - \varphi \cdot 0,2025 \cdot \delta[n - 17640 - a_1]$$

Si queremos que $h_c \approx \delta[n]$ calculamos valores de φ y a_1 tal que se eliminen los retardos. En este caso, si $\varphi = -0,45$ y $a_1 = 8820$, entonces se eliminan cuatro términos en la ecuación de h_c , pero a la vez se agrega un retardo *más alejado*.

$$h_C[n] = \{h_A * h_f\}[n]$$

$$h_C[n] = \delta[n] - 0,45 \delta[n - 8820] + 0,2025 \cdot \delta[n - 17640] + 0,45 \cdot \delta[n - 8820] - 0,2025 \cdot \delta[n - 17640] - (-0,45) \cdot 0,2025 \cdot \delta[n - 26460]$$

$$h_C[n] = \delta[n] + 0,009 \cdot \delta[n - 26460]$$

Se puede ver en la expresión de $h_C[n]$ que con el filtro de una rama, queda un solo eco.

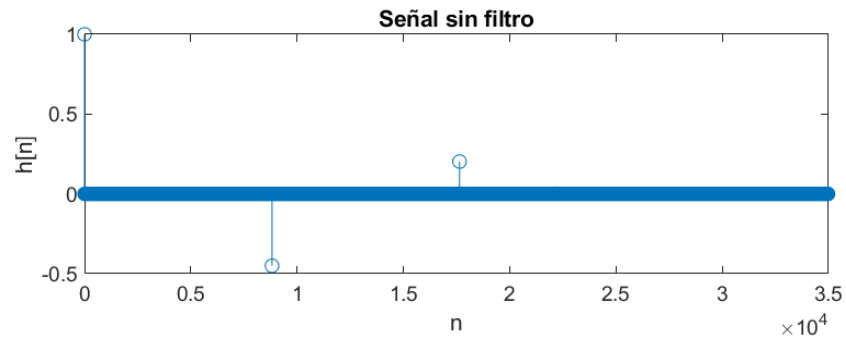


figura 2.4 - señal sin filtrado

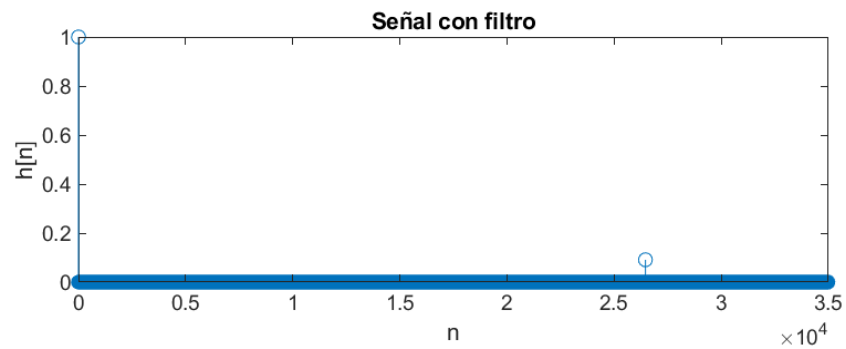


figura 2.5- señal con filtrado con una rama

Tal como se ve en la ecuación del filtro, se puede ver un eco en $n=26460$.

En la siguiente figura se observa la señal de audio pasada por el *filtro de una rama*

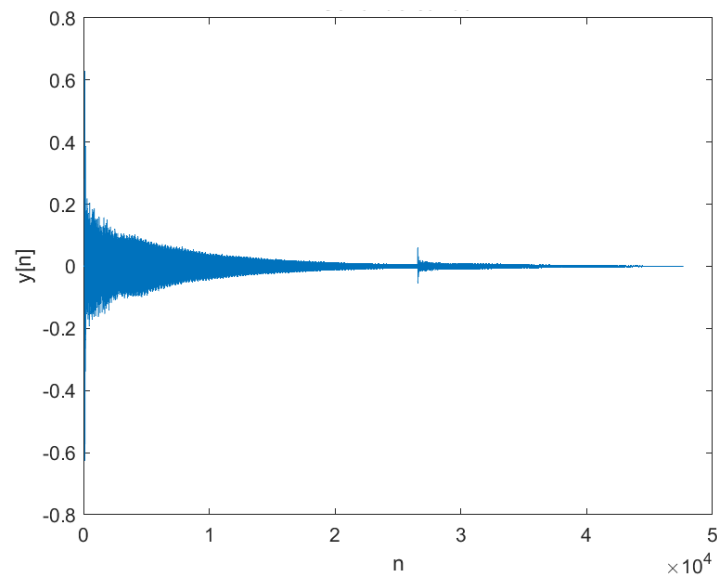


figura 2.6 - salida del sistema pasado por el filtro

Filtro con dos ramas

$$hf[n] = \delta[n] - \varphi \cdot \delta[n - a1] - \beta \cdot \delta[n - a2]$$

Ahora, con una rama más de retardo podemos eliminar el eco que quedó en el filtro anterior. Usando los valores de ese retardo se deciden los valores de las constantes $\beta = 0,09$ y $a2 = 26460$

$$hf[n] = \delta[n] - (-0,45) \cdot \delta[n - 8820] - 0,09 \cdot \delta[n - 26460]$$

$$hC[n] = \{hA * hf\}[n]$$

$$hC[n] = \delta[n] + 0,09 \cdot \delta[n - 26460] \delta[n] - 0,09 \delta[n - 26460] \\ + 0,45 \cdot 0,09 \cdot \delta[n - 8820 - 26460] - 0,2025 \cdot 0,09 \cdot \delta[n - 17640 - 26460]$$

$$hC[n] = \delta[n] + 0,0405 \cdot \delta[n - 35280] - 0,018 \cdot \delta[n - 44100]$$

Se observa en el resultado de $hC[n]$ que se agregaron dos ecos más, pero más atenuados y más lejos.

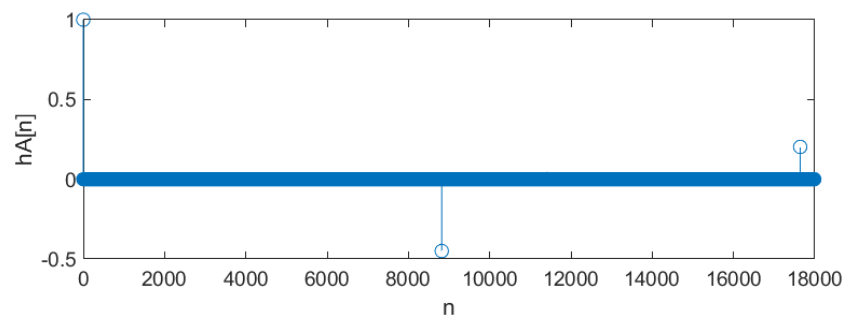


figura 2.7 - señal sin filtrado

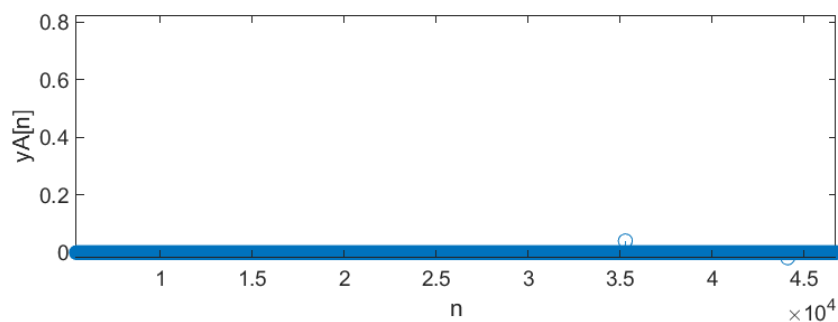


figura 2.8 - señal con filtrado con dos ramas

Se observan los dos ecos situados en $n=35280$ y $n=44100$, vistos anteriormente en la expresión de $hC[n]$.

En la siguiente figura se observa la señal de audio pasada por el *filtro de dos ramas*.

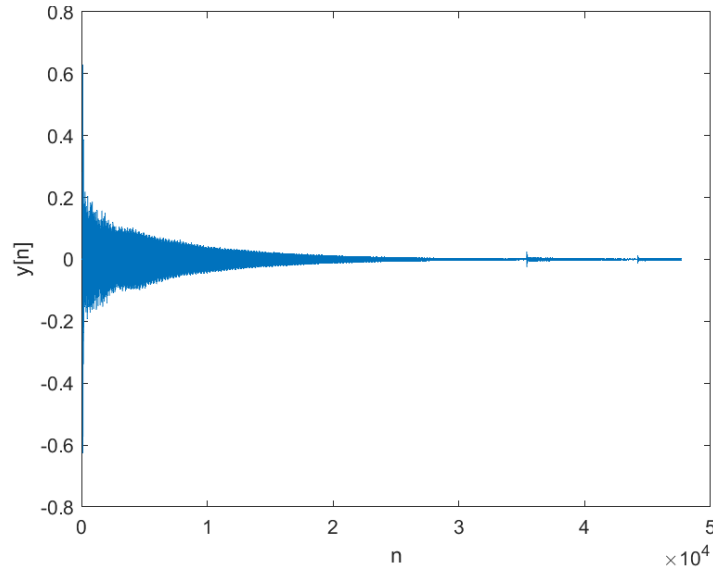


figura 2.9 - salida del sistema pasado por el filtro

Filtro con tres ramas

$$hf[n] = \delta[n] - \varphi \cdot \delta[n - a1] - \beta \cdot \delta[n - a2] - \theta \cdot \delta[n - a3]$$

Con la rama de retardo nueva eliminamos uno de los ecos sobrantes que quedan en el filtro de dos ramas. Es por eso que se deciden los valores $\theta = 0,0405$ y $a3 = 35280$.

$$hf[n] = \delta[n] - (-0,45) \cdot \delta[n - 8820] - 0,09 \cdot \delta[n - 26460] - 0,0405 \cdot \delta[n - 35280]$$

$$hC[n] = \{hA * hf\}[n]$$

$$hC[n] = \delta[n] + 0,0405 \cdot \delta[n - 35280] - 0,018 \cdot \delta[n - 44100] - 0,0405 \cdot \delta[n - 35280] \\ - 0,45 \cdot 0,0405 \cdot \delta[n - 8820 - 35280] - 0,2025 \cdot 0,0405 \cdot \delta[n - 17640 - 35280]$$

$$hC[n] = \delta[n] - 0,0082 \cdot \delta[n - 52920]$$

Se puede ver como el único eco está en $n=52920$, una distancia muy lejana teniendo en cuenta los casos anteriores, y además la amplitud de este mismo es muy chica. Esto hace que en el audio sea casi imperceptible el eco.

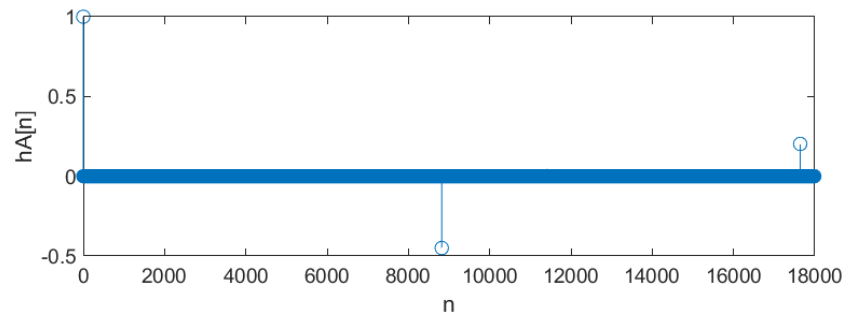


figura 2.10 - señal sin filtrado

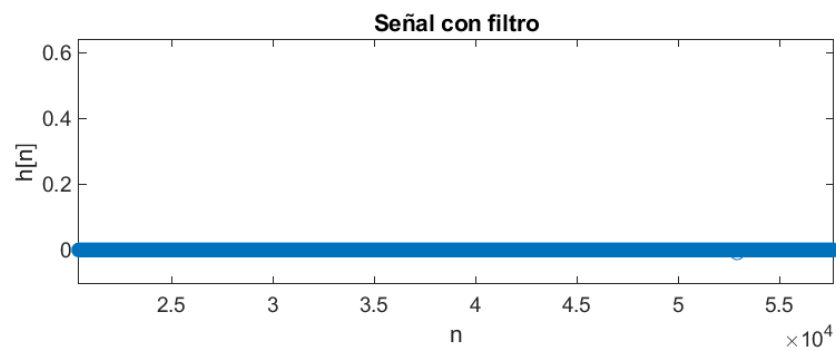


figura 2.11 - señal con filtrado con tres ramas

Si se hace zoom, se puede visualizar el eco en $n=52920$ con una amplitud muy pequeña.

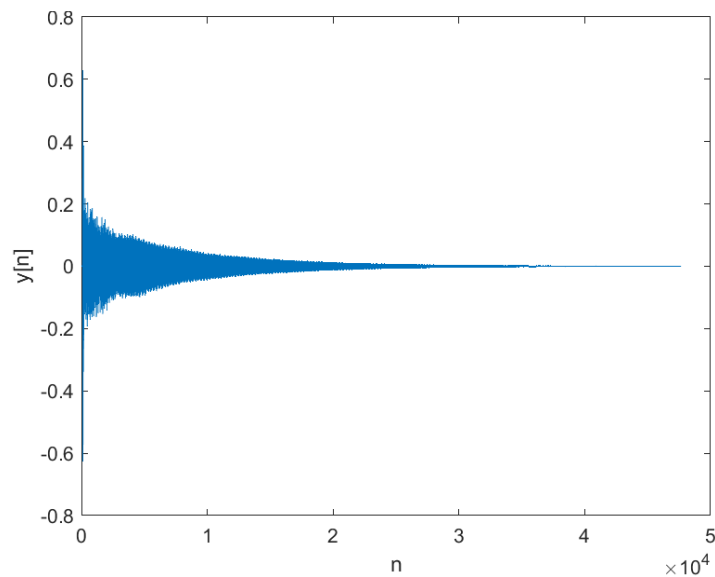


figura 2.12 - salida del sistema pasado por el filtro

En el grafico del audio pasado por el filtro, se puede ver que tan pequeño es el unico eco que no se puede eliminar.

Conclusión

Al pasar el audio por los diferentes filtros, notamos que al llegar al filtro de tres ramas de retardo se atenúan los ecos de tal forma que son imperceptibles. Por otro lado, el filtro con dos ramas no elimina los ecos por completo, sino que por el contrario, genera nuevos de menor tamaño.

Concluimos que a medida que vamos agregando mas ramas de retardo en el filtro, siempre va a aparecer una nueva delta de menor amplitud y a una mayor distancia, la cual su efecto sonoro será más atenuado.