LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.

ANNÉE 2016 - 2017

C4 : PERFORMANCES DES SYSTÈMES ASSERVIS

Synthèse du cycle de Travaux Pratiques 6 - Analyse temporelle et fréquentielle des systèmes linéaires continus et invariants(C4)

1 Compétences

- **Analyser :**
  - Appréhender les analyses fonctionnelles et structurelles : architectures fonctionnelle et structurelle
  - Appréhender les analyses fonctionnelles et structurelles : réversibilité d'une chaine d'énergie.
- **Modéliser :**
  - Proposer un modèle de connaissance et de comportement :
    - > Systèmes linéaires continus et invariants;
    - > Signaux canoniques d'entrée;
    - > Schémas blocs;
    - > Modèles de comportement
- **Résoudre :** Proposer une démarche de résolution et mettre en oeuvre la résolution analytique et numérique :
  - Réponse temporelle et fréquentielle des systèmes du 1er et 2nd ordre
- **Expérimenter :** proposer, justifier et mettre en oeuvre un protocole expérimental
  - Prévoir les allures des réponses attendues;
- **Communiquer :** Mettre en oeuvre une communication

2 Proposition d'organisation du TP par îlot :

Pour mener le projet, il est indispensable de se répartir le travail pour arriver à terminer le travail demandé dans le temps imparti.

- Le « **chef de projet** » gère le projet, conduit l'analyse structurelle sur le système, remplie le tableau des compétences, élabore la trame pour la présentation, fait le lien entre les deux responsables **"expérimentateur"** et **"modélisateur"** pour caractériser les écarts.
- Le responsable « **expérimentateur** » réalise les expériences sur le matériel, interprète et met en forme les résultats (pour la présentation)
- Le responsable **"modélisateur"** travaille sur la modélisation numérique du système, interprète les résultats et les met en forme pour la présentation.

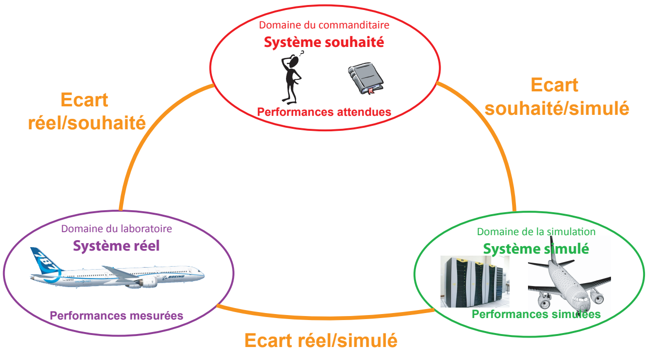
Remarque 1 : *Mise à disposition des données*

Les **modélisations numériques** associés à chacun des TP sont donnés sur le dossier "transfert" dans le répertoire *PSI/TP6/"nom du tp asscocié"*

3 Analyser les écarts des systèmes

Les travaux pratiques sont l'occasion de déterminer les **performances réelles** d'un système. Leur analyse présente trois principaux objectifs :

- Quantification des **écarts entre performances réelles et simulées** pour vérifier la validité d'un modèle de simulation qui pourra, une fois validé, être destiné à une *étude paramétrique*.
- Quantification des **écarts entre performances réelles et attendues** pour valider les *critères d'un cahier des charges* généralement précisés sur un diagramme d'exigences.
- **Identifier** le comportement pour définir un *modèle physique* associé au système



4 Analyse et identification des performances réelles d'un systèmes

a) Méthodologie

On rappelle la méthodologie de l'analyse des performances réelles d'un système.

1. **Identifier la grandeur physique** à mesurer (exemple la position du bras du robot) qui peut être définie par le cahier des charges.
2. Mettre en place un **protocole expérimental** : à définir et à expliciter rigoureusement.
3. Effectuer la mesure avec généralement le logiciel d'acquisition dédié.
4. **Analyser les données expérimentales** en identifiant des zones élémentaires.
5. Vérifier la **reproductibilité des mesures** en réitérant les manipulations.
6. Vérifier les **limites du modèle** (linéarité, vitesse de saturation, etc...).
7. Confronter ces données (traduisant les **performances réelles** du systèmes) aux **performances attendues** définies par le cahier des charges.

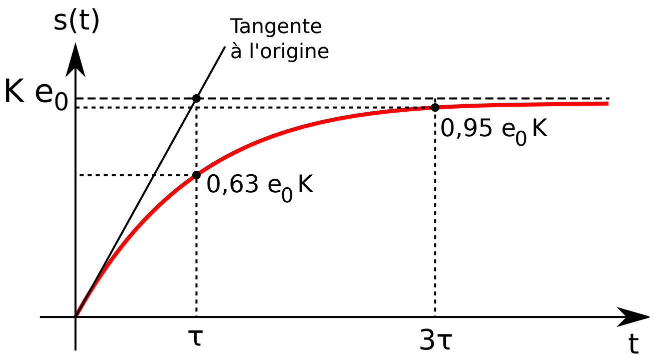
b) Identification temporelle des systèmes

L'identification d'un modèle de connaissance à partir des performances réelles issues d'une étude expérimentale consiste à choisir un modèle pertinent puis d'extraire les paramètres associés. Selon la forme du relevé expérimental, le choix se porte généralement vers un modèle du premier ou du deuxième ordre.

Systèmes du premier ordre

Lors d'une réponse indicielle (vis-à-vis d'une échelon), un système du premier ordre :

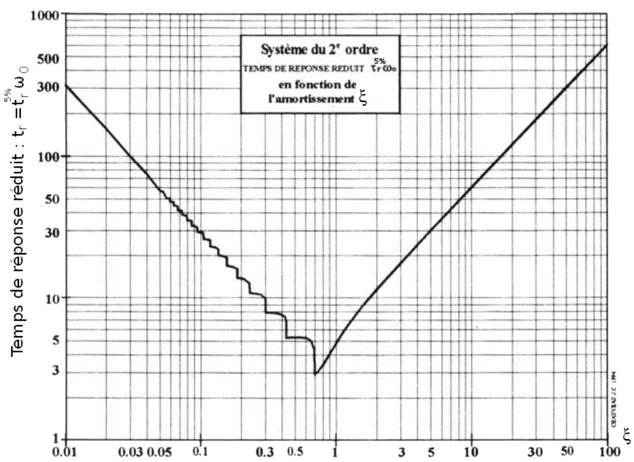
- est toujours stable (si $\tau > 0$),
- ne présente jamais de dépassements,
- converge vers $K\,e_0$,
- possède une tangente à l'origine de pente $\frac{K\,e_0}{\tau}$,
- possède un temps de réponse à 5% qui vaut $t_{r5\%} = 3\,\tau$.

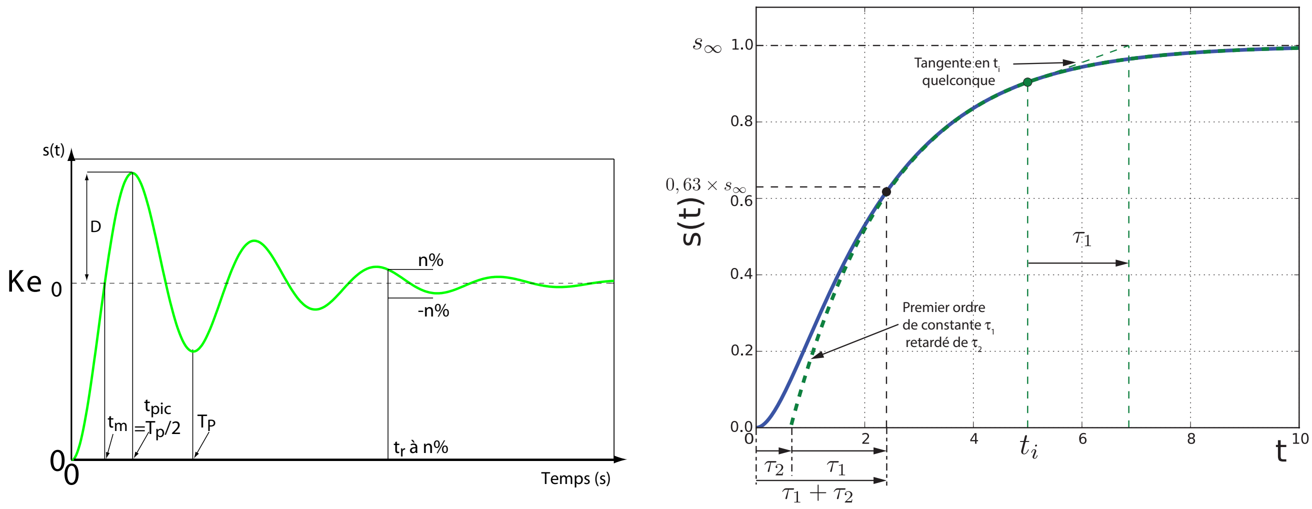


Systèmes du deuxième ordre

Lors d'une réponse indicielle (vis-à-vis d'une échelon), un système du deuxième ordre :

- présente un dépassement si $\xi < 1$,
- converge vers $K\,e_0$,
- possède une tangente à l'origine de **pente nulle** ,
- possède un temps de réponse à 5% qui se calcule à partir de l'abaque donné ci-dessous.
- possède un optimal de rapidité pour $\xi = 0{,}7$ et $t_{r5\%} \cong \frac{3}{\omega_0 \xi}$.
- Pour **un second ordre** oscillant ($\xi < 1$) la pulsation propre ω_0 et le coefficient d'amortissement s'identifient avec les définitions de :
  - la pseudo période : $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$
  - le dépassement % : $D\% = 100 \times exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) = \frac{s_{max}-s_\infty}{s_\infty} \times 100$
- Pour **un second ordre** non-oscillant ou amorti ($\xi > 1$) soit le comportement s'approche d'un premier ordre (pôle dominant) soit on peut identifier τ_1 et τ_2 avec la méthode présentée ci-dessous. Avec ici $\tau_1 > \tau_2$ et :
  - $\tau_1 = \frac{1}{\omega_0\left(\xi - \sqrt{\xi^2-1}\right)}$;
  - $\tau_2 = \frac{1}{\omega_0\left(\xi + \sqrt{\xi^2-1}\right)}$.





$\xi < 1$ $\xi > 1$

FIGURE 1 – Réponse à un échelon pour un système du second ordre

5 Identification d'un modèle de connaissance en fréquentiel

Système du premier ordre

- **Tracé du diagramme asymptotique en gain** :
  - tangente horizontale en $\omega \longrightarrow 0$ d'équation $20 \cdot log(K)$;
  - tangente oblique en $\omega \longrightarrow +\infty$ de pente $-20dB/decade$ coupant la première asymptote en $\omega = 1/\tau$ (**pulsation de cassure**)
- **Pulsation de coupure ω_c :**

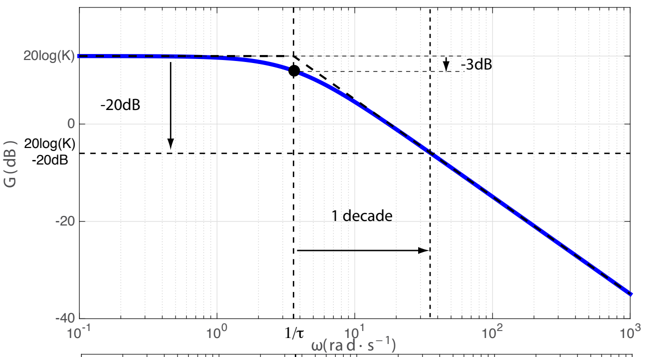
$$\boxed{|H(j\,\omega_c)| = \frac{|H(j\,\omega)|_0}{\sqrt{2}}.} \tag{1}$$

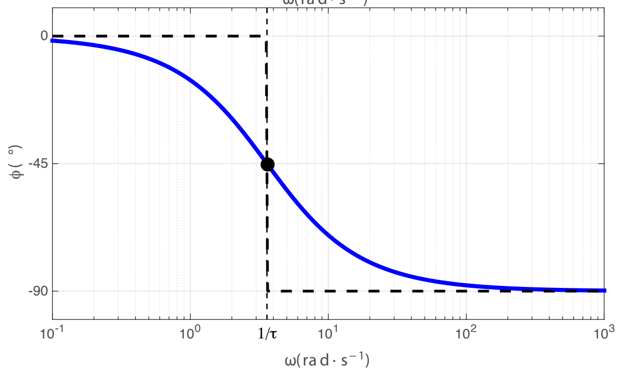
où $|H(j\,\omega)|_0$ est le module de la fonction de transfert $H(j\,\omega)$ lorsque ω tend vers 0.
On trouve que le gain de coupure :

$$\boxed{G_{dB}(\omega_c) = 20\;log(K) - 20 log(\sqrt{2}) \simeq 20\;log(K) - 3dB} \tag{2}$$

Pour un premier ordre, $\omega_c = \frac{1}{\tau}$.

- **Calcul de la phase de** $H(j\,\omega)$ **:** $\varphi(\omega) = -arctan(\tau\,\omega)$
- **Tracé du diagramme asymptotique en phase :**
  - $\omega \longrightarrow 0 : \varphi(\omega) = \underset{\omega\to 0}{\longrightarrow} 0$
  - $\omega \longrightarrow +\infty : \varphi(\omega) \underset{\omega\to+\infty}{\longrightarrow} -\frac{\pi}{2}$

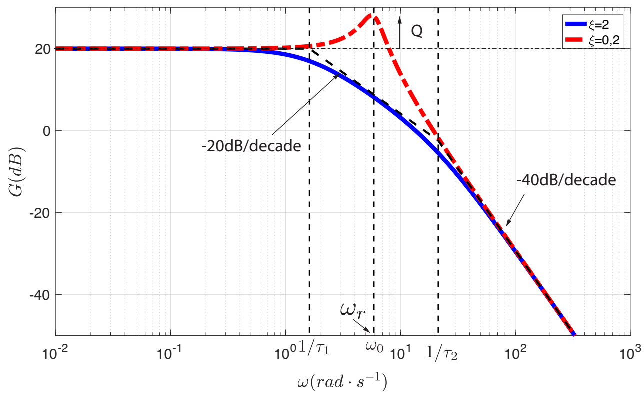


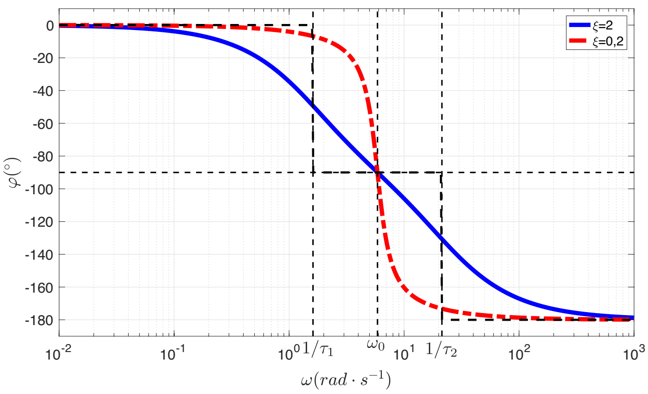


Système du second ordre

- **Tracé du diagramme asymptotique en gain** :
  - tangente horizontale en $\omega \longrightarrow 0$ d'équation $20 \cdot log(K)$;
  - tangente oblique en $\omega \longrightarrow +\infty$ de pente $-40dB/decade$ coupant la première asymptote en $\omega = \omega_0$ (**pulsation propre**)
  - Lorsque $\xi > 1$ il existe deux autres pulsation de cassure en $1\tau_1$ et $1\tau_2$ avec une branche asymptotique intermédiaire de $-20dB/decade$.
  - Lorsque $\xi < \sqrt{2}/2$, il y a existence de résonance (maximum en gain) en $\omega = \omega_r = \omega_0\sqrt{1-2\xi^2}$. On appelle le **facteur de résonance ou coefficient de surtension** la grandeur Q définie par :

$$\boxed{Q = \frac{|H(j\,\omega)|_{max}}{\underset{\omega\to 0}{lim}|H(j\,\omega)|} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}.} \tag{3}$$





6 Bilan