Predavanja V

Tags	Done

Komunikacioni kanali

Komunikacijski kanal je medijum za prenos informacija (zica, slobodan prostor, opticki kabl..).

Na jednom kraju pravimo promenu (promena napona, generisemo zvucni talas), a na prijemu tu promenu trebamo da registrujemo. Izmedju predajnog i prijemnog kraja se nalazi medijum gde moze doci do promene signala koji je poslat ili mesanja raznih signala (interferencija).

Kakav je uticaj promena (smetnje, sumovi) na izlazni signal mozemo uociti na analognim sistemima. Radio uredjaj koji prima analogni signal u prostoriji sa metalima, moze doci do gubitka signala ili pak smetnji.

Kod digitalnih signala saljemo binarni zapis. Ukoliko je interferencija mala, interna obrada, pretvaranje signala koji ide direktno kroz medijum kompezuje gresku. Ukoliko je interferencija velika, kompenzacija nece biti zadovoljena vec cemo imati veliku promenu izmedju ulaza i izlaza.

Model komunikacionog kanala je skup simbola koje saljemo i koje primamo, a opis kanala jeste matrica verovatnoca. Verovatnoca da primimo y da smo poslali x. Zbog interferencija koja je slucajnog karaktera, potrebno je da racunamo verovatnocu. Ono sto dobijamo na prijemu je slucajna promenljiva koje je zavisna od promenljive koju saljemo.

Model koji sadrzi matricu uslovnih verovatnoca gde imamo a ulaznih i b izlaznih simbola, matrica ima dimenzije axb. Ovo predstavlja diskretni komunikacioni kanal bez memorije.

```
Ukoliko znamo raspodelu simbola koju saljemo, mozemo da odred
raspodelu simbola koju primamo na izlazu.
```

```
p(y) = sum [p(y|x)p(x)]
```

Kolicina informacija koju mozemo da prenesemo kroz kanal. Kako su x i y slucajne promenljive koje predstavljaju ono sto se salje i sto se prima onda je medjusobna informacija, jeste kolicina informacija koja je preneta.
Gde je H(X|Y) kolicina informacija koje je izgubljeno, a H(Y|X) jeste kolicina koliko je suma uneseno u kanal. Potrebno je da f(X,Y) bude maxkimalno, a ot mozemo da postignemo tako sto menjamo raspodelu simbola na ulazu.

Zanima nas koja je raspodela p(x) je vrednost f(x,y) maksimalna, a to zapravo znaci maksimalna kolicina informacija koja moze da se posalje.

Binarni simetricni kanal - ideja je da i skup ulaznih i izlaznih budu 0,1. 0 se salje sa verovatnocom p(x) dobijamo 1, a sa verovatnocom 1-p(x) dobijamo 0. Isto je za jedinciu. Gde je p verovatnoca greske.

```
matrica kanala:
n = [1-alfa, alfa
            alfa, 1-alfa]

kapacitet:

C = 1 - H(alfa, 1-alfa) = 1-entropija raspodele

medjusobna informacija:

I(X,Y) = H(Y) - H(Y|X)
= H(Y) - p_x(0)H(Y|X = 0) - p_x(1)H(Y|X = 1)
= H(Y) - p_x(0)H(1-alfa, alfa) - p_x(1)H(alfa, 1-alfa)
= H(Y) - H(alfa, 1-alfa)
<= 1 - H(alfa, 1-alfa)

Uslovna entropija Y|X je p(X = 0) sto mnozi uslovnu entropiju
minus p(X = 1) sto mnozi uslovnu entropiju Y|X=1.

Kada se dostize jednakost?
Kada je H(Y) = 1 ili kada je Y uniformno raspodeljena. Ako je
uniformno raspodeljenja => Y takodje biti uniformno raspodelj
Na ulazu 0,1 saljemo sa istom verovatnocom, odnosno verovatno
```

```
iznosi 1/2.

Kapacitet binarnog simetricnog kanala jednaka je:

C = max H(Y)-H(alfa, 1-alfa) = 1 - H(alfa, 1-alfa)

Za alfa = 0:
Znaci da ne postoji greska i da je kanal idealan. Kapacitet j
jednak jedan i kanal je predvidjen za slanje 1 bita.

Za alfa = 1:
Kada saljemo 0, dobijamo 1, a kada saljemo 1 na izlazu dobija
ali kapacitet kanala je tada 1 zato sto smo sigurni da kanal
sto posto gresi i otrebno je da invertujemo izlaz kako bismo
dobili ono sto smo poslali.

Za alfa = 1/2:
To znaci da sta god posaljemo na ulazu, na izlazu dobijamo
0 ili jedinicu sa verovatnocom 1/2.
Potpuno nezavisno i samim tim nikako ne mozemo da
utvridmo sta smo poslali. I tada je kapacitet kanala = 0.

Sto je blize 1 kanal je bolji, sto je blize 0 kanal je losiji
```

Kanal sa nepreklapajucim izlazima

Ako imamo vise izlazinih simbola od ulaznih pri cemu svakom ulaznom simbolu odgovara neki izlazni gde je presek prazan skup.

Ovaj kanal se naziva besumni kanal, jer ne postoje smetnje tokom slanja.

Deterministickom obradom mozemo tacno da zakljucimo sta je poslato.

```
C = max I(X,Y) = max(H|X) - H(X|Y) = max H(X) = log_2 alfa


Kapacitet i ovog kanala je jednak jedinici.
Jedina je razlika sto na izlazu imamo 4 simbola, od kojih su 
reprezentuju poslatu 0, a 2,3 reprezentuju poslatu 1.
```

Binarni brisuci kanal

Vrsta kanala gde mi dopustamo da dodje do greske, ali imamo informaciju da li je doslo do greske. Sada mozemo da saljemo 0 ili jedinicu, a na izlazu 0,1 ili e. Gde e znaci da je doslo do greske. Ukoliko dodje do greske, to je sigurno greska.

```
Kapacitet kanala:
C = 1-alfa

H(X|Y = 0) = H(X|Y=1)=0, a H(X|Y = e) = H(X)

p_(X|Y) = p(X,Y)(0,1)/p_Y(1) = p_(Y|X = 0)*p_X(0)/p_Y(1) = 0

p_Y(1) = p(Y|X)(1|0)p_X(0)+p)U|X)(1|1)p_X(1) = 1-alfa * p_X(1

Uslovan raspodela:
p(0|1) = p(1|0) = 0;
p(0|0) = p(1,1) = 1;
p(0|e) = p_X(0)
p(1|e) = p_X(1)

H(X|Y) = p_Y(0)H(X|Y=0) + p_Y(1)H(X|Y=1)+p_Y(e)H(X|Y=e)
                = p_Y(e)H(X|Y=e) = alfa * H(X)
C = max(H(X) - H(X|Y)) = max(H(X) - alfa*H(X)) = (1-alfa) max
  = 1-alfa

Kapacitet je maksimalan za alfa = 0, a jedank 1 kada je gresk
sigurna.

Ovde sto je vece alfa, znamo da je veca greska i kapacitet ka
Sto je alfa manje, kapacitet je veci.
Kada je alfa jednako e, znaci da ne mozemo da osiguramo preno

Prijemnik ima informaciju da li je doslo do greske. Pitanje s
dodje do greske, da li prijemnik ima ponovnu informaciju da t
da posalje simbol koji govori ako dodje do greske da treba da

Ukoliko zelimo n bita da posaljemo, zbog gresaka neke od bitv
```

```
da saljemo ponovo. Koliki ce da bude prosecan broj slanja uko
n bita da posaljemo. Koliko cemo prosecno morati da imamo sal
da ukupno prenesemo n puta.

Imamo Ni koliko puta je poslat bit xi.
N = N1 + N2 + ... + Nn.
Posto je kanal bez memorije, sve srednje vrednosti su iste je
isti za sve vrednosti koje se salju. XN = m * EN1.

p_i = P(N1 = k) = p^(k-1)*(1-alfa) oznacava da je u k-tom
uspesno poslato

EN1 = sum [k * alfa^(k-1)*(1-alfa) = 1 / 1-alfa

Procenat uspesno prenesenih bitva je:
m / EN = 1- alfa = C

Ovo svojstvo nam omogucava da kanal definisemo drugacije.

Koliki je odnos izmedju uspesno primljenih bitova i poslatih
Ako imamo scenario sa ponavljanjem, svako ponovno slanje
nama predstavlja redudansu. x1...xn je originalna poruka, a N
dobijamo da je m/EN zapravo redudansa.
Greske nadomestujemo dodavanjem redudanse. Redudansu koju tre
unesemo jednaka je 1 - kapacitet kanala.
```

Uslovna entropija

```
p(X|Y) = p(X|Y) | p_Y(Y)
H(X|Y) = sum p_Y(k)H(X|k)

p_X, p_Y - marginalne raspodele

H(X,Y) = H(X) + H(Y|X) = H(Y)+H(X|Y)
```

Relativna entropija odnosno Kulback-Leibler-ovo rastojanje. daje nam vrednost koliko su raspodele p i q bliske.

Da bi izraz bio definisan, ako je q = 0, tada je p(X) = 0. U suprotnom D(p||q) = +beskonacno.

```
D(p||q) = sum[p(X)log_2 p(X)/q(X)]
```

Visedimenzionalne raspodele:

```
D(p(.,.)||q(.,.)) = sum[sum[ p(x,y) log_2 p(x,y)/q(x,y)]]
```

Uslovne raspodele:

```
D(p(.|.)||q(.|.)) = sum[p(X)D(p(.|x)||q(.|x))]=
sum[sum[p(x,y)log_2 p(y|x) / q(y|x)]]

D(p(x,y)||q(x,y)) = D(p(x)||q(x)) + D(p(y|x)||q(y|x))
```

Osobine:

```
- D(p||q) >= 0
- D(p(x,y)||q(x,y)) = D(p(x)||q(x)) + D(p(y|x)||q(y|x))
- za raspodelu gde je q priblizno p, mozemo da radimo
kod, ali to nije idealan kod i za koliko:
n_V >= H(p) + D(p||q) - pogresan kod - Shannanovo tvrdjenje
```

Uzajamna (medjusobna) informacija:

```
X = x i Y = y

I(x,y) = I(y) - I(y|x) = -log_2 p(Y) + log_2 p(Y|X)
             = log_2 p(x,y)/p(x)*p(y)

informacjia koju x i y zajendo nose, informacija koju nosi y
informacija koju nosi y kada je x poznato.

Uzajamna informacija:
I(X,Y) = sum[sum[p(x,y) log_2 p(x,y)/p(x)*p(y)]] = D(p(x,y)||

Za uslovne raspodele:
```

```
I(X,Y|z_0) = sum[sum[p(x,y|z_0)log_2 p(x,y|z_0)/p(x|z_0)p(y|z_

odnosno:

I(X,Y|Z) = sum[p(z)I(X,Y|z)
         = sum[sum[sum[p(x,y,z)log_2 p(x,y|z)/p(x|z)p(y|z)]]]
```