

TEA018 - Hidrologia Ambiental

Aula 4 - Escoamento em Canais e Diagrama de Moody
Conexões entre Hidráulica e Hidrologia

Prof. Emílio Graciliano Ferreira Mercuri
Departamento de Engenharia Ambiental
Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Outline

Agenda de atividades

- Equação de Darcy-Weisbach (Parte 1 - Slides Beamer)
- Escoamento uniforme e permanente em canal aberto
- Equação de Manning
- Diagrama de Moody
- Exemplo
- Edital do Trabalho (Parte 1) ■

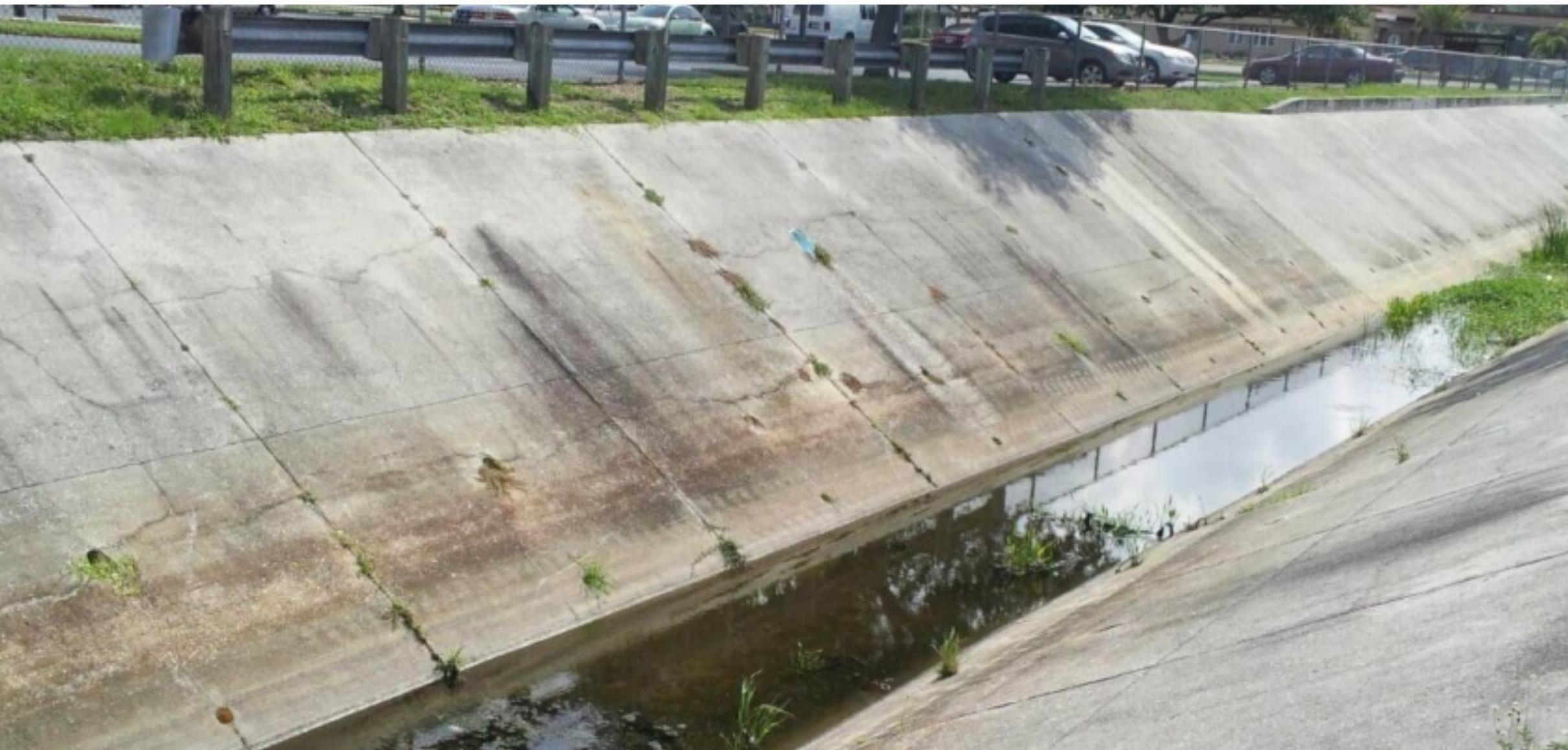
Escoamento em canais

O nosso objetivo é entender o escoamento em canais e o Diagrama de Moody. Além disso, vamos chegar na famosa “Equação de Manning” (Equação de projeto de canais), vimos até agora:

- **Fluxo em condutos → Equação de Darcy Weisbach**

O que veremos a partir de agora:

- **Fluxo em canais abertos → Equação de Manning ■**



Escoamento uniforme e permanente em canal aberto

Permanente → velocidade média e vazão não variam no tempo

Uniforme → quando todas as seções transversais paralelas do conduto ou canal forem idênticas e a velocidade média em todas as seções for a mesma.

Aplicando o **Teorema de Transporte de Reynolds** para variável extensiva:

- **Quantidade de Movimento Linear**

$$\mathbf{B} = m \mathbf{v} \text{ (quant. de mov. linear)}$$

$$\beta = \mathbf{v} \text{ (velocidade)}$$

Da 2^a lei de Newton, temos que:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} = \frac{D \vec{B}}{Dt}$$

Teorema de Transporte de Reynolds

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\iiint_{V.C.} \rho \vec{v} dV + \oint_{S.C.} \vec{v} \cdot \vec{n} dA \right)$$

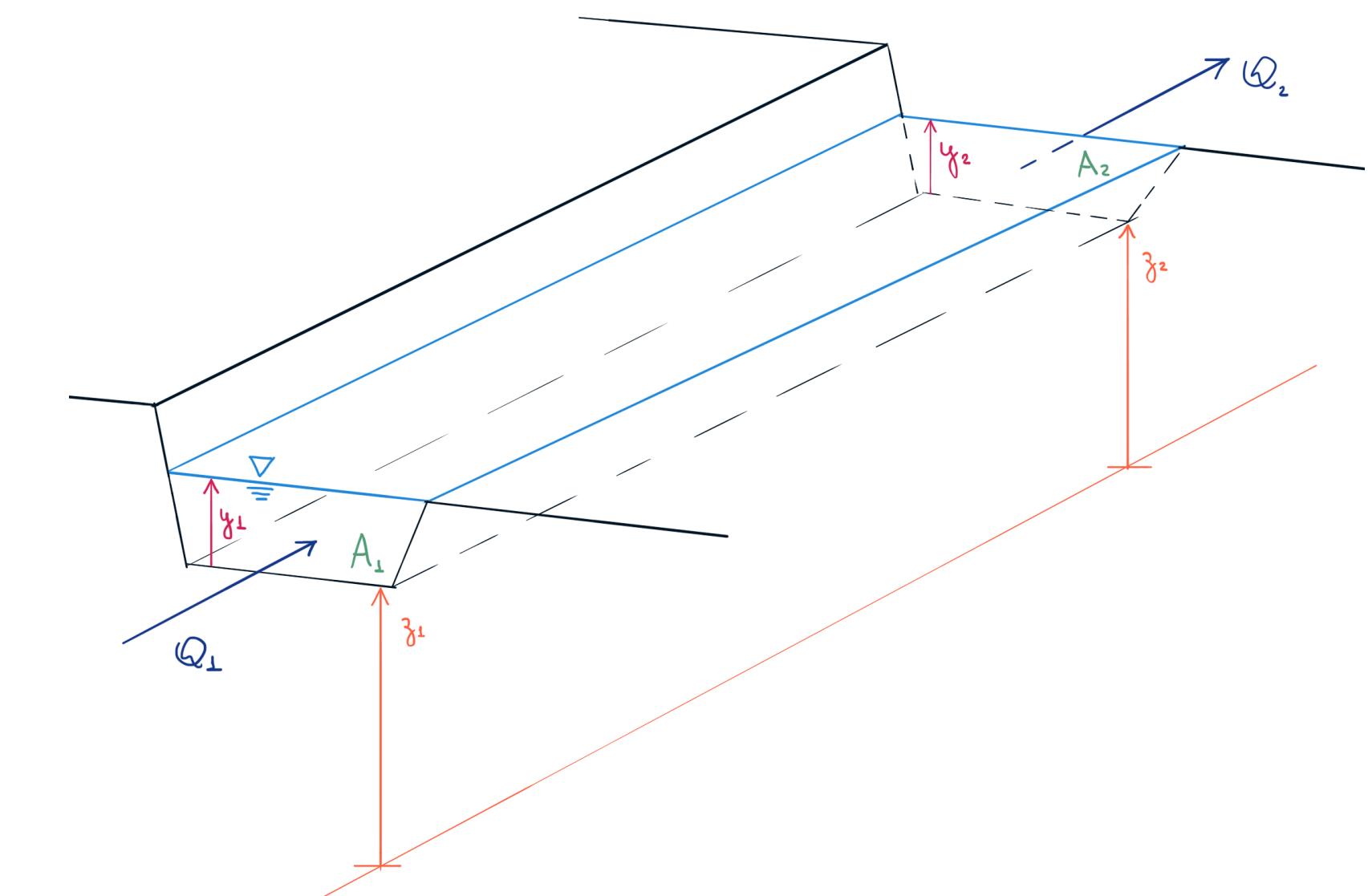
Se o fluxo é permanente $\rightarrow d(\cdot)/dt = 0$

$$\sum \vec{F} = \oint_{S.C.} \vec{v} \cdot \vec{n} dA$$

(Equilíbrio de Forças) ■

UNIFORMIDADE DO FLUXO

$$\rightarrow \sum \vec{F} = 0$$



Escoamento uniforme e permanente em canal aberto

Equilíbrio de Forças $\sum F = 0$

Forças no V.C. de fluido:

1) Atrito

2) Gravitacional (Peso)

$$\|F_g\| = \gamma AL \sin\theta$$

$$\sum F = 0$$

$$-\gamma_0 PL + \gamma AL \sin\theta = 0$$

$$P/\theta < 10^\circ \rightarrow \sin\theta \approx S_0$$

$$\gamma_0 = \frac{\gamma AL \sin\theta}{PL} = \gamma R S_0$$

$$R = \frac{A}{P}$$

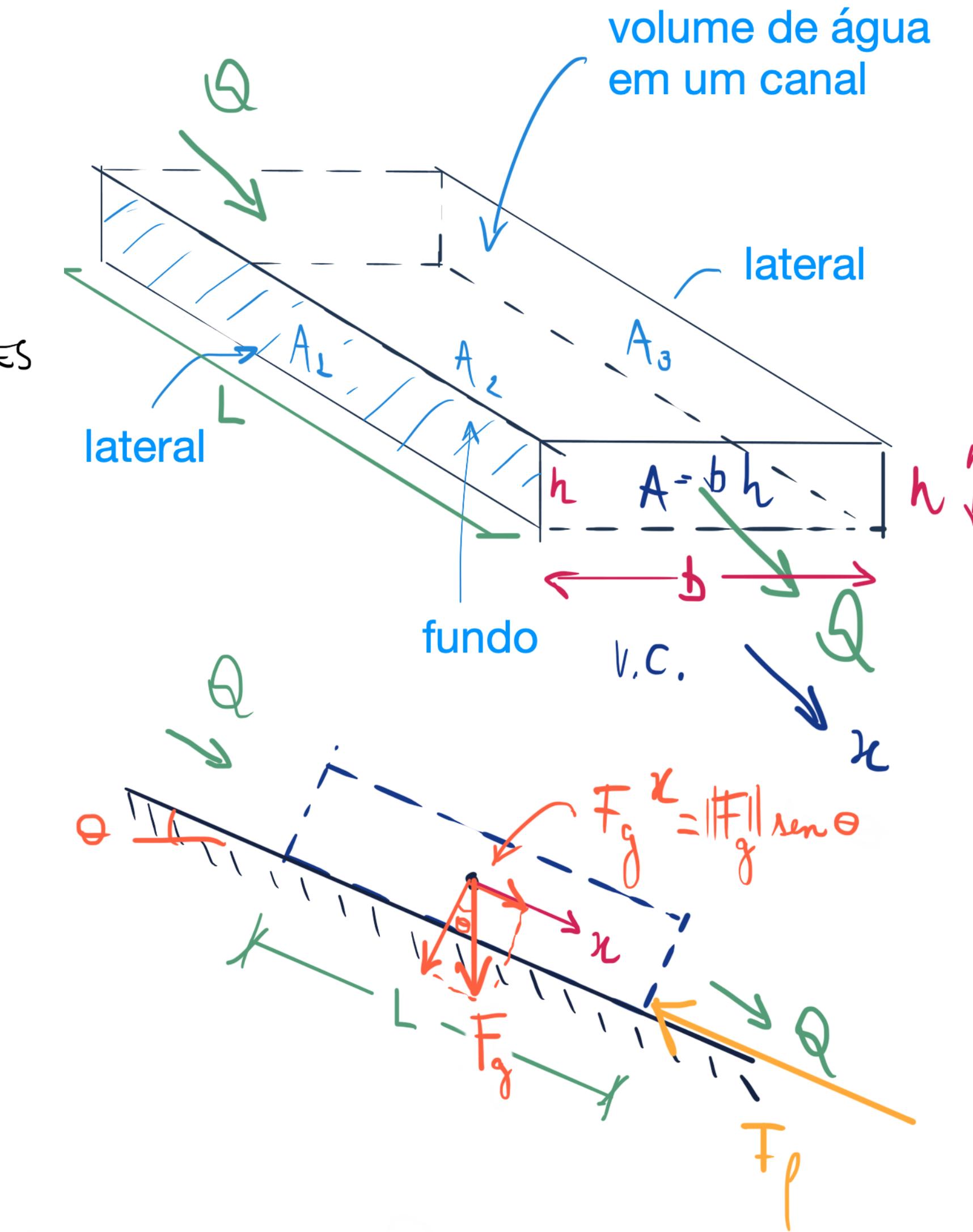
RÁIO HIDRÁULICO

FORÇA DE ATRITO F_p

$$\|F_p\| = -\gamma_0 PL$$

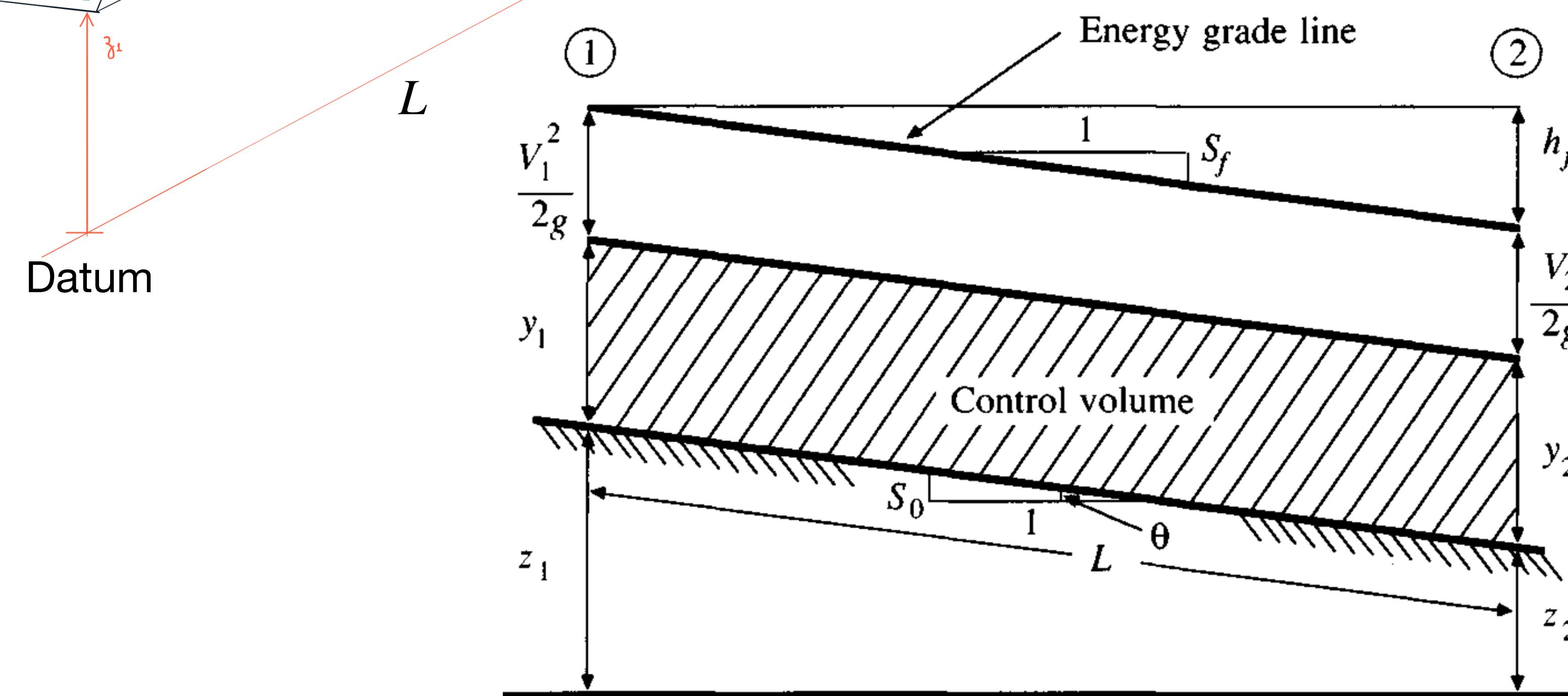
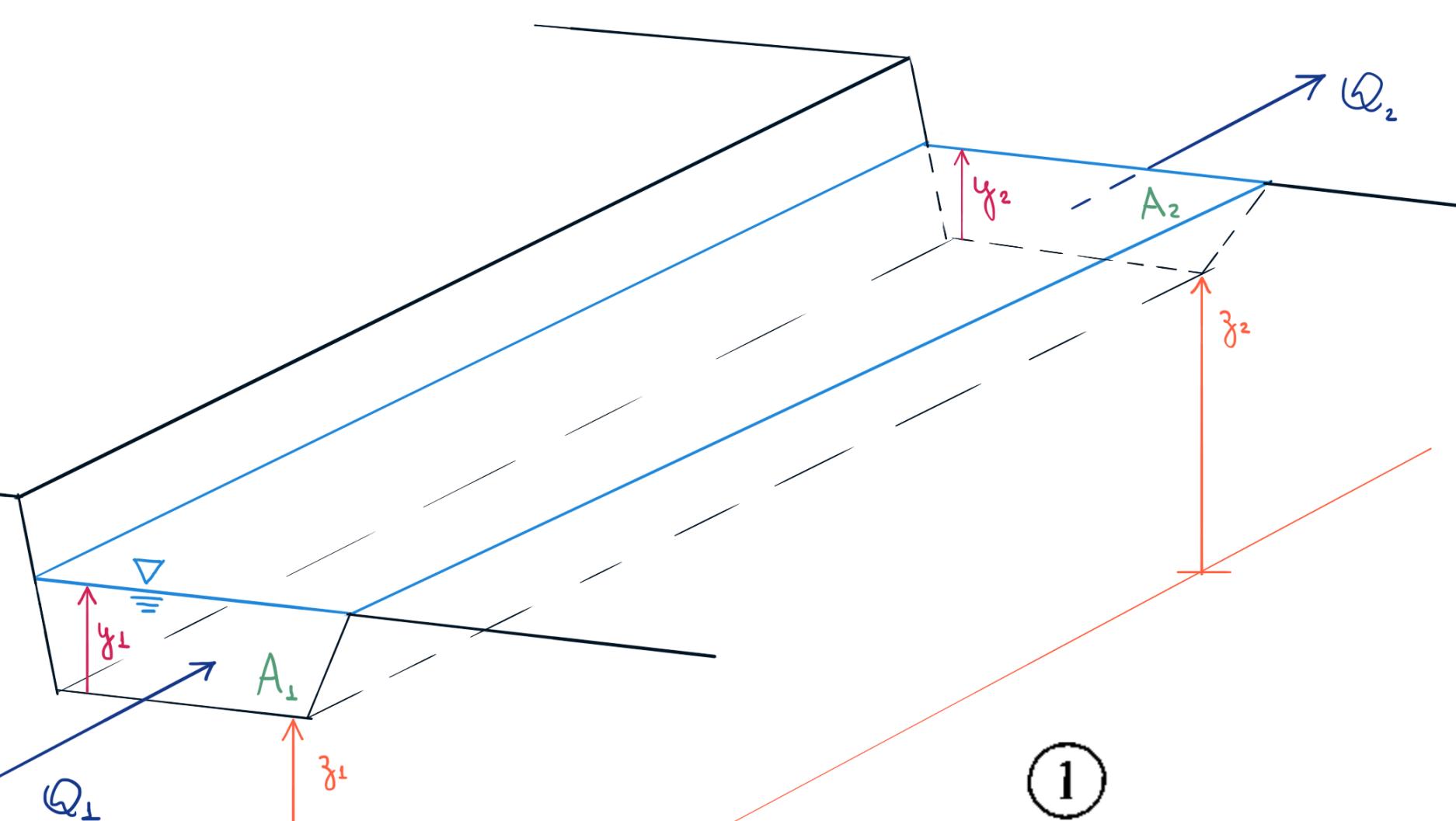
↑ PERÍMETRO MOLHADO
TENSÃO CISALHANTE NAS PAREDES

$\gamma = \text{peso / volume}$ ■



Escoamento uniforme e permanente em canal aberto

Considere que no canal abaixo $z_1 > z_2$ (declividade constante)



Equação da Continuidade:

$$Q_1 = Q_2 \text{ e } v_1 = v_2 \text{ (velocidades médias)}$$

$$\therefore A_1 = A_2 \text{ e } y_1 = y_2 \text{ (alturas do escoamento)}$$

Equação de Energia (Bernoulli):

$$z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_f$$

Simplificando:

$$h_f = z_1 - z_2$$

Dividindo por L

$$\frac{h_f}{L} = \frac{z_1 - z_2}{L} = \sin \theta \quad \text{e} \quad S_0 = \tan \theta$$

$$\text{para } \theta < 10^\circ \rightarrow \tan \theta \approx \sin \theta = \frac{z_1 - z_2}{L}$$

$$S_f \approx S_0 = \frac{h_f}{L}$$

Escoamento em canais

Perda de carga $h_f \rightarrow$ Eq. Darcy-Weisbach:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

f : coeficiente de atrito

A declividade de atrito (da linha de energia) é $S_f = \frac{h_f}{L}$ (2)

Isolando h_f em (2) e substituindo em (1):

$$S_f L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2g}{f} D S_f} \quad (3)$$

O Raio Hidráulico (tubo circular cheio d'água) é $R = \frac{A}{P} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{2\pi \frac{D}{2}} = \frac{D}{4}$ $D = 4R$ (4)

Substituindo (4) em (3):

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f} R S_f} \quad (5)$$

Usando o Coeficiente de Chezy: $C \equiv \sqrt{\frac{8g}{f}}$ (6)

Substituindo (6) em (5):

$$V = C \sqrt{R S_f} \quad (7) \quad \blacksquare$$

Escoamento em canais - Equação de Manning

A velocidade média do escoamento (dependente do coeficiente de Chezy C) pode ser escrita por:

$$V = C \sqrt{RS_f} \quad (7)$$

A Equação de Manning é obtida fazendo $C = \frac{R^{1/6}}{n}$ (8) sendo n o coeficiente de Manning

$$V = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{n} \cdot R^{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} S_f^{\frac{1}{2}} = \frac{R^{\frac{4}{6}}}{n} S_f^{\frac{1}{2}} = \frac{R^{\frac{2}{3}} S_f^{\frac{1}{2}}}{n} \rightarrow V = \frac{R^{2/3} S_f^{1/2}}{n} \quad (9) \quad \textbf{Equação de Manning. (S.I.)}$$

Importante → Unidades!

$$n \rightarrow \left[\frac{T}{L^{1/3}} \right]$$

no Sistema Internacional (S.I.): $n \rightarrow \frac{s}{m^{1/3}}$,

no Sistema Americano (S.A.): $n \rightarrow \frac{s}{ft^{1/3}}$

no Sistema Americano $V : \frac{ft}{s}$ e $R : ft$

$$(1 \text{ m})^{1/3} = (3,281 \text{ ft})^{1/3} \rightarrow V = \frac{1,49}{n} R^{2/3} S_f^{1/2}$$
$$1 \text{ m}^{1/3} = 1,49 \text{ ft}^{1/3}$$

Coeficiente de Manning (n) \longleftrightarrow Fator de Atrito de Darcy-Weisbach (f)

$$n = \sqrt{\frac{f}{8g}} R^{1/6} \quad (10) \blacksquare$$

Escoamento em canais - Equação de Manning

Valores do Coeficiente de Manning para diferentes materiais ■

Perímetro molhado	n ($s/m^{1/3}$)	Perímetro molhado	n ($s/m^{1/3}$)
A) Condutos naturais		F) Condutos artificiais	
Limpo e reto	0,030	Vidro	0,010
Escoamento vagarosos e com poças	0,040	Latão	0,011
Rio típico	0,035	Aço liso	0,012
B) Planícies inundadas		Aço pintado	0,014
Pasto	0,035	Aço rebitado	0,015
Cerrado leve	0,050	Ferro fundido	0,013
Cerrado pesado	0,075	Concreto com acabamento	0,012
Floresta	0,150	Concreto sem acabamento	0,014
C) Condutos escavados na terra		Madeira aplainada	0,012
Limpo	0,022	Tijolo de barro	0,014
Cascalho	0,025	Alvenaria	0,015
Vegetação rasteira	0,030	Asfalto	0,016
D) Condutos em rocha		Metal corrugado	0,022
		Alvenaria grosseira	0,025
Rocha lisa e uniforme	0,035-0,040	Sarjeta de concreto, acabamento com colher	0,012-0,014
Rocha áspera e irregular	0,040-0,045	Sarjeta de concreto, acabamento com asfalto	0,013-0,015
E) Gabião de pedra com tela de arame	0,035	Pedra lançada	0,024-0,035

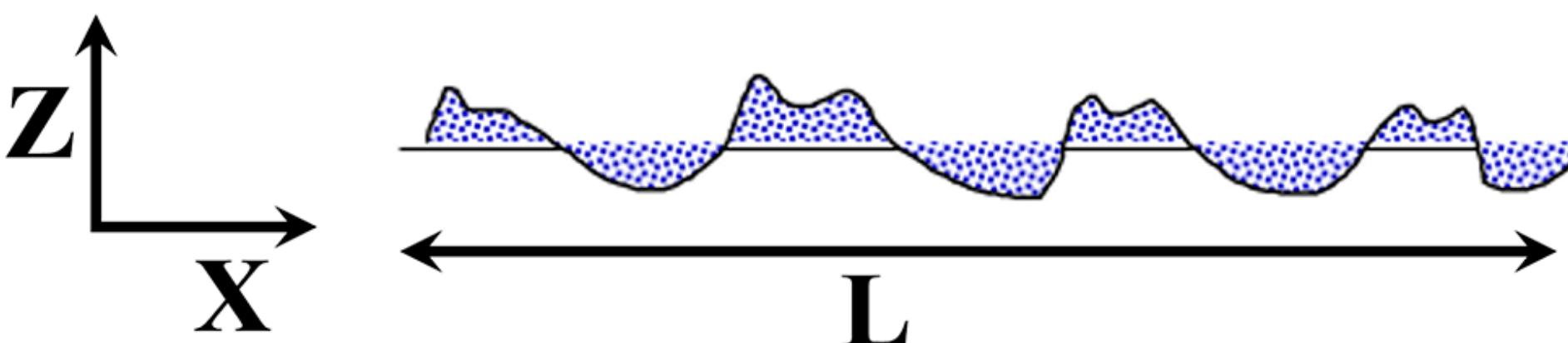
Escoamento em canais

Rugosidade

- A rugosidade da superfície pode ser considerada como a qualidade de uma superfície não ser lisa e, portanto, está ligada à percepção humana (tátil) da textura da superfície.
- Do ponto de vista matemático, está relacionado com a estrutura de variabilidade espacial das superfícies e, inherentemente, é uma propriedade multiescala. Possui diferentes interpretações e definições.

Rugosidade absoluta (k_s)

$$k_s = \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} |z(x)| dx$$



Rugosidade Relativa (ϵ)

$$\epsilon = \frac{k_s}{4R} \quad (11) \blacksquare$$

Escoamento em canais

Escoamento Laminar ou Turbulento?

Critério de **Henderson** (S.I.)

$$n^6 \sqrt{RSP} \geq 1,1 \times 10^{-13} \rightarrow \text{Escoamento Turbulento}$$

$$n^6 \sqrt{RSP} < 1,1 \times 10^{-13} \rightarrow \text{Escoamento Laminar}$$

Número de **Reynolds**

$$R_e = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \quad \text{se escolhermos } L = D = 4R$$

$$R_e = \frac{4VR}{\nu} \quad (12)$$

ρ : densidade (kg/m^3)

V : velocidade (m/s)

L : comprimento característico (m)

μ : viscosidade dinâmica (Pa.s)

ν : viscosidade cinemática (m^2/s)

Número de Reynolds × Tipo de Escoamento

$R_e < 2000 \rightarrow \text{LAMINAR}$

$2000 \leq R_e \leq 3000 \rightarrow \text{TRANSIÇÃO}$ ■

$R_e > 3000 \rightarrow \text{TURBULENTO}$

Escoamento em canais

Diagrama de Moody

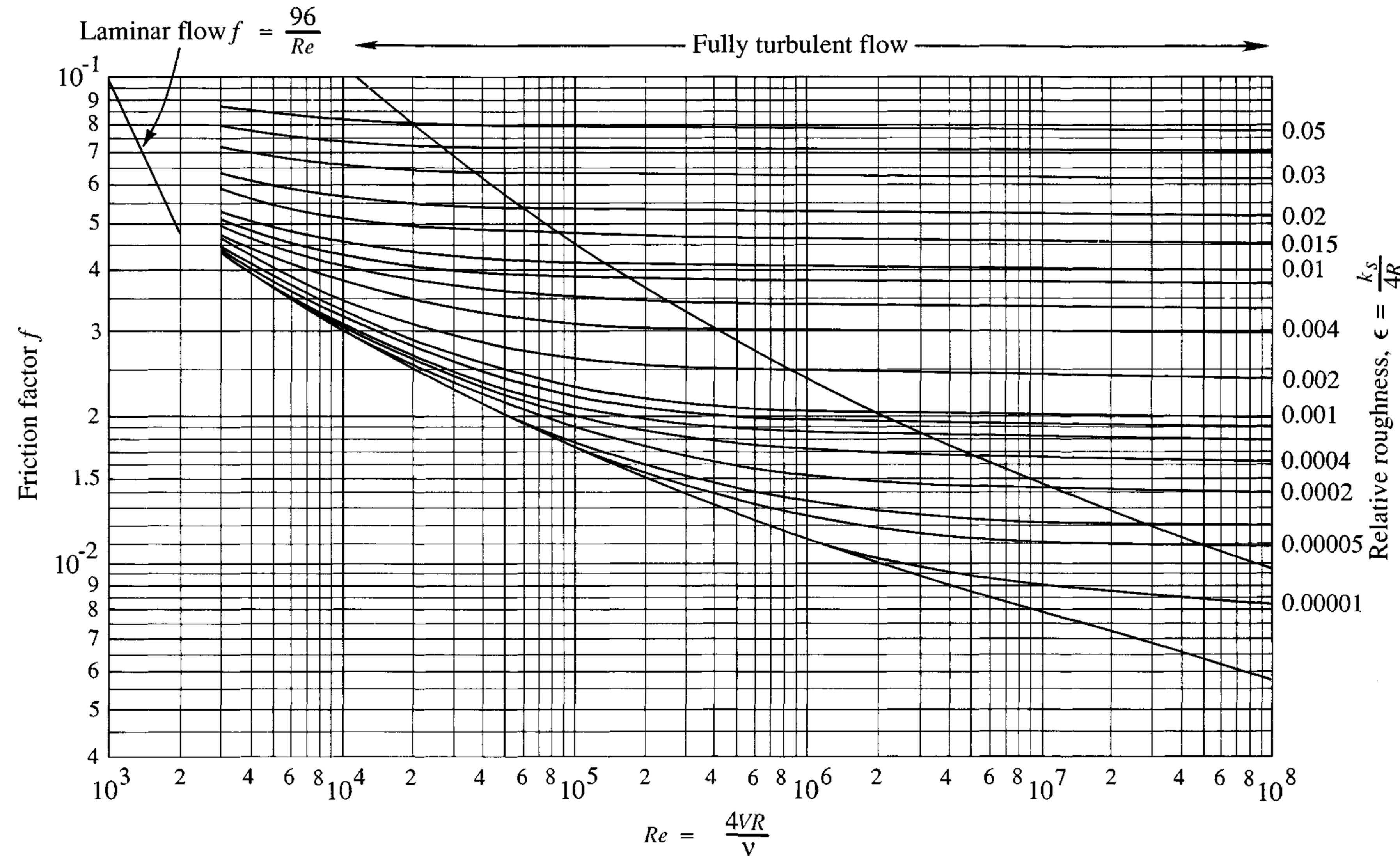


FIGURE 2.5.1
Moody diagram for open channel flow.

Diagrama_Moody - Chow Maidment

Escoamento em canais

Diagrama de Moody - 3 regiões

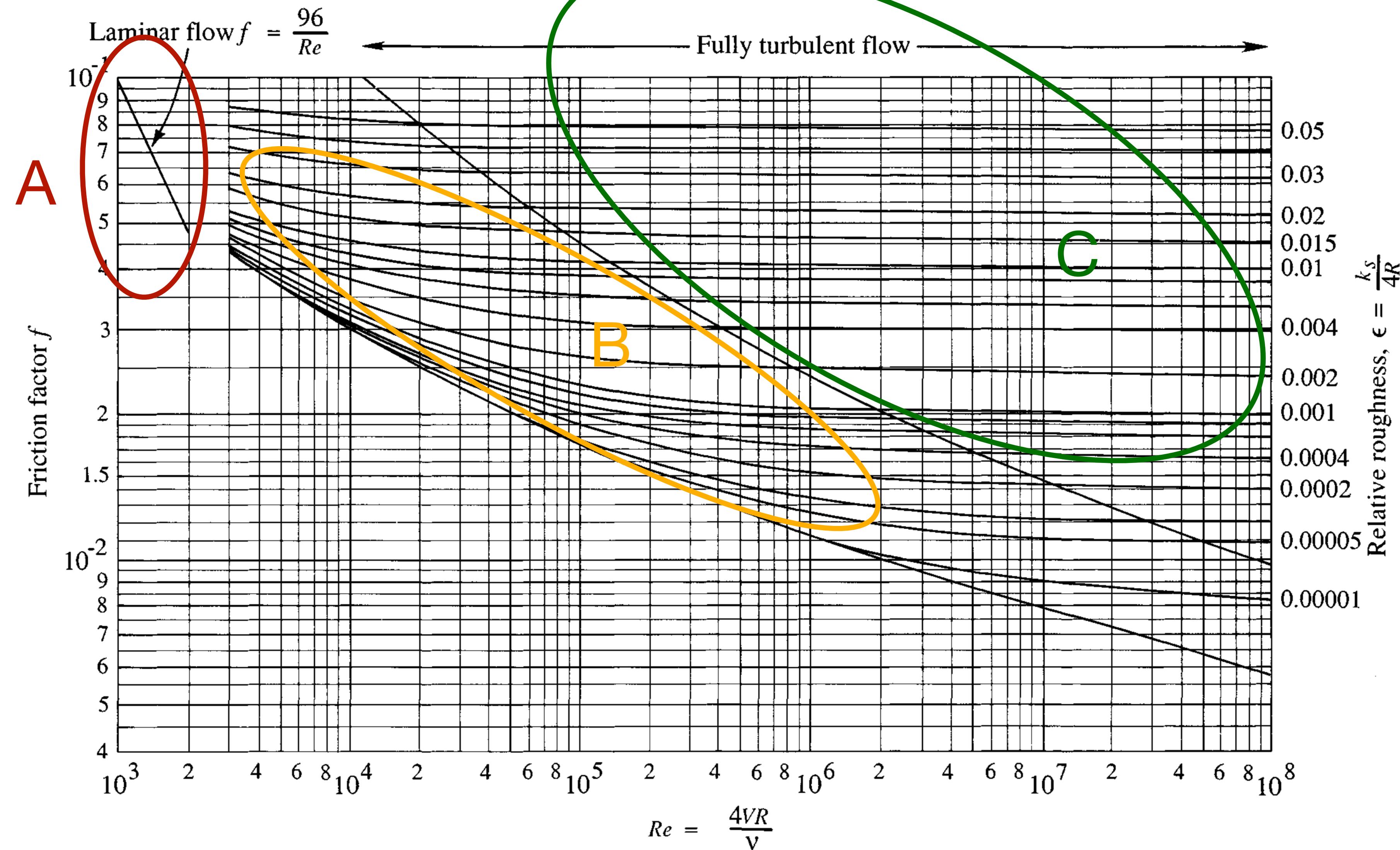


FIGURE 2.5.1
Moody diagram for open channel flow.

Diagrama_Moody - Chow Maidment

Escoamento em canais

Diagrama de Moody - 3 regiões

Para canais abertos:

A) $R_e < 2000 \rightarrow$ LAMINAR

$$f = \frac{96}{R_e} \quad (13)$$

B) $2000 \leq R_e \leq 3000 \rightarrow$ TRANSIÇÃO

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{k_s}{12R} + \frac{2,5}{\text{Re} \sqrt{f}} \right] \quad (14) \quad \text{Solução Iterativa!}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\epsilon}{3} + \frac{2,5}{\text{Re} \sqrt{f}} \right]$$

C) $R_e > 3000 \rightarrow$ TURBULENTO

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\epsilon}{3} \right] \quad (15)$$

Isolando a raiz \sqrt{f} em (15) e substituindo em $n = \sqrt{\frac{f}{8g}} R^{1/6}$ (10):

$$n = \frac{-R^{1/6}}{\sqrt{8g} 2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3} \right)} \quad \text{e} \quad \epsilon = 3 \times 10^{\frac{-R^{1/6}}{4n\sqrt{2g}}}$$

Exemplo 1 - Canal Aberto

Considere um canal aberto onde o número de Reynolds é $R_e = 2500$. Calcule o coeficiente de atrito de Darcy-Weisbach considerando que a rugosidade relativa é $\epsilon = 0,012$.

O resultado deverá ser apresentado com 6 algarismos significativos.

Solução no Google Colab!

<https://drive.google.com/file/d/1muUSm0yKG-KfyU0BisGkWEhA7314oa9H/view?usp=sharing>