



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.
ANNÉE 2016 - 2017

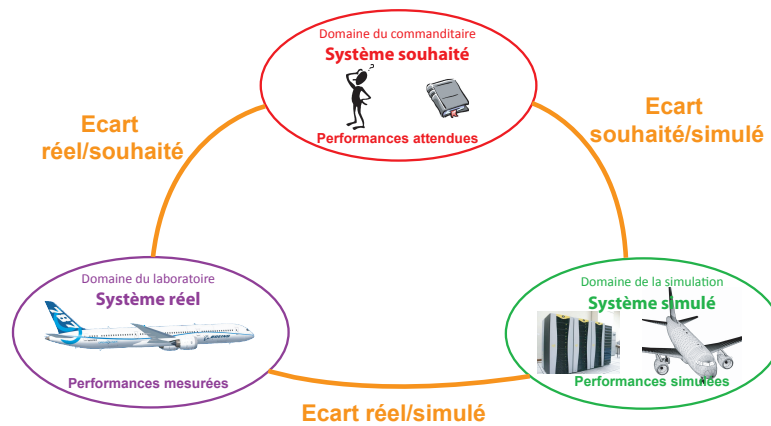
C4 : MODÉLISATION DES PERFORMANCES CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES

Synthèse du cycle de Travaux Pratiques 3 - Performances cinématiques des systèmes(C4)

- **Analyser :**
 - Définir les **frontières de l'analyse** :
 - > **Isoler** un système et justifier l'isolement.
 - > Définir les éléments influents du **milieu extérieur**.
 - **Caractériser les écarts** :
 - > **Quantification** des écarts.
 - > **Interprétation** des écarts.
- **Modéliser :** Proposer un **modèle de connaissance** et de **comportement**.
 - Préciser et justifier les conditions et les limites de la **modélisation plane**.
 - Associer à une liaison le **torseur cinématique**.
 - Déterminer les conditions géométriques associées à l'**hyperstatisme**.
- **Résoudre :** Procéder à la mise en oeuvre d'une démarche de résolution analytique et numérique :
 - Déterminer la **loi entrée-sortie géométrique ou cinématique** d'une chaîne de solides.
 - Déterminer la **loi entrée-sortie en action mécanique transmissible** d'une chaîne de solides.
 - Résoudre le système associé à la **fermeture cinématique** et en déduire le **degré de mobilité**.
 - Choisir les valeurs des **paramètres de la résolution numérique**.
 - Choisir les **grandeurs physiques tracées**.
 - Choisir les **paramètres de simulation**.
 - Faire **varier un paramètre** et **comparer les courbes** obtenues.
- **Expérimenter :**
 - Prévoir l'**allure** et les **ordres de grandeurs** des mesures.
 - Définir des **Protocoles expérimentaux**.
- **Communiquer :**
 - **Choisir les outils de communication** adaptés par rapport à l'interlocuteur.
 - Faire preuve d'écoute et **confronter des points de vue**.
 - Présenter les **étapes du travail**.
 - Présenter de **manière argumentée une synthèse des résultats**.
 - Réaliser un **schéma cinématique**.

1 Introduction

La modélisation cinématiques des systèmes a pour objectif de prévoir les performances d'un système. Pour cela on doit identifier une **loi entrée-sortie cinématique**. En travaux pratique le but est de confronter les performances simulées extraites d'un modèle géométrique et cinématiques aux performances réelles issus des mesures données directement par des capteurs présents sur le système réel.



2 Analyse des performances réelles d'un systèmes

On rappelle la méthodologie de l'analyse des performances réelles d'un système.

1. Identifier les grandeurs cinématiques d'entrée et de sortie d'un système.
2. Mettre en place un protocole expérimental : à définir et à expliciter rigoureusement.
3. Effectuer la mesure avec généralement le logiciel d'acquisition dédié.
4. Analyser les données expérimentales en identifiant des zones élémentaires.
5. Vérifier la reproductibilité de la mesure en réitérant les manipulations.

3 Synthèses des éléments théoriques de la cinématique du solide

a) Fermetures géométriques

Cas d'une relation entre une longueur et un paramètre angulaire Prenons l'exemple du robot Maxpid. Dans le cas d'un système fermée avec 3 paramètres de mouvements : θ_{31} , θ_{51} et $x = \overrightarrow{BC} \cdot \vec{x}_3$.

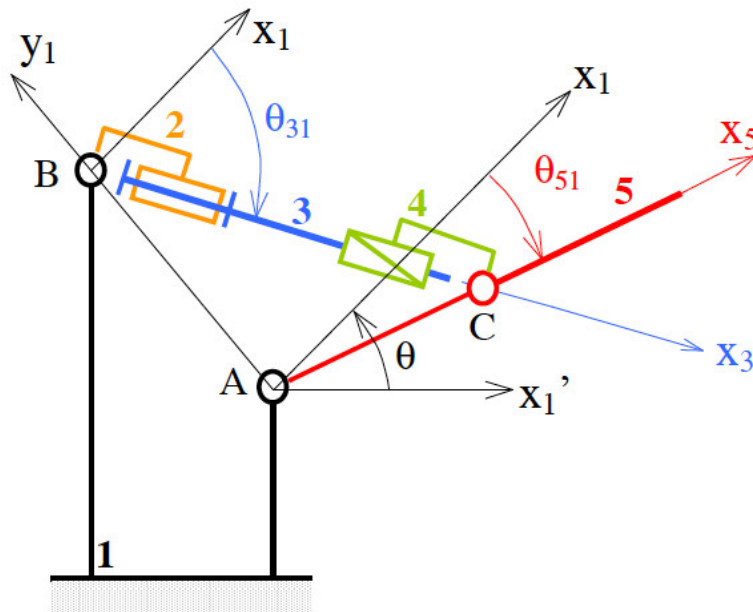
La fermeture géométrique : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ donne deux équations scalaires en projection suivant \vec{x}_1 et \vec{y}_1 :

$$\begin{cases} x \cos \theta_{31} - a \cos \theta_{51} = 0 \\ b + x \sin \theta_{31} - a \sin \theta_{51} = 0 \end{cases}$$

Pour avoir une relation entre l'entrée x et la sortie θ_{51} , il faut éliminer θ_{31} : pour cela on combine les deux équation précédente pour faire apparaître $\cos^2 \theta_{31} + \sin^2 \theta_{31} = 1$.

On obtient alors :

$$\begin{aligned} x^2 (\cos^2 \theta_{31} + \sin^2 \theta_{31}) &= a^2 \cos^2 \theta_{51} + (a \sin \theta_{51} - b)^2 \\ &\Rightarrow \\ x &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2 a b \sin \theta_{51}} \end{aligned}$$



Cas d'une relation entre deux paramètres angulaires Prenons l'exemple du système à croix de malt de la capsuleuse de bocaux. Dans le cas d'un système fermé avec 3 paramètres de mouvements : θ , α et $x = \overrightarrow{OB} \cdot \vec{x}_3$.

La fermeture géométrique : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$ donne deux équations scalaires en projection suivant \vec{x}_0 et \vec{y}_0 :

$$\begin{cases} a - b \sin \theta - x \cos \alpha = 0 \\ b \cos \theta - x \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

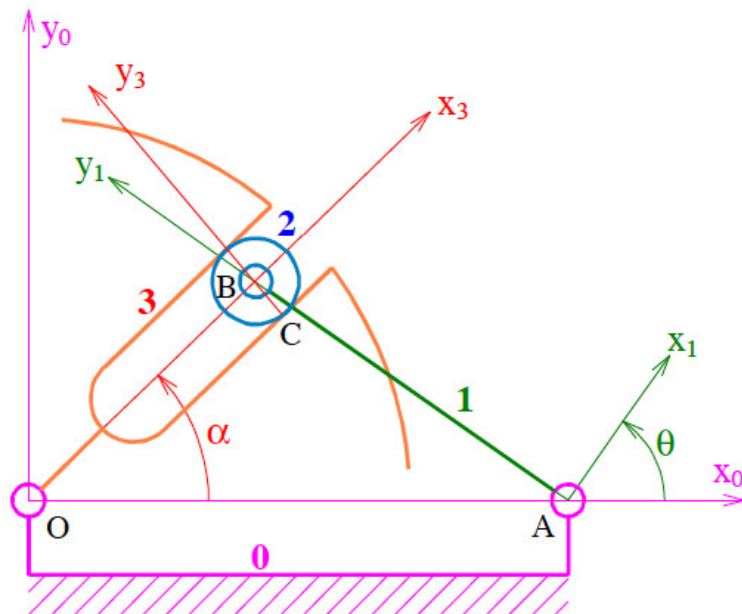
Pour avoir une relation entre l'entrée θ et la sortie α , il faut éliminer x : pour cela on combine les deux équation précédente pour isoler x sur chaque équation puis les égaliser.

On obtient alors :

$$\begin{cases} x \cos \alpha = a - b \sin \theta \\ x \sin \alpha = b \cos \theta \end{cases}$$

En faisant le rapport des expression précédentes :

$$\tan \alpha = \frac{b \cos \theta}{a - b \sin \theta}$$



b) Calcul de vitesses

Pour calculer la vitesse d'un point par rapport à un repère on a deux possibilités :

- **La dérivation vectorielle :**

$$\vec{V}(M/R_0) = \left[\frac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt} \right]_{R_0}.$$

- **La formule de Varignon ou de changement de point :**

Pour cela il faut au préalable utiliser la formule de composition des vitesses :

$$\vec{V}(M/R_0) = \vec{V}(M \in R_1/R_0) + \vec{V}_r(M/R_1).$$

Car la formule de Varignon ne s'applique que pour des **vitesses d'entraînement** : $\vec{V}(M \in R_1/R_0)$.

$$\vec{V}(M \in R_1/R_0) = \vec{V}(P \in R_1/R_0) + \overrightarrow{MP} \wedge \vec{\Omega}(R_1/R_0)$$

Dans tous les cas on veillera à ne pas mélanger **base d'expression** (dans laquelle on exprime le vecteur) et **base de dérivation** (dans laquelle on observe le mouvement).

4 Bilan

Remplir le tableau des compétences du système.

Analyser	Définir es frontières de l'analyse				
	Caractériser les écarts				
Modéliser	Proposer un modèle de connaissance et de comportement				
Résoudre	Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique				
	Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique				
Expérimenter	Proposer et justifier un protocole expérimental				
Communiquer	Mettre en œuvre une communicatio n				