

14

Tema 8  
Valechi Emilia, M532

Ana și Bob folosesc criptosistemul ElGamal.

Ana are cheia privată  $K_d = (p=51, g=33, a=34)$

a) Determinați cheia publică a Ani.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
U	V	W	X	Y	Z	[	]	.	1
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

$$p = 51, g = 33, a = 34$$

Ana generază  $p \neq \text{prim}$

$$g \in \mathbb{Z}_p^*$$

$$a_A \in (0, p-1)$$

$$\text{publică: } K = (p, g, \alpha = g^{a_A})$$

$$\text{privată: } k_d = a_A$$

$$g^{a_A} = 33^{34}$$

$$g^{a_A} \pmod{p} = 33^{34} \pmod{51} = (33^8 \cdot 33^8 \cdot 33^8 \cdot 33^8 \cdot 33^2) \pmod{51} =$$

$$33^2 \pmod{51} = 1089 \pmod{51} = 24 \pmod{51}$$

$$33^4 \pmod{51} \equiv 33^2 \cdot 33^2 \pmod{51} \equiv 24 \cdot 24 \pmod{51} \equiv 576 \pmod{51} \equiv 64 \pmod{51}$$

$$33^8 \pmod{51} \equiv 64 \pmod{51}$$

$$\begin{aligned} &= (64^4 \cdot 24) \pmod{51} = (45^2 \cdot 24) \pmod{51} = (58 \cdot 24) \pmod{51} \\ &= 43 \pmod{51} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{cheia publică: } (51, 33, 43)$$



b) Bob alege  $k=3$  pentru a-i transmite Ani  
 mesajul **AZI.**

Știind că  $k$  se păstrează, lung. blocurilor  
 în clar este 1, criptate - 2, determinăm  
 mesajul criptat.

- Bob obt. cheia publică  $K_e = \begin{pmatrix} p & g & x \\ 41 & 3 & 43 \end{pmatrix}$
  - Alege  $k$  la întâmplare.
  - Trimite  $u = g^k \pmod{p}$ ,  $v = m \cdot x^k \pmod{p}$
- $x^k$  - mesca       $g^k$  - cheia

$$k=3 \Rightarrow u = 3^3 \pmod{41} \Rightarrow u = 27 \pmod{41}$$

$$v = m \cdot 43^3 \pmod{41} \quad w = u^{p-x} \pmod{p} \quad m' = v \cdot w \pmod{p}$$

$$AZ = 0 \cdot 39 + 25 = 25 \Rightarrow v_1 = 25 \Rightarrow m_1 = 27 \cdot 25 \pmod{41} = 62 \pmod{41}$$

$$I(\text{stafin?}) = 8 \cdot 38 + 38 = 350 \pmod{41} = 66 \pmod{41}$$

$$w = 27^{38} \pmod{41} = 60 \pmod{41}$$

$$m'_1 = v_1 \cdot w \pmod{p} = 60 \cdot 62 \pmod{41} = 28 \rightarrow$$

$$m'_2 = 60 \cdot 66 \pmod{41} = 55$$

Au ajuns unde trebuia. :)