

# Predavanje I

Tags Done

## Izvorno kodiranje

**Slova** - skup simbola čini alfabet

**Reci** - konačni nizovi slova u alfabetu

Skup reci nad alfabetom je skup svih konačnih nizova simbola ( $a_1..a_n$ )

Kodiranje se formalno definiše kao funkcija  $f$  koja slika određeni skup reci jednog alfabeta u drugi. Alfabet izvora  $\rightarrow$  Alfabet koda ( $f : A' \rightarrow B'$ )

Kod predstavlja skup svih slika. Elementi koda jesu kodne reci.

Blok fiksne dužine se odnosi kada se rec kodira sa određenim brojem slova. Dok kod promenljive dužine se odnosi na zapis gde rec nije unapred predodređena brojem slova koje treba da sadrži.

Za predstavljanje koda se takođe može koristiti kodno stablo. Rec se dobija od korena stabla do određene grane.

Poruka se predstavlja nizom kodnih reci.

$$x = v_1, v_2, \dots, v_n \quad (v_k = f(r_k))$$

Kod koji omogućuje jednoznačno dekodiranje.

Klasa kodova koja omogućava jednoznačno kodiranje jeste

**Prefiksno kodiranje.**

Kod  $V$  je **prefiksni** ako ni jedna kodna rec iz  $V$  nije prefiks neke druge kodne reci iz  $V$ .

**Prefiksni kod omogućava jednoznačno dekodiranje.**

Dekodiranje  $\rightarrow$  kod prefiksni kodova dekodiranje se obavlja odmah po prijemu kodne reci. Zato se oni nazivaju trenutni kodovi.

Potrebno je da utvrdimo da li je naš kod jednoznačno dekodabilan. Algoritam koji nam govori da li je kod jednoznačno dekodabilan  $\rightarrow$  **Kriterijum jednoznacne**

dekodabilnosti.

Kod  $V = \{v_1 \dots v_n\}$  nad alfabetom  $B$  ( $V \subset B^*$ ) omogućuje

**jednoznačno dekodiranje ako je  $S$  podskup od  $V$  jednak praznim skupom, tj ako ni jedan sufiks iz  $S$  nije kodna rec.**

Kada dobijemo kodnu reciju koju dalje delimo i dobijanjem sufiksa  $S_1 \dots S_n$ , ako nađemo na kodnu reciju koja pripada nekom od sufiksa to označava da kodna recija nije jednoznačno dekodabilna.

**Limitirajući faktor za prefiksni kod je što je to nerealno da očekujemo da jedna kodna recija ima jedinstveni prefiks i da to nije deo nijedne druge kodne recije.**

```
V = {01, 010, 110}
W = {1, 101, 010}
      S1  S2  S3      S4      S5      S6  S7
V 0   1,10 10
W 01   0   10  1,0 10,01 0,1 10,01
```

```
S = {0, 1, 10}
S presek V = prazan skup
-> kod je jednoznačno dekodabilan
```

```
S = {01, 0, 10, 1}
S presek W nije prazan skup
-> kod nije jednoznačno dekodabilan
```

### Kraftova nejednakost

Potrebno je da pokažemo da kodne recije određene dužine jednoznačno dekodabilne.

Cilj nam je dokazati da postoji prefiksni kod sa istom dužinom recija.

Ukoliko imamo prefiksni kod  $V$  i imamo  $b$  recija u alfabetu koda, tada važi da je  $\sum [b^{-n_i}]$  manja i jednaka od 1.

Ukoliko su dati brojeni  $n_1 \dots n_a$  za koje vazi nejednakost, tada postoji prefiksni kod  $V$  tada postoji  $n_1 \dots n_2$  koje predstavljaju duzine odgovarajucih kodnih reci.

Analiticko svojstvo jedinstveno za prefiksne kodove.

Ako svaki prefiksni kod to zadovoljava, to znaci da je postoji prefiksni kod koji ima duzinu kodne reci.

$V = \{01, 10, 1110\}$

Pretpodstavljamo da su reci  
sortirane po rastucoj duzini.

$v_1 = 01$

$v_2 = 10$

$v_3 = 1110$

$n$  je max duzina i formiramo skupove  
tako da je svaka kodna rec duzine  $n$

$B_{n1} = v_1 = 01XX \mid 0100 \mid 0110 \mid 0101 \mid 0111$

$B_{n2} = v_2 = 10XX \mid 1000 \mid 1001 \mid 1010 \mid 1011$

$B_{n3} = v_3 = 1110$

Primecujemo da nemamo dve iste reci.

Ukupan broj reci treba da bude manji  
od vrednosti  $2^n$ .

Obratna pretpostavka:

Pretpostavljamo da su brojevi  $n_1 \dots n_a$  brojevi  
koji zadovoljavaju kraftovu nejednakost i  
du su poredjani u rastucem poretku

(bez gubitka opstosti  $\Rightarrow$  prvi korak je sortirati  
 $n$ -ove ako nisu sortirani)

$q_1 = 0, q_i = \text{sum } [b \cdot n_a - n_k]$

Potrebo je da formiramo kodne reci tako da  
kod bude prefiksni i da svaka rec ima  
odgovarajucu duzinu.

$$q_1 < q_2 < \dots < q_n < 1$$

Imamo  $b$  simbola od kojih trebamo da formiramo reci  $b_1 \dots b_n$ .

Formiramo sisteme sa osnovom  $b$ .

Cilj je  $j$ -ta cifra u sistemu sa osnovom  $b$ ,

pri čemu cifre uzimamo do  $n_i$

( $n$  je restuci niz i zbog toga je to dovoljno)

$$q_i = (C_1^i \dots C_{n_i}^i) = \sum C_j^i b^{i-j}$$

Svaka rec ima  $n_i$  cifara, potrebno je dokazati da je ovaj kod prefiksan.

Ne postoje dve kodne reci  $b_i, b_j$  tako da su jedna drugoj prefiks.

$$q_j - q_i < b^{n_i}$$

$$q_j - q_i = \sum [b^{n_k}] \geq b^{n_i}$$