Automatique : analyse fréquentielle des systèmes linéaires continus et invariants

Émilien DURIF

Lycée F. Roosevelt
Classe de PCSI

Plan

Plan

1. Définitions et intérêts de l'analyse fréquentielle
   - Définition de l'analyse fréquentielle
   - Intérêts de l'étude fréquentielle
   - Définition du support du cours

Définition de l'analyse fréquentielle

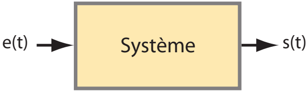
Analyse fréquentielle ou harmonique

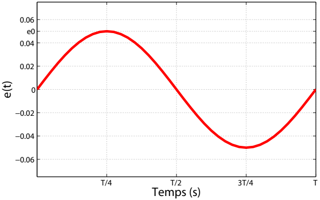
L'analyse fréquentielle d'un système linéaire, continu et invariant consiste à étudier la réponse ($s(t)$) vis à vis d'une entrée ($e(t)$) de type **harmonique ou sinusoïdale** :

$$\boxed{e(t) = e_0 \ \sin(\omega \ t) \ u(t) = e_0 \ \sin(2\pi f \ t) \ u(t)} \quad (1)$$

Ce signal est caractérisé par :

- sa **fréquence** $f = 1/T$ (inverse de la période T),
- ou sa **pulsation** $\omega = 2\pi f$,
- son **amplitude** e_0.



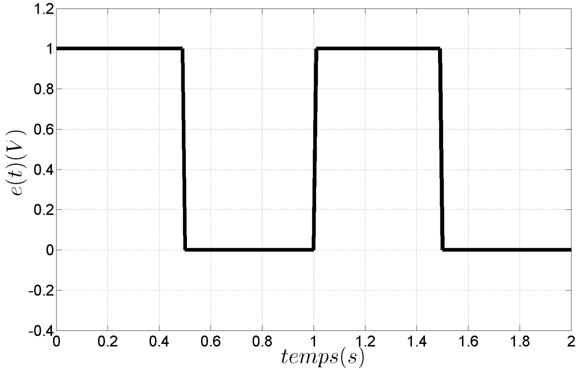


Plan

Intérêts de l'étude fréquentielle

Reconstitution d'un signal carré périodique à l'aide d'une décomposition finie en série de Fourrier :

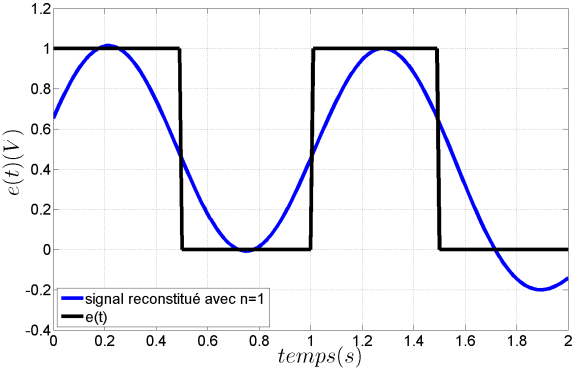
$$\boxed{\tilde{e}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \cdot sin(2\pi\ k\ f\ t)}$$



Intérêts de l'étude fréquentielle

Reconstitution d'un signal carré périodique à l'aide d'une décomposition finie en série de Fourrier :

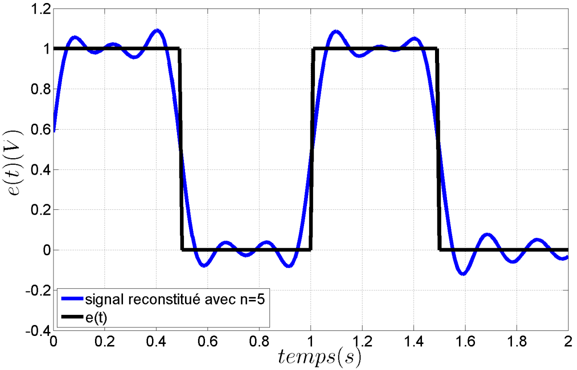
$$\boxed{\tilde{e}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \cdot sin(2\pi\ k\ f\ t)}$$



Intérêts de l'étude fréquentielle

Reconstitution d'un signal carré périodique à l'aide d'une décomposition finie en série de Fourrier :

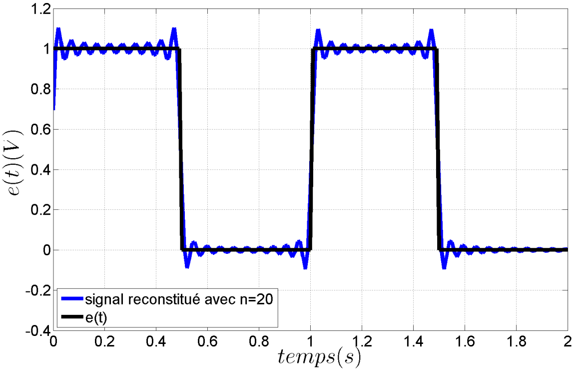
$$\boxed{\tilde{e}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \cdot sin(2\pi\ k\ f\ t)}$$



Intérêts de l'étude fréquentielle

Reconstitution d'un signal carré périodique à l'aide d'une décomposition finie en série de Fourrier :

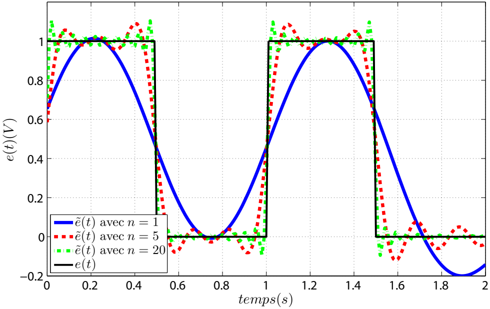
$$\boxed{\tilde{e}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \cdot sin(2\pi\ k\ f\ t)}$$



Intérêts de l'étude fréquentielle

Étude d'un signal quelconque

Pour étudier la réponse d'un système vis-à-vis d'un signal quelconque, il faudra alors être capable de caractériser **la réponse fréquentielle** sur une plage de fréquence (f) ou de pulsation (ω) étendue.
On peut également choisir cette méthode d'analyse pour vérifier le comportement d'un système vis à vis d'une entrée harmonique caractérisée par différentes valeurs de fréquence (f) ou de pulsation (ω).

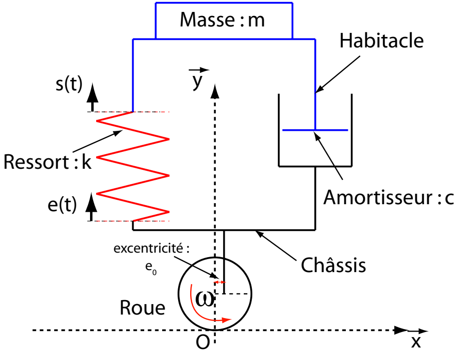


Plan

Exemple d'une suspension d'un véhicule

Suspension de véhicule

- $m = 100kg$,
- $c = 106\ N.s.m^{-1}$,
- $k = 80kN.m^{-1}$.



Exemple d'une suspension d'un véhicule

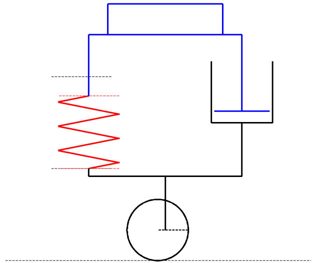
- Le PFD en résultante suivant la direction $\overrightarrow{y}$ appliqué à l'habitacle par rapport au repère R_0 :

$$-c\left(\frac{d(s(t)-e(t))}{dt}\right)-k(s(t)-e(t))=m\frac{d^2s(t)}{dt^2}.$$

- La fonction de transfert du système $H(p)=S(p)/E(p)$ est égale à :

$$H(p)=\frac{c\,p+k}{m\,p^2+c\,p+k}=\frac{\frac{c}{k}\,p+1}{\frac{m}{k}\,p^2+\frac{c}{k}\,p+1}$$

$$e(t)=e_0\sin(\omega t).$$



Exemple d'une suspension d'un véhicule

- Le PFD en résultante suivant la direction $\overrightarrow{y}$ appliqué à l'habitacle par rapport au repère R_0 :

$$-c\left(\frac{d(s(t)-e(t))}{dt}\right)-k(s(t)-e(t))=m\frac{d^2s(t)}{dt^2}.$$

- La fonction de transfert du système $H(p)=S(p)/E(p)$ est égale à :

$$H(p)=\frac{c\ p+k}{m\ p^2+c\ p+k}=\frac{\frac{c}{k}\ p+1}{\frac{m}{k}\ p^2+\frac{c}{k}\ p+1}$$

$$e(t)=e_0\sin(\omega t).$$