TEA018 - Hidrologia Ambiental

Aula sobre escoamento permanente

Equação de Darcy-Weisbach

Emílio G. F. Mercuri

www.ambiental.ufpr.br/professores/mercuri

Professor DEA / UFPR

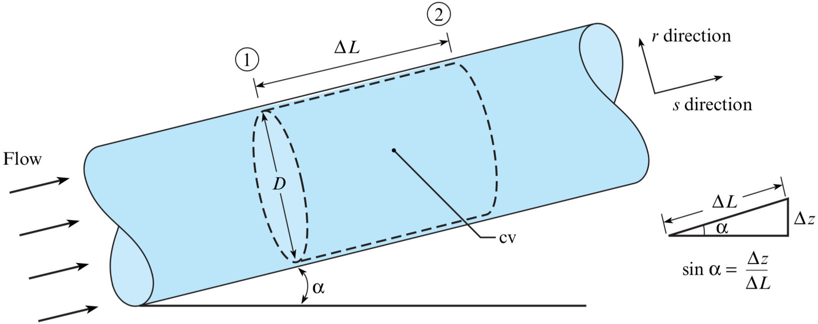
Sumário

Equação de Darcy-Weisbach

Dedução da **Equação de Darcy-Weisbach**

Escoamento permanente (completamente desenvolvido) em tubo de diâmetro D.

- Volume de controle cilíndrico com diâmetro D e comprimento ΔL dentro do tubo.

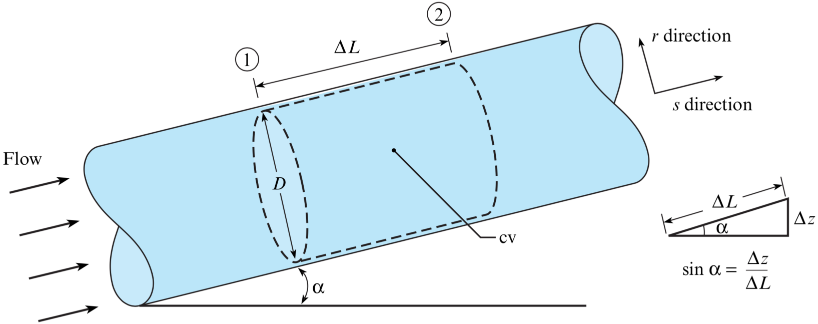


Equação de Darcy-Weisbach

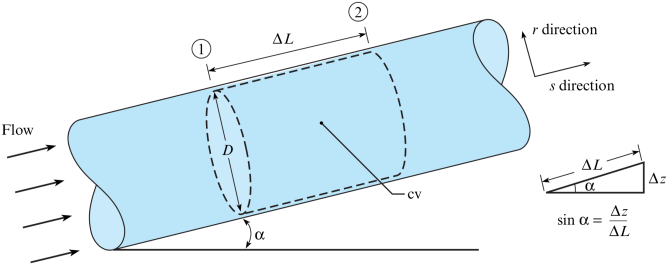
Dedução da **Equação de Darcy-Weisbach**

Escoamento permanente (completamente desenvolvido) em tubo de diâmetro D.

- Volume de controle cilíndrico com diâmetro D e comprimento ΔL dentro do tubo.
- Sistema de coordenadas axial s e radial r.



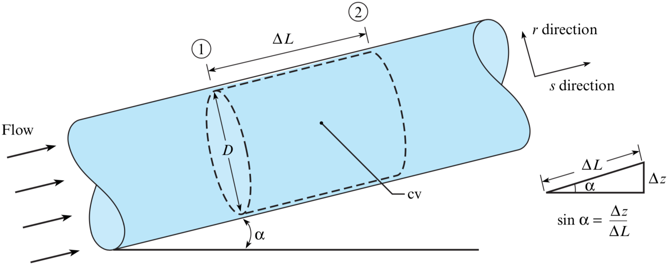
Equação de Darcy-Weisbach



- Aplicando o Teorema de Transporte de Reynolds para o *momentum*

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt}\int_{\text{vc}} \mathbf{V}\rho d\forall + \int_{\text{sc}} \mathbf{V}\rho\mathbf{V}\cdot d\boldsymbol{A}$$

Equação de Darcy-Weisbach

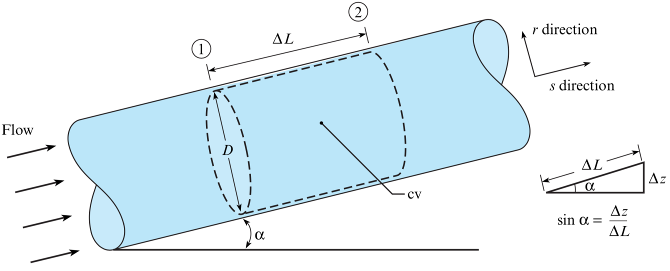


- Aplicando o Teorema de Transporte de Reynolds para o *momentum*

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt}\int_{\text{vc}} \mathbf{V}\rho d\forall + \int_{\text{sc}} \mathbf{V}\rho\mathbf{V}\cdot d\boldsymbol{A}$$

- O fluxo líquido de *momentum* no VC, $\int_{\text{sc}} \mathbf{V}\rho\mathbf{V}\cdot d\boldsymbol{A}$, é nulo pois a distribuição de velocidades na seção 1 é igual à da seção 2.

Equação de Darcy-Weisbach

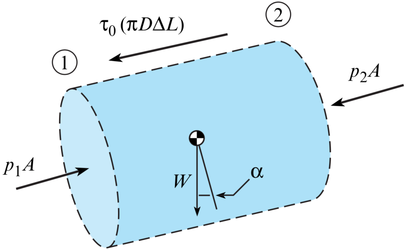


- Aplicando o Teorema de Transporte de Reynolds para o *momentum*

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt}\int_{\text{vc}} \mathbf{V}\rho d\forall + \int_{\text{sc}} \mathbf{V}\rho\mathbf{V}\cdot d\boldsymbol{A}$$

- O fluxo líquido de *momentum* no VC, $\int_{\text{sc}} \mathbf{V}\rho\mathbf{V}\cdot d\boldsymbol{A}$, é nulo pois a distribuição de velocidades na seção 1 é igual à da seção 2.
- A acumulação de *momentum* no VC, $\frac{d}{dt}\int_{\text{vc}} \mathbf{V}\rho d\forall$, é nula pois o fluxo é permanente.

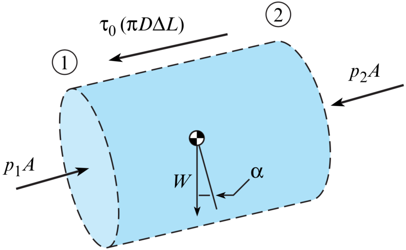
Equação de Darcy-Weisbach



- A equação fica:

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

Equação de Darcy-Weisbach

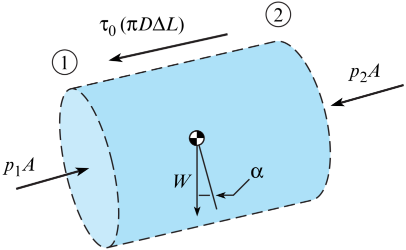


- A equação fica:

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

$$F_{\text{pressão}} + F_{\text{cisalhamento}} + F_{\text{peso}} = 0$$

Equação de Darcy-Weisbach



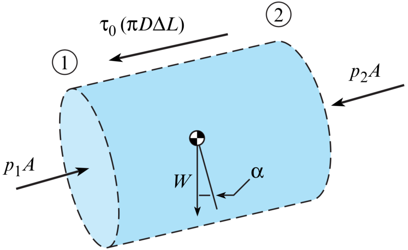
- A equação fica:

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

$$F_{\text{pressão}} + F_{\text{cisalhamento}} + F_{\text{peso}} = 0$$

$$(p_1 - p_2)\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) - \tau_0(\pi D \Delta L) - \gamma\left[\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\Delta L\right]\sin\alpha = 0$$

Equação de Darcy-Weisbach



- A equação fica:

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

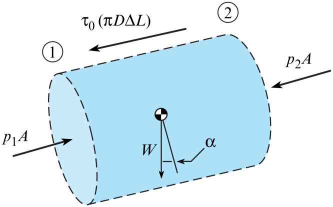
$$F_{\text{pressão}} + F_{\text{cisalhamento}} + F_{\text{peso}} = 0$$

$$(p_1 - p_2)\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) - \tau_0(\pi D \Delta L) - \gamma\left[\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\Delta L\right]\sin\alpha = 0$$

Como sen $\alpha = (\Delta z/\Delta L)$:

$$(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \frac{4\Delta L \tau_0}{D} \tag{1}$$

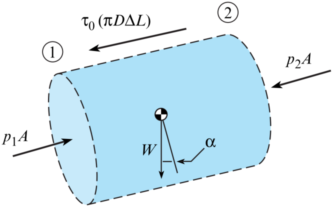
Equação de Darcy-Weisbach



- Eq (1): $(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \dfrac{4\Delta L \tau_0}{D}$, da equação da energia:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\overline{V}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

Equação de Darcy-Weisbach



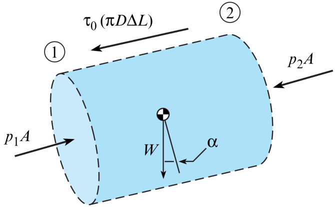
- Eq (1): $(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \dfrac{4 \Delta L \tau_0}{D}$, da equação da energia:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\overline{V}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

Como $V_1 = V_2$ (distribuição de velocidades em escoamento uniforme):

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_f$$

Equação de Darcy-Weisbach



- Eq (1): $(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \frac{4\Delta L \tau_0}{D}$, da equação da energia:

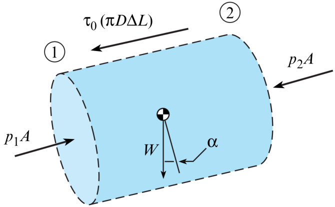
$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\overline{V}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

Como $V_1 = V_2$ (distribuição de velocidades em escoamento uniforme):

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_f$$

$$(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \gamma h_f \qquad (2)$$

Equação de Darcy-Weisbach



- Eq (1): $(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \dfrac{4\Delta L \tau_0}{D}$, da equação da energia:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\overline{V}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

Como $V_1 = V_2$ (distribuição de velocidades em escoamento uniforme):

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_f$$

$$(p_1 + \gamma z_1) - (p_2 + \gamma z_2) = \gamma h_f \tag{2}$$

Combinando as equações (1) e (2) e substituindo ΔL por L:

$$h_f = \left(\begin{array}{c} \text{perda de carga} \\ \text{em um tubo} \end{array} \right) = \frac{4L\tau_0}{D\gamma}$$

Equação de Darcy-Weisbach

- Perda de carga em um tubo:

$$h_f = \frac{4L\tau_0}{D\gamma}$$

Equação de Darcy-Weisbach

- Perda de carga em um tubo:

$$h_f = \frac{4L\tau_0}{D\gamma}$$

Rearranjando (mult. e div. por $\rho V^2/2$):

$$h_f = \left(\frac{L}{D}\right)\left\{\frac{4\tau_0}{\rho V^2/2}\right\}\left\{\frac{\rho V^2/2}{\gamma}\right\} = \left\{\frac{4\tau_0}{\rho V^2/2}\right\}\left(\frac{L}{D}\right)\left\{\frac{V^2}{2g}\right\}$$

Equação de Darcy-Weisbach

- Perda de carga em um tubo:

$$h_f = \frac{4L\tau_0}{D\gamma}$$

Rearranjando (mult. e div. por $\rho V^2/2$):

$$h_f = \left(\frac{L}{D}\right)\left\{\frac{4\tau_0}{\rho V^2/2}\right\}\left\{\frac{\rho V^2/2}{\gamma}\right\} = \left\{\frac{4\tau_0}{\rho V^2/2}\right\}\left(\frac{L}{D}\right)\left\{\frac{V^2}{2g}\right\}$$

Definindo um grupo adimensional: fator de atrito f (Teorema dos π de Buckingham)

$$f \equiv \frac{(4 \cdot \tau_0)}{(\rho V^2/2)} \approx \frac{\text{tensão cisalhante atuando na parede}}{\text{pressão dinâmica}}$$

Equação de Darcy-Weisbach

- Perda de carga em um tubo:

$$h_f = \frac{4L\tau_0}{D\gamma}$$

Rearranjando (mult. e div. por $\rho V^2/2$):

$$h_f = \left(\frac{L}{D}\right)\left\{\frac{4\tau_0}{\rho V^2/2}\right\}\left\{\frac{\rho V^2/2}{\gamma}\right\} = \left\{\frac{4\tau_0}{\rho V^2/2}\right\}\left(\frac{L}{D}\right)\left\{\frac{V^2}{2g}\right\}$$

Definindo um grupo adimensional: fator de atrito f (Teorema dos π de Buckingham)

$$f \equiv \frac{(4 \cdot \tau_0)}{(\rho V^2/2)} \approx \frac{\text{tensão cisalhante atuando na parede}}{\text{pressão dinâmica}}$$

Combinando as equações $\rightarrow$ **Equação de Darcy-Weisbach**:

$$h_f = f \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

Equação de Darcy-Weisbach

Para usar a **Equação de Darcy-Weisbach** :

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Equação de Darcy-Weisbach

Para usar a **Equação de Darcy-Weisbach** :

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

- O escoamento deve ser completamente desenvolvido e permanente.

Equação de Darcy-Weisbach

Para usar a **Equação de Darcy-Weisbach** :

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

- O escoamento deve ser completamente desenvolvido e permanente.
- A Eq. Darcy-Weisbach pode ser usada para:

Equação de Darcy-Weisbach

Para usar a **Equação de Darcy-Weisbach** :

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

- O escoamento deve ser completamente desenvolvido e permanente.
- A Eq. Darcy-Weisbach pode ser usada para:
  - escoamento laminar e/ou turbulento

Equação de Darcy-Weisbach

Para usar a **Equação de Darcy-Weisbach** :

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

- O escoamento deve ser completamente desenvolvido e permanente.
- A Eq. Darcy-Weisbach pode ser usada para:
  - escoamento laminar e/ou turbulento
  - tubos redondos e em outros formatos, como um duto retangular

Equação de Darcy-Weisbach

Para usar a **Equação de Darcy-Weisbach** :

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

- O escoamento deve ser completamente desenvolvido e permanente.
- A Eq. Darcy-Weisbach pode ser usada para:
  - escoamento laminar e/ou turbulento
  - tubos redondos e em outros formatos, como um duto retangular
- A equação mostra que a perda de carga depende do fator de atrito, do comprimento/diâmetro do tubo e da velocidade média ao quadrado.

Referência

Livro: **Engineering Fluid Mechanics**
Autores: Elger, Lebret, Crowe e Roberson
Edição: 11

Seção: 10.3 Pipe Head Loss
Página 315