

Samenvatting: subatomaire fysica 2

Emile Segers

Jaar 2020-2021

Samenvatting

Dit is een samenvatting gebaseerd op de lessen subatomaire fysica 2 2020-2021. Dit is geen vervanging voor de cursus gegeven in dit vak. Het doel van deze samenvatting is een studiehulp te zijn bij de lessen van professor Ryckbosch. Gebruik dit dan ook enkel als hulp.

De schrijver van deze samenvatting is niet verantwoordelijk voor het maken van fouten op een examen of ergens anders. Indien je fouten vindt, kan je me altijd contacteren op dit e-mailadres emile.segers8@gmail.com. De voertaal van het examen subatomaire fysica 2 in 2020-2021 is Nederlands. Deze samenvatting zal dus ook grotendeels in het Nederlands geschreven worden.

Disclaimer: niet alle zinnen zijn altijd even correct geschreven. Indien je deze kleine fouten wilt aanpassen en niet altijd een berichtje wilt sturen, kan je altijd aanpasrechten vragen in overleaf om de tekst zelf aan te passen.

Inhoudsopgave

1	Introductie en overzicht	6
1.1	High energy physics	6
1.2	Discovering the electron	7
1.3	Interacties	8
1.4	Deeltjes experimenten	8
1.5	Mandelstam-variables	9
1.6	Acceleratoren	10
1.7	Detectoren	10
1.8	Energie verlies	11
1.9	Deeltjes detectoren	11
1.10	Event reconstructie	12
1.11	Cross sectie	13
1.12	Differentiële cross sectie	14
1.13	Hoe meten we dit alles	15

2	Quantum getallen	15
2.1	Elektrische lading	16
2.2	Leptongetal	16
2.3	Baryongetal	16
2.4	Impulsmoment	17
2.5	Strong isospin	17
2.6	Multiplicatieve kwantumgetallen	18
2.7	Pariteit	19
2.8	C-pariteit	20
2.9	Pion pariteit	21
2.10	G -pariteit	23
3	Feynman diagrammen, processen en correcties	24
3.1	Schrödinger en co	24
3.2	Dirac	26
3.3	Spin	27
3.4	Spin toestanden	28
3.5	Intrinsieke pariteit	28
3.6	Spinoren	29
3.7	Fermi's gouden regel	29
3.8	Faseruimte	30
3.9	Feynman diagrammen	31
3.10	QED	31
3.11	Currents	31
3.12	Zwakke interactie	32
3.13	Charged current	32
3.14	Pariteit schenden	32
3.15	Neutrale current	33
3.16	Mathematical interlude: groups	33
3.17	2D-rotatie $SO(2)$	34
3.18	3D rotatie $SO(3)$	35
3.19	Non-abelse interacties	35
4	DIS, nucleonstructuur, PDF's	35
4.1	Diep inelastische verstrooing	35
4.2	Experimenten	37
4.3	Cross section	39
4.4	Structuurfuncties	41
4.5	(Anti)neutrino verstrooing	42
4.6	Gepolariseerde DIS	45
4.7	Spin physics	46
4.8	Nucleon spin fysica	46
4.9	Samenvatting van de structuur functies	49

5 QCD	50
5.1 Sterke interactie	50
5.1.1 @ Quark level	50
5.2 Symmetrie van de sterke wisselwerking	51
5.3 Kleur	53
5.4 Gluonen	53
5.5 Jets	53
5.6 Testen van QCD	55
5.7 Spin van het gluon	57
5.8 α_s	58
5.9 Lopende koppelingsconstante	58
5.9.1 QED	58
5.9.2 QCD	60
5.10 DIS: scaling violations	61
5.11 Splitting functies	61
5.12 DGLAP	63
5.13 Hadron colliders	63
6 Parity violation	64
6.1 Pariteit	64
6.1.1 Dirac fermionen	65
6.1.2 QED	65
6.2 Pariteit schenden in experimenten	67
6.3 Wu-experiment	67
6.4 Heliciteit	71
6.5 Chiraliteit	71
6.6 $f\bar{f}$ -annihilatie	72
6.7 Pion verval	73
6.8 Geladen zwakke interactie	77
7 Elektrozwakke precisietesten	77
7.1 Zvakke uitwisselings deeltjes	77
7.2 Neutrale zwakke stroom	77
7.3 Uitwisselings bosonen	78
7.4 Spin van W	80
7.5 Elektrozakke unificatie	81
7.6 Massa van het Z^0 -boson	82
7.7 Koppeling van het Z^0 boson	82
7.8 e^+e^- annihilatie	83
7.9 Het Z boson	84
7.10 Voorwaarts-achterwaartse asymmetrie	85
7.11 Z -koppeling	87
7.12 Het W boson	87
7.13 Triple gauge koppeling	88
7.14 Standaard model radiatieve correcties	89
7.15 De top quark	90

7.16	Voorspellingen over het Higgs boson	91
8	Higgs boson	92
8.1	De nood aan een scalair boson	92
8.2	Lagrangiaan	93
8.3	Lokale $U(1)$ ijk(=gauge) invariantie	94
8.4	Massa van de deeltjes	95
8.5	Interagerende scalaire velden	95
8.6	Complexe scalaire velden	97
8.6.1	Lokale ijk symmetrie	98
8.7	De Standaardmodel scalair	99
8.8	Fermionmassa's	100
8.9	Higgsverval	101
8.9.1	Higgsverval naar $\gamma\gamma$ en gg	102
8.10	Higgsproductie	103
8.11	De zoektocht naar het Higgs boson	105
8.12	Eigenschappen van het nieuwe deeltje	110
9	Meson mixing en oscillaties	112
9.1	2-state systemen	112
9.2	Meson mixing	113
9.3	Boxdiagrammen	113
9.4	Mixen	114
9.5	Oscillaties	115
9.6	K^0 -systeem	115
9.7	Experiment	117
9.8	Regeneratie	118
9.9	Tijdsafhankelijkheid	119
9.10	Kaonsysteem resultaten	120
9.11	B -mesonsysteem	120
9.12	Boxdiagrammen voor B mesonen	121
9.13	Experimentele methodes voor B mesonen	122
9.14	B -oscillaties resultaten	123
9.15	D -oscillaties	124
9.16	Meson oscillaties	124
9.17	Cabibbo mixing	124
9.18	Cabibbo theorie	125
9.19	GIM-mechanisme	125
9.20	Meer FCNC (= flavour changing neutral current)	126
9.21	CKM matrix	127
9.22	CKM matrixelementen	128
9.23	Unitariteit van de CKM-matrix	131

10 CP violation	132
10.1 De nood aan <i>CP</i> schending	132
10.2 Eerste observaties	133
10.3 Mogelijkheden tot <i>CP</i> schending	134
10.4 Kaonsysteem	134
10.4.1 Experiment	135
10.5 Materie vs antimaterie	136
10.6 Matrixelement van kaonoscillaties	137
10.7 <i>CP</i> schending	138
10.8 <i>B</i> -systeem	139
10.9 Unitaire driehoek	141
10.10 Conclusies <i>CP</i> schending	143
11 Neutrinos	144
11.1 Neutrino bronnen	144
11.2 Zonneneutrino detectoren	146
11.3 SNO (=Sudbury Neutrino Observatory)	148
11.4 KamLAND	150
11.5 Oscillaties: 2 generaties	150
11.6 Oscillaties: 3 generaties	153
11.7 MSW effect	154
11.8 Bepalen van $\theta_{12}, \Delta m_{21}^2$	156
11.9 2de generatie	156
11.10 Relatie tussen eerste en derde generatie	159
11.11 PMNS matrix	160
11.12 Neutrino massahierarchie	160
11.13 Neutrino-oscillaties in IceCube	160
11.14 <i>CP</i> schending	162
11.15 Dirac vs Majorana	163
11.16 Steriele neutrinos?	164
11.17 Soli ∂ experiment	165
12 Fysica voorbij het Standaardmodel	166
12.1 Het standaardmodel: wat zit daar nu allemaal in?	166
12.2 4de generatie fermionen	167
12.2.1 Leptonen	167
12.2.2 Quarks	167
12.3 Nieuwe uitwisselingsbosonen	167
12.4 Zwarte gaten	168
12.5 Huidige toestand van direct onderzoek	170
12.6 Standaardmodel	170
12.7 Behouden grootheden	171
12.8 Grand Unified Theories	172
12.9 Compositeness	175
12.10 Supersymmetrie	176
12.11 Zoektocht naar SUSY	179

12.12Terug neutrinos	181
12.13Zoektocht naar BSM fysica	183
12.14 B_S^0 verval	183

1 Introductie en overzicht

Er worden min of meer 2 handboeken gevolgd: “Modern Particle Physics, Thomson, Cambridge” en “Introduction to Elementary Particle Physics, Bettini, Cambridge, 2008”. De boeken zijn meer gestructureerd dan de cursus. De cursus volgt meer de chaotische structuur van de geschiedenis van de experimenten. Hierdoor krijg je ook meer inzicht hoe de experimenten verlopen en dat het niet altijd even logisch hoort te zijn. Op dit ogenblik weten we nog zeker niet alles en zien nog niet altijd de logica. Bij experimenten wordt er altijd in het duister getast. De bedoeling van deze mastercursus is deels om de mensen in de war te brengen en kritisch na te denken.

De cursus bestaat uit 12 hoofdstukken, waarbij je het meest uitziet naar het laatste hoofdstuk. Deze bespreekt de fysica die we nog niet kennen, met andere woorden niet het Standaard Model.

1.1 High energy physics

Hier wordt er gekeken naar de fundamentele constituenten van de materie en naar de interactie tussen hen. Met andere woorden kijken we naar materiedeeljes en naar krachten.

Tabel 1: Fundamentele materie

Leptons	ν_e	ν_μ	ν_τ	$q = 0$	neutrinos
	e^-	μ^-	τ^-	$q = -1$	charged leptons
quarks	u	c	t	$q = +2/3$	up-type
	d	s	b	$q = -1/3$	down-type

Dat er zowel 6 leptons als quarks zijn is waarschijnlijk geen toeval maar in principe hoeft dit niet. Er zijn bijna geen relaties tussen leptonen en quarks op dit moment. Enkel via de Coulomb kracht zullen deze met elkaar interageren. De leptonen en quarks worden opgedeeld in 3 generaties met als enig verschil tussen de generaties de massa, waarbij het zwaarder deeltje zal kunnen vervallen naar het lichtere deeltje met dezelfde kwantum getallen. Al deze deeltjes vermeldt in tabel 1 zijn elementaire deeltjes met spin 1/2 en zijn dus fermionen, met als gevolg dat deze de Dirac vergelijking volgen en we ze kunnen zien als puntdeeltjes.

Leptonen kunnen vrij zijn. In tegenstelling tot leptonen zijn quarks nooit vrij. Deze binden tot composit deeltjes (hadrons):

- baryons: $|B\rangle = |q_1 q_2 q_3\rangle$

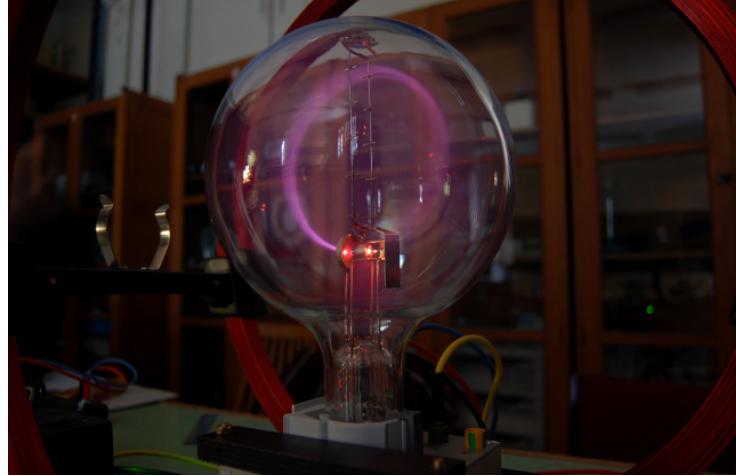
- anti-baryons: $|\bar{B}\rangle = |\bar{q}_1\bar{q}_2\bar{q}_3\rangle$
- mesons: $|M\rangle = |q_1\bar{q}_2\rangle$
- anti-mesons: $|\bar{M}\rangle = |\bar{q}_1q_2\rangle$

De reden voor deze “confinement” is dat alle deeltjes wit moeten zijn. Het bewijs hiervoor is nog niet volledig uitgewerkt. Dit is een probleem van quantum chromo dynamics (=QCD). De laatste jaren zijn er ook penta- ($|P_c^+\rangle = |uudcc\rangle$) en tetraquarks ($|Z\rangle = |c\bar{c}d\bar{u}\rangle$) gevonden.

1.2 Discovering the electron

In 1897 heeft J.J. Thomson het electron voor de eerste keer ontdekt met volgende eigenschappen:

- $q_e = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{C}$
- $m_e = 0.9 \cdot 10^{-31} \text{kg}$
- $s = \frac{1}{2}\hbar = 0.5 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$



Figuur 1: The discovery of the electron

Voor ons eigen gemak voeren we nieuwe eenheden in:

- $Q_e = -1$
- $m_e = 0.511 \text{MeV}$ (gebruik $E = mc^2$)
- $s = \frac{1}{2}$

Hierbij wordt gebruik gemaakt van de natuurlijke eenheden $\hbar = c = 1$. Hierbij zeggen we dat $[T] = s$ en definiëren we de lengte zodat $c = 1$ en de massa zodat $\hbar = 1$. Zo krijgen we de volgende relaties:

$$\begin{aligned}[L] &= [T] \\ [M] &= [E] = [P] = [L]^{-1}\end{aligned}\tag{1}$$

De gevolgen hiervan zijn dat:

$$\begin{aligned}1\text{MeV} &= 1.52 \cdot 10^{21} s^{-1} \\ 1\text{MeV}^{-1} &= 197\text{fm} \\ 1\text{ps}^{-1} &= 0.65\text{meV} \\ 1\text{m} &= 5.07 \cdot 10^6 \text{eV}^{-1}\end{aligned}\tag{2}$$

De enige die je hiervan onthoudt is de 2de. Deze komt uit $\hbar c = 197\text{MeV.fm}$. Voor de relativistische kinematica krijgen we:

$$\begin{aligned}\beta &= v \\ E^2 &= m^2 + |\vec{p}|^2\end{aligned}\tag{3}$$

1.3 Interacties

Er zijn op dit moment 5 krachten: elektrisch, magnetisch, zwak, sterk en gravitationeel. We zouden dit graag reduceren tot 1 fundamentele kracht in de “Theory of Everything” maar dit is nog niet gelukt. De koppelingsconstantes van deze krachten kan je vinden in tabel 2.

Tabel 2: Koppelingsconstantes

	rel. strength	works on	exch. part.
strong	1	quarks	gluons
EM	10^{-2}	q + charged leptons	photon
weak	10^{-7}	q + l + ν	W^+, W^-, Z^0

1.4 Deeltjes experimenten

Deze cursus zal vooral uitweiden over experimenten om grotere beelden te maken van de theorie. Wat staat er in de experimentele grafieken?

Het is belangrijk een hoge resoluties te behalen om de kleine deeltjes te zien. Het is ook nodig om grote center of mass energieën te hebben om nieuwe zware deeltjes te ontdekken.

$$E_{cm} = \sqrt{s}\tag{4}$$

In een collider met vaste targets is $s = E_{beam}$ voor colliding beams is $s = E_{beam}^2$.

1.5 Mandelstam-variables

$$\begin{aligned}
 a + b &\rightarrow c + d \\
 s &= (p_a + p_b)^2 \\
 s &= (E_a + E_b)^2 - (\vec{p}_a + \vec{p}_b)^2 \\
 t &= (E_c - E_a)^2 - (\vec{p}_c - \vec{p}_a)^2 \\
 u &= (E_d - E_a)^2 - (\vec{p}_d - \vec{p}_a)^2
 \end{aligned} \tag{5}$$

s is een Lorentz invariante grootheid en moet geconserveerd blijven tijdens de collisies. Naast de s variabele bestaan ook t het overgebrachte 4-moment $a - c$ en u van $a - d$.

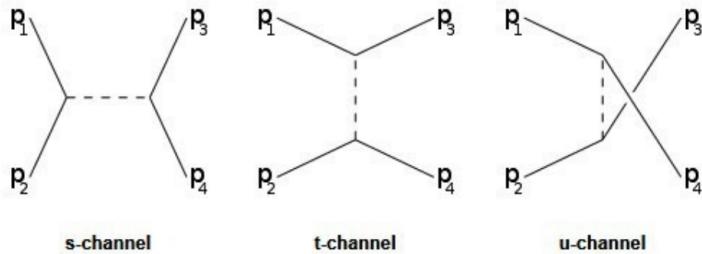
Dit is ooit een examenvraag geweest om te bewijzen dat $s + t + u = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + m_d^2$.

$$\begin{aligned}
 s &= p_a^2 + p_b^2 + 2p_a \cdot p_b \\
 t &= p_a^2 + p_c^2 - 2p_a \cdot p_c \\
 u &= p_a^2 + p_d^2 - 2p_a \cdot p_d \\
 &\quad \downarrow \\
 s + t + u &= p_a^2 + p_b^2 + 2p_a \cdot p_b + p_a^2 + p_c^2 - 2p_a \cdot p_c + p_a^2 + p_d^2 - 2p_a \cdot p_d \\
 &= m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + m_d^2 + (2p_a^2 + 2p_a \cdot p_b - 2p_a \cdot p_c - 2p_a \cdot p_d) \\
 &\quad \downarrow \text{vergelijking (7) en behoud van momentum} \\
 &= m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + m_d^2
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$2p_1^2 + 2p_a \cdot p_b - 2p_a \cdot p_c - 2p_a \cdot p_d = 2p_1 \cdot (p_1 + p_2 - p_3 - p_4) = 0 \tag{7}$$

Hierbij kunnen we deze vergelijking gelijk stellen aan 0 omdat $p_a + p_b - p_c - p_d = 0$.

Deze variabelen zijn makkelijk om de s , t en u kanalen in deze botsingen te beschrijven.

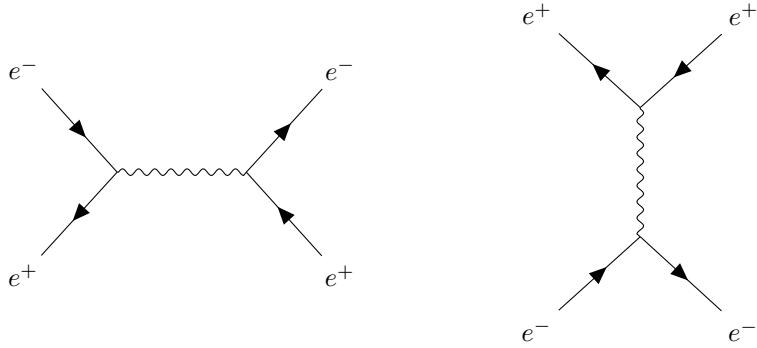


Figuur 2: Mogelijke kanalen tijdens botsingen

Kijken we naar de werkzame doorsneden van deze kanalen zien we:

$$\begin{aligned}\sigma &\sim \frac{1}{E^2} \\ \text{s kanaal: } &\sim \frac{1}{s} \\ \text{t kanaal: } &\sim \frac{1}{t} \\ \text{u kanaal: } &\sim \frac{1}{u}\end{aligned}\tag{8}$$

Als voorbeeld $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$:



Het u kanaal is hier niet mogelijk omdat we met verschillende deeltjes werken. Het u kanaal is enkel mogelijk als we met gelijke deeltjes werken. De reden hiervoor is dat de vertex van e^- naar e^+ niet bestaat.

1.6 Acceleratoren

Er zijn verschillende acceleratoren:

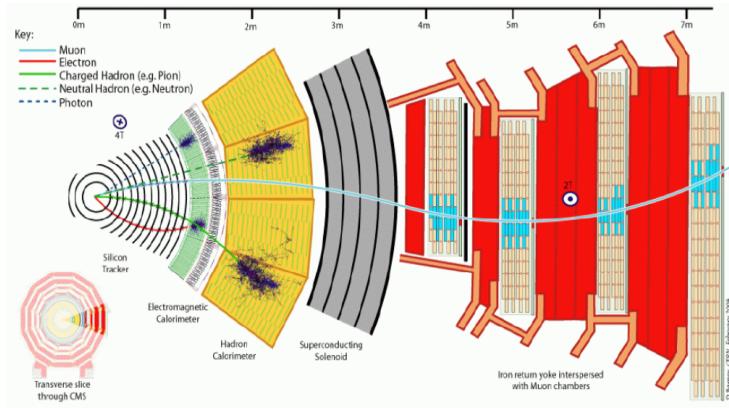
- lepton colliders: e^+e^- , wordt gelimiteerd door de synchrotron straling
- asymmetrische colliders: e^-p
- hadron colliders: $p\bar{p}$ of pp , nadeel dat deze botsingen veel complexer zijn

1.7 Detectoren

Deze bestaan uit een uien structuur.

De verschillende lagen zijn in volgorde:

- centraal, tracker: deeltjes die afbuigen in EM veld
- elektromagnetische calorimeter
- hadronische calorimeter
- magneten
- muon detectoren



Figuur 3: Detector

1.8 Energie verlies

Een geladen deeltje zal met het bewegen door de detector energie verliezen. De Bethe-Bloch functie beschrijft het gemiddelde energieverlies door ionisatie.

$$-\frac{dE}{dx} = K \frac{\rho Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 \right) \right] \quad (9)$$

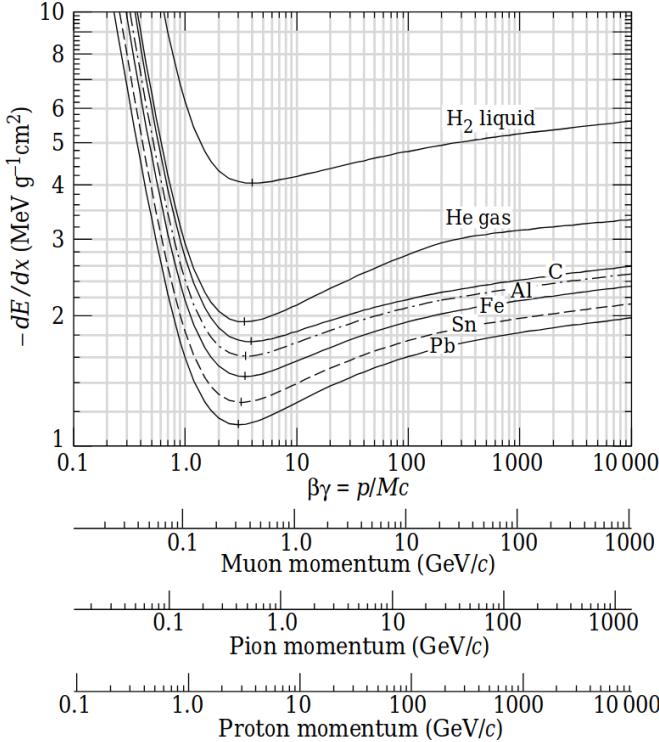
Dit is in figuur 4 gegeven in de zone tussen 0.1 en 10. Dit is door Coulomb-interactie met atomen. De β^2 factor, ook wel de relativistische rise, is het gevolg van Bremsstrahlung waarbij deeltjes worden afgebogen door het atoom en een hoogenergetisch foton uitsturen.

De muonen bevinden zich meestal in de zone waar het energieverlies het laagste is en noemen we dan ook minimum ionising particles. Elektronen gaan heel veel fotonen afstralen en verliezen heel veel energie. Hadronen zullen naast het ioniseren ook sterke interacties ondergaan. Hierdoor verliezen we het originele deeltje en worden secundaire hadronen gemaakt.

1.9 Deeltjes detectoren

We gaan de verschillende deeltjes die gecreëerd zijn tracken, voor de geladen deeltjes zowel de richting als hun momentum. Dit wordt gedaan aan de hand van ionisatie. We doen ook aan calorimetrie, wat een destructieve detectiemethode is. Ten laatste, buiten de calorimeters, worden de muonen gedetecteerd. De werking voor de verschillende detectoren gaat als volgt:

- Tracking detectoren: Een deeltje beweegt door een gebied met gas die de gasatomen ioniseert. In dit gas is een hoog spanningsveld aanwezig, zodat de geladen atomen zullen driften richting de anode of kathode en zo een signaal bekomen. Door een nauw grid aan anodes en kathodes aan te leggen kan dit heel nauwkeurig gemeten worden. Dit kan ook met een



Figuur 4: Bethe-Bloch functie

halfgeleider en dan krijg je elektron-gat paren in plaats van electron-ion paren.

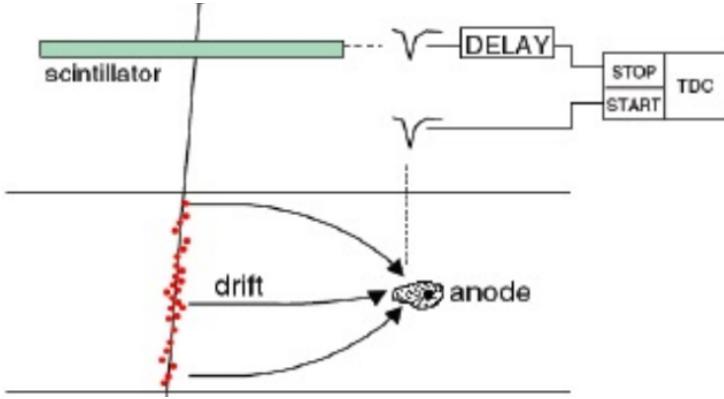
- Calorimeter detectoren: Dit is meestal een kristal waar de energie van de deeltjes meestal omgezet wordt in zichtbaar licht dat kan gedetecteerd worden.

1.10 Event reconstructie

Als voorbeeld de top pair productie om aan te tonen dat de detectie niet zo makkelijk is als het lijkt.

$$\begin{aligned}
 pp &\rightarrow t\bar{t}X \\
 t &\rightarrow W^+ b \rightarrow \mu^+ \nu b \\
 \bar{t} &\rightarrow W^- \bar{b} \rightarrow q\bar{q}'\bar{b} \\
 pp &\rightarrow b\bar{b}q\bar{q}'\nu\mu
 \end{aligned} \tag{10}$$

De X in deze productie zijn de overige 100 tot 1000den deeltjes die geproduceerd kunnen worden door 1 botsing. Hieruit moeten de correcte deeltjes gedetecteerd



Figuur 5: Tracking detector

worden wat natuurlijk niet eenvoudig is. Hierboven hebben we een groot probleem bij het onderzoeken van de top quark dat deze een heel korte levensduur heeft. Uiteindelijk kunnen we hieruit 4 “jets” van de quarks, een μ en een deel missende energie waarnemen. Om de top quarks te reconstrueren gaan we de b-jets proberen taggen. Door het gebruik van een hermetische detector zal het ook mogelijk zijn om de missende energie van de neutrino’s te vinden. Dit kan natuurlijk enkel in de transversale richting.

1.11 Cross sectie

De interactie rate per eenheid van tijd is gegeven door:

$$R_i = \sigma N_t \Phi_b \quad (11)$$

met σ de cross sectie, N_t het aantal targets in de beam sectie en Φ_b de beam flux. Kijken we nu bijvoorbeeld naar de protonen. Die kunnen door de detector tracken en kunnen in de elektromagnetische calorimeter botsen met andere deeltjes en verloren gaan. Dit kan gezien worden in de volgende vergelijkingen.

$$\begin{aligned} dI(z) &= -dR_i = -\sigma \Phi_b(z) dN_t \\ &= -\sigma \frac{I(z)}{A} n_t A dz \\ \Rightarrow \frac{dI(z)}{I(z)} &= -\sigma n_t dz \\ \Rightarrow I(z) &= I_0 e^{-n_t \sigma z} \end{aligned} \quad (12)$$

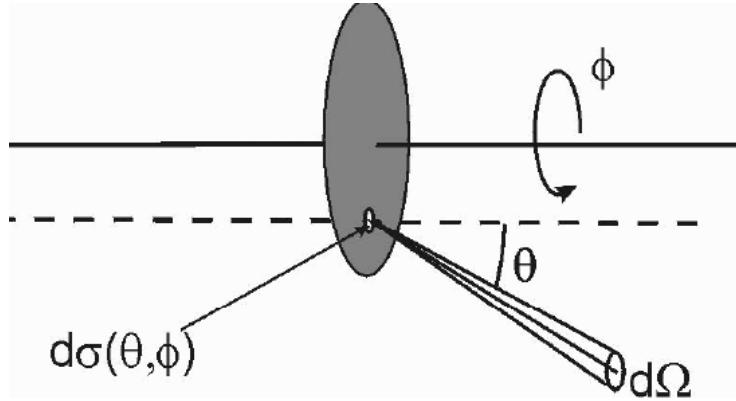
Uit de exponent die we juist hebben berekend kunnen we de absorptielengte bepalen: $L_{abs} = 1/(n_t \sigma)$. Protonen met energieën van een aantal TeV zullen een L_{abs} van ongeveer 10cm hebben in detectoren. De luminositeit \mathcal{L} is gegeven

door:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{R_i}{\sigma} = \Phi_b N_t = \frac{N_b N_t}{A} \\ [\mathcal{L}] &= [L^{-2} T^{-1}]\end{aligned}\quad (13)$$

Het handige aan \mathcal{L} is dat deze grootheid gekend is omdat we het aantal target deeltjes in de bundel en de flux van de bundel onder controle hebben. Met deze kennis, samen met het aantal uitgaande deeltjes, kunnen we zien wat de werkzame doorsnede is. De geïntegreerde luminositeit wordt ook veel gebruikt: $\int \mathcal{L} dt$.

1.12 Differentiële cross sectie



Figuur 6: Differentiële cross sectie

De differentiële cross sectie is niets meer dan de cross sectie in functie van de ruimtehoek.

$$\begin{aligned}\sigma &= \int \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) d\Omega \\ 4\pi &= \int d\Omega \\ d\Omega &= d\phi d\cos\theta = d\phi \sin\theta d\theta\end{aligned}\quad (14)$$

Een botsing zal normaal de azimutale symmetrie behouden en dan krijgen we:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \rightarrow \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \quad (15)$$

en is de ϕ afhankelijkheid irrelevant. Dit is niet het geval voor gepolariseerde bundels.

1.13 Hoe meten we dit alles

Uit de experimenten hebben we het aantal deeltjes onder een bepaalde hoek θ gedetecteerd over de breedte van de hoek waaronder we waarnemen omdat deze eindig is. Deze willen we zo klein mogelijk. Uit al deze detecties moeten de deeltjes waarin we geïnteresseerd zijn, afgezonderd worden van de background deeltjes. Dit wordt weergegeven in de onderstaande vergelijkingen.

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d \cos \theta} &= \frac{\Delta N(\cos \theta)}{\Delta \cos \theta \cdot \mathcal{L}} \\ &= \frac{\Delta N_{selected}(\cos \theta) - \Delta N_{background}^{expected}(\cos \theta)}{\mathcal{L} \cdot \Delta \cos \theta \cdot \epsilon(\cos \theta)}\end{aligned}\quad (16)$$

met ϵ de selectie-efficiëntie. ϵ en $\Delta N_{background}^{expected}$ zullen bepaald worden in Monte Carlo berekeningen. Hierbij is het heel belangrijk om de trade-off tussen efficiëntie en background te optimaliseren.

2 Quantum getallen

Er zijn verschillende quantumgetallen die gebruikt worden. Deze kunnen opgesplitst worden in 2 groepen:

- Additieve quantumgetallen:
 - baryongetal
 - elektrische lading
 - kleur
 - leptongetal
 - ...

Deze komen overeen met continue transformaties. Dit wil zeggen dat de getallen kunnen oplopen.

- Multiplicatieve kwantum getallen
 - pariteit
 - C-pariteit
 - ...

Komen overeen met discrete transformaties en kunnen bv voor pariteit enkel -1 of 1 zijn.

2.1 Elektrische lading

We weten dat de elektrische lading behouden is.

$$\sum_{init} Q_i = \sum_{final} Q_i \quad (17)$$

Dit wil zeggen dat de lichtste drager van de lading stabiel zal moeten zijn. Met een levensduur τ_e van het elektron groter dan $6.6 \cdot 10^{28}$ yr (90% CL) is dit ook het geval.

De antideeltjes hebben tegengestelde lading.

$$|Q_{e^+} + Q_{e^-}|/e < 4 \cdot 10^{-8} \quad (18)$$

2.2 Leptongetal

Het leptongetal \mathcal{L} is $+1$ voor de e^- , μ^- , τ^- en de neutrino's en -1 voor e^+ , μ^+ , τ^+ en de antineutrino's. Voor al de andere deeltjes is het lepton getal 0. Voor zover we weten is het lepton getal voor elke generatie behouden met een uitzondering van de neutrino oscillaties die dit niet behouden.

De som van de lepton getallen $\mathcal{L} = \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_\mu + \mathcal{L}_\tau$ moet altijd behouden worden. Dit wil zeggen dat het lichtste neutrino stabiel moet zijn. Ergens weten we dat het lepton getal niet helemaal behouden kan zijn. Dit weten we "zeker" voor het baryongetal (zie hieronder).

2.3 Baryongetal

Het baryongetal \mathcal{B} is $+1$ voor al de baryonen, -1 voor al de anti-baryonen en 0 voor de rest. In alles wat we ooit hebben gezien is het baryon getal behouden. Dit zegt ons terug dat het lichtste baryon, het proton, stabiel moet zijn. Met een levensduur τ_p van meer dan $2.1 \cdot 10^{29}$ yr (90% CL) is dat natuurlijk stabiel. In de theorieën waar \mathcal{B} niet behouden wordt, wordt \mathcal{L} ook niet behouden. Maar wat er wel zou behouden worden worden is $\mathcal{B} - \mathcal{L}$. Achter het behoud van deze 2 quantum getallen zit geen ijk principe. Dit zijn puur experimentele vaststellingen. We weten dat deze niet helemaal behouden kunnen worden als we denken aan de big bang. Hier ontstaat het universum uit pure energie. Deze splitst op in deeltje-antideeltje paren. M.a.w. moet er bij de big bang even veel materie als anti-materie gecreëerd zijn. Vandaag de dag nemen we deze anti-materie niet meer waar dus moet deze toch ergens verdwenen zijn.

De baryonen zijn opgesteld uit quarks en antiquarks. Dit geeft ons de nieuwe baryon getallen:

- $\mathcal{B} = +\frac{1}{3}$ voor quarks
- $\mathcal{B} = -\frac{1}{3}$ voor antiquarks
- $\mathcal{B} = 0$ voor de rest

2.4 Impulsmoment

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (19)$$

Wat deze intrinsieke spin nu juist betekent, hangt af van de omstandigheden. We weten wel dat het totaal angulair moment behouden is. De fundamentele reden hiervoor is dat alles wat we zien en alle theorieën die we uitschrijven invariant zijn voor rotatie in de ruimte. Het behoud van energie komt uit de tijdsinvariantie en het behoud van moment uit de de ruimtelijke invariantie.

$$\begin{aligned} \vec{L} + \vec{S} &= \vec{J} \\ |l - s| \leq j &\leq |l + s| \\ j_3 &= m = l_3 + m_3 \end{aligned} \quad (20)$$

De angulaire moment operator is gegeven door:

$$\begin{aligned} \hat{\vec{L}}^2 &= l(l+1)\hbar^2 \\ \hat{L}_3 &= l_3\hbar \end{aligned} \quad (21)$$

Hierbij zijn de quantum getallen gegeven door $l = 0, 1, 2, \dots$ en $-l \leq l_3 \leq l$. De angulaire momenta zullen veel samengesteld worden. Al de mogelijke combinaties van composities en decomposities worden gedaan aan de hand van de Clebsch-Gordan coëfficiënten, die de kans tussen de verschillende quantumgetallen zullen weergeven. Zie de oefeningenlessen om hier goed mee te leren werken. De algebra van de Clebsch-Gordan coëfficiënten komt uit de symmetriegroep O(3), die isometrisch is met SU(2).

2.5 Strong isospin

We zien dat de Lagrangiaan van de sterke en zwakke interactie ijk invariant is met als groep SU(2). Dit betekent dat het proton en neutron voor de sterke wisselwerking identiek zijn. Dit komt neer op het feit dat voor de sterke wisselwerking de up en down quark identiek zijn. Dit is niets anders dan het analogon voor een elektron met spin up $|e^\uparrow\rangle$ en spin down $|e^\downarrow\rangle$. Het proton en neutron vormen samen een sterk isospin doublet, de nucleonen:

$$N = \binom{p}{n} \quad (22)$$

Een aantal verschillende sterke isospin multipletten zijn weergegeven in tabel 3. Hieruit lijkt dit een goed kwantumgetal te zijn, omdat binnen een multiplet de deeltjes op een kleine afwijking na dezelfde massa te hebben. Het verschil in massa's binnen een multiplet komt van andere interacties, vooral de elektromagnetische. Omdat de massa's niet perfect overeen komen, wil dit zeggen dat dit geen perfect kwantumgetal zal zijn.

Tabel 3: Strong isospin

	I	I_3	\mathcal{B}	S	Q	Mass (MeV)
p	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	1	0	+1	938
n	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	940
π^+	1	+1	0	0	+1	140
π^0	1	0	0	0	0	135
π^-	1	-1	0	0	-1	140
η	0	0	0	0	0	547
Ξ^0	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-2	-2	0	1315
Ξ^-	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-2	-2	-1	1325

Naast de up en down quarks zijn er natuurlijk ook andere quarks ontdekt. Om deze toe te voegen is er een nieuw kwantumgetal toegevoegd, de hyperlading.

$$I_3 = Q - \frac{Y}{2}, \quad Y = \mathcal{B} + S \quad (23)$$

Wetenschappers hadden de relatie tussen de sterke interactie en de elektromagnetische interactie ingezien. Later zijn er naast de lading, het baryongetal en de strangeness nog andere kwantum getallen voor de quarks gevonden. Deze zijn:

Strangeness	$S(s) = -1$	$S(\bar{s}) = +1$	$S(\dots) = 0$
Charmness	$C(c) = +1$	$C(\bar{c}) = -1$	$C(\dots) = 0$
Bottomness	$B(b) = -1$	$B(\bar{b}) = +1$	$B(\dots) = 0$
Topness	$T(t) = +1$	$T(\bar{t}) = -1$	$T(\dots) = 0$

en de hyperlading wordt uitgebreid tot:

$$Y = \mathcal{B} + S + C + B + T \quad (24)$$

Hier zitten de U en D niet in omdat deze verwerkt zijn in I_3 .

De sterke isospin zal behouden worden in de sterke interactie, I_3 is door zijn connectie met de lading Q behouden in elektromagnetische interactie. Deze zijn niet behouden in de zwakke interactie.

2.6 Multiplicatieve kwantumgetallen

We kennen er 3:

- P pariteit
- C pariteit: charge conjugation
- T pariteit: time reversal

Het ‘‘CPT-theorema’’ is niets anders dan: Elke Lorentz-invariante lokale kwantumveldentheorie is invariant onder CPT. De gemaakte assumpties om dit te bewijzen zijn:

- Lorentz-invariant
- Lokaliteit (geen interactie op afstand)
- Causaliteit (oorzaak voor effect)
- Het vacuüm is de laagste energietoestand
- vlakke ruimte-tijd
- puntdeeltjes

Als gevolg hebben we

$$\begin{aligned} m_X &\equiv m_{\bar{X}} \\ \Gamma_X &\equiv \Gamma_{\bar{X}} \end{aligned} \tag{25}$$

Dit is bewezen in de experimenten: $|m_p - m_{\bar{p}}| < 7 \cdot 10^{-10}$ (90% CL).

2.7 Pariteit

Spiegelen door de oorsprong.

$$\begin{aligned} \vec{r} &\rightarrow -\vec{r} \\ \vec{p} &\rightarrow -\vec{p} \\ \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} &\rightarrow -\vec{r} \times -\vec{p} = \vec{L} \end{aligned} \tag{26}$$

Hier kan je duidelijk het verschil zien tussen een vector, \vec{r} en \vec{p} , en een pseudo (axiale) vector, \vec{L} , waarbij de vector van teken zal veranderen en de pseudovector niet. Indien we 2 maal spiegelen door de oorsprong krijgen we de identiteit operator $P^2 = 1$ en hieruit kunnen we de eigenwaarden van P bepalen, ± 1 , $+1$ voor pseudovectoren en -1 voor vectoren. De pariteit heeft de volgende eigenschappen:

H-atoom		$(-1)^l$
γ		-1 uit Maxwell vgl.
$f\bar{f}, l=0$		-1 uit Dirac vgl.
f		$+1$ conventie
\bar{f}		-1 conventie
$f\bar{f}, l$	$(-1)(-1)^l = (-1)^{l+1}$	
$b\bar{b}, l=0$		$+1$
$b\bar{b}, l$		$(-1)^l$

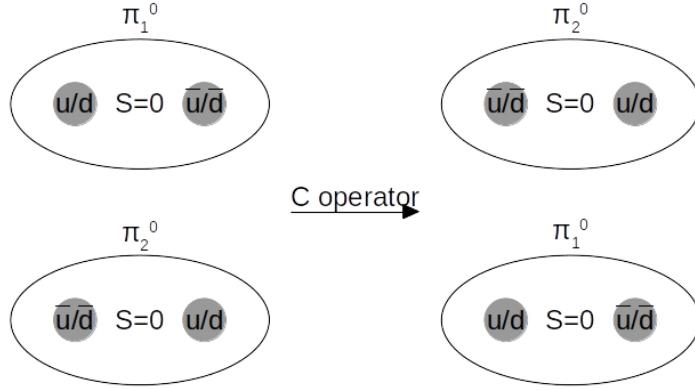
De reden waarom een foton een negatieve pariteit heeft komt uit de Maxwell vergelijkingen. Je kan dit inzien als je het elektrisch veld tussen een elektron en positron bekijkt. Als deze door de oorsprong worden gespiegeld zal het teken van het elektromagnetische veld ook omdraaien.

2.8 C-pariteit

Dit is het uitwisselen van de deeltjes met antideeltjes en omgekeerd. De eigen-toestanden van de C operator zijn enkel de neutrale deeltjes (lading 0). Als voorbeeld, de C operator inwerkend op een proton geeft een antiproton, wat niet dezelfde deeltjes zijn. De eigenschappen van de C operator zijn:

γ	-1
$n\gamma$	$(-1)^n$
$b\bar{b}, s=0$	$(-1)^l$
$b\bar{b}$	$(-1)^{l+s}$
$f\bar{f}$	$(-1)^{l+s}$

Bij het uitvoeren van de C operator op een boson-antiboson systeem en een fermion-antifermion systeem moeten we even nadenken. In de les werd het pion gebruikt als voorbeeld van een spin-0 deeltje. In de spin-uitwisseling van het meson-antimeson systeem kunnen we zien dat er niets is veranderd aan de spin-golffuncties en het dus mogelijk is dat de pariteit enkel afhangt van l . Hetzelfde geldt ook voor boson-antiboson systemen.



Figuur 7: π^0 onder C operatie

Daarentegen kunnen de fermionen geen spin nul hebben. Als we kijken naar de verschillende combinaties die 2 fermionen kunnen ondergaan (figuur 8), zien we dat de spin golffunctie symmetrisch is voor S oneven en antisymmetrisch voor S even. Dit geeft ons voor de spin verandering van 2 fermionen $(-1)^{s+1}$.

Combinaties	Totale spin S	Z component S_z
	1	+1
 + 	1	0
 - 	0	0
	1	-1

Figuur 8: Fermion combinaties

2.9 Pion pariteit

Historisch gezien was het niet makkelijk om deeltjes uit elkaar te houden.

$$\begin{aligned}\mu^\pm &\simeq 105 \text{ MeV} \\ \pi^\pm &\simeq 140 \text{ MeV} \\ \pi^0 &\simeq 135 \text{ MeV}\end{aligned}\tag{27}$$

Deze deeltjes zijn ontdekt in kosmische straling. Het verschil tussen het muon en de pions is dat het muon een lepton is en dus enkel elektromagnetisch interacteert. Bij het onderzoek gaven de muonen in de gaskamer een mooie lijn van geïoniseerd gas en de pionen een knal. In die tijd kon geen onderscheid gemaakt worden tussen de massa van de 2 deeltjes. Wat wel makkelijk te herkennen was, was π^0 die vervalt in 2 fotonen. Door de energie van de 2 fotonen samen te tellen krijg je perfect een piek bij 135MeV. Omdat γ een spin 1 deeltje is en dat het pion vervalt in 2 γ 's weten we dat π^0 een boson moet zijn. Het moet een heeltallige spin hebben om te kunnen vervallen in 2 γ 's. Bepalen of er een relatie was tussen π^\pm en π^0 , en dus ook een verschil tussen μ en π^\pm , heeft een lange tijd geduurde. De spin van π^0 is bepaald aan de hand van de vervallen $\gamma + \gamma$ en $e^+ + e^- + e^+ + e^-$ die uitgezet zijn in Dalitz plots. Zo bekomen we experimenteel dat de totale spin voor de pionen $J = 0$ is.

Het bepalen van de pariteit van pionen kan gedaan worden aan de hand van het volgende experiment:

$$\pi^- + d \rightarrow n + n\tag{28}$$

Een π^- bundel kan bekomen worden door een protonenbundel in te sturen op een blok materie en door met een spectrocoop de π^- deeltjes af te zonden van de rest. Deze laagenergetische pionen verliezen in D_2O energie en kunnen ingevangen worden in deuterium. Deze hoog aangeslagen toestanden zenden X-stralen uit tot ze in de grondtoestand terug vallen.

$$s_d = 1; s_\pi = 0 \Rightarrow J = 1\tag{29}$$

De reden waarom $L = 0$ is in dit geval is omdat het samengesteld systeem zich in de grondtoestand bevindt (S-state). De spin van het deuterium kan eigenlijk 0 of 1 zijn. De reden waarom het onmogelijk is om een $s_d = 0$ te hebben kunnen we vinden door de symmetrie van de golffunctie van het deuterium ($D = p + n$) te bekijken (behoud angulair moment).

Tabel 4: Symmetrie van deuterium golffunctie

$\psi_f \sim$	$\phi(r)$	$\chi(s)$	$\Psi(I)$
-	+	+	-
-	+	-	+

De golffunctie van het deuteron moet antisymmetrisch (-) zijn voor de omwisseling van het proton en neutron. Omdat we $L = 0$ hebben is het ruimtelijke orbitaal altijd symmetrisch. De spin kan zowel symmetrisch als antisymmetrisch zijn met de isospin het tegengestelde omdat anders de antisymmetrie van de golffunctie niet correct is. De verschillende spin en isospin opmengingen zijn gegeven door:

Tabel 5: Multipletten van deuterium

spin multiplet	isospin multiplet
$\uparrow\uparrow, \downarrow\downarrow, \uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow$	$np - pn$
$\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow$	$nn, pp, np + pn$

Experimenteel zien we dat de nn en pp niet bestaan. Enkel het isospin singlet bestaat en s_d moet dus 1 zijn.

Nu we weten wat de spin is van de begintoestanden kunnen we dat ook doen voor de eindtoestanden. De spin van neutronen is $1/2$ en hebben we dus 2 mogelijkheden voor de totale spin van 0 of 1. Omdat neutronen fermionen zijn moet de totale golffunctie in dit geval antisymmetrisch zijn. Nu kunnen we hetzelfde verhaal doen als het deuterium, met deze keer L die geen restricties heeft en I niet verandert. Zo krijgen we dat $(-1)^{L+S+1} = -1$ moet zijn. Dit wil zeggen dat dat $L+S$ voor de neutronen even moet zijn. Er zijn 3 mogelijkheden om $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ van de neutronen gelijk aan 1 te krijgen.

- $L = 0, S = 1$
- $L = 1, S = 0, 1$
- $L = 2, S = 1$

Hiervan is uiteindelijk maar 1 combinatie waar $L+S$ even is: $L = 1, S = 1$, al de andere zijn oneven. Met andere woorden moeten de 2 neutronen parallelle spins hebben en in een P-golf rond elkaar bewegen. De uiteindelijke toestand van de neutronen kan neergeschreven worden als 3P_1 met een pariteit $(-1)^L = -1$. Nu kan je afvragen wat het verschil is tussen deze symmetrie en de eerder gegeven symmetrie $(-1)^{L+S+1}$. $(-1)^{L+S+1}$ is de symmetrie van de totale golffunctie van

het neutron-neutron paar (altijd antisymmetrisch voor fermionen) en $(-1)^L$ is de symmetrie onder spiegeling rond de oorsprong.

Omdat protonen en neutronen dezelfde intrinsieke pariteit hebben hangt de pariteit van deuterium enkel af van het baanmoment tussen p en n . Omdat $L_d = 0$ hebben we uiteindelijk dat $P_d = (-1)^0 = +1$.

Met al deze gegevens kunnen we nu de pariteit van π^- bepalen. Uit behoud van pariteit kunnen we halen dat de pariteit van $\pi^- + d$ gelijk moet zijn aan -1 . Vul dit allemaal in en dan vinden we:

$$\begin{aligned} P_\pi \cdot P_d \cdot (-1)^{L_{\pi+d}} &\rightarrow p_\pi \cdot (+1) \cdot (+1) = -1 \\ \Rightarrow P_\pi &= -1 \end{aligned} \quad (30)$$

2.10 G-pariteit

De reden dat dit is ingevoerd is omdat de C operator enkel een goed kwantumgetal is voor $Q = 0$. Een uitbreiding van de C operator is de G operator die de tekortkomingen van de C operator zou moeten opvangen.

$$G = CR = C \exp(i\pi I_2) \quad (31)$$

De R operator is een rotatie over 180° over de isospin y-as. In figuur 9 kan je zien hoe deze operator zal inwerken op een π^+ .

Kijken we naar de eigentoestanden van de R operator zien we voor de ruimtelijke sferische golffunctie (rotatie 180° rond y-as, $\exp(i\pi L_y)$):

$$Y_l^0(\theta, \phi) \rightarrow Y_l^0(\pi - \theta, \pi - \phi) = (-1)^l Y_l^0 \quad (32)$$

Het equivalent kan gedaan worden voor de isospin golffunctie $I_3 = 0$:

$$\chi(I, 0) \rightarrow (-1)^I \chi(I, 0) \quad (33)$$

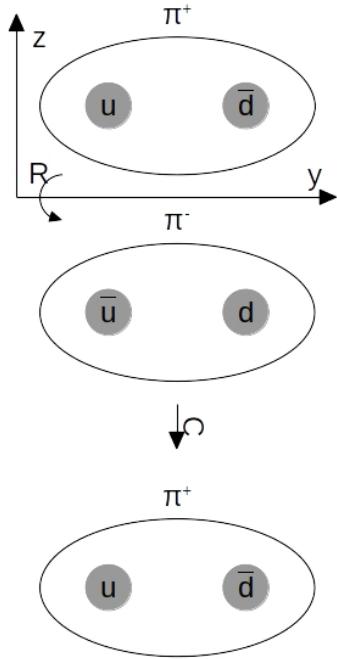
De eigenwaarde voor de R operator is dus $(-1)^I$. De reden waarom de z component van de isospin 0 mag genomen worden is omdat deze toch behouden wordt door de sterke wisselwerking en dus geen verschil zou maken als we die anders kiezen. Voegen we dit samen met de C operator, dan krijgen we de eigenwaarde van de G operator:

$$G |\psi\rangle = (-1)^{l+s+I} |\psi\rangle \quad (34)$$

Terug voor π^0 hebben we:

- $C = +1$ door het verval $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ waarbij de pariteit van 2 gelijke deeltjes altijd positief zal zijn
- $R = (-1)^1 = -1$

Dit samen geeft $G |\pi\rangle = -|\pi\rangle$. Dit geldt voor alle pionen omdat de sterke lading niet naar de lading kijkt. Hieruit kunnen we ook halen dat $G |n\pi\rangle = (-1)^n |n\pi\rangle$. Een mooi voorbeeld waar deze G operator te pas komt is bij het verschil tussen $\rho(780\text{MeV})$ en $\omega(780\text{MeV})$. Deze hebben beide een immense vervalbreedte en



Figuur 9: G operator inwerkend op een pion

zouden dus niet uit elkaar gehouden kunnen worden. Het enige verschil is dat $I_\rho = 1$ en $I_\omega = 0$ met respectievelijk $G_\rho = +1$ en $G_\omega = -1$. Zo zien we dat ρ zal vervallen naar 2 pionen en ω naar 3. Zo is het mogelijk om deze bij een experiment uit elkaar te houden.

Meestal zullen mesonen als volgt voorgesteld worden: $I^G(J^{PC})$. Belangrijk om te weten is dat de G pariteit enkel behouden wordt door de sterke wisselwerking.

mogelijke examenvraag: aantal mesonen gegeven, leid de isospin, spin, pariteit ($= (-1)^{L+1}$ extra - teken door tegengestelde intrinsieke pariteit)... af uit de toestand

3 Feynman diagrammen, processen en correcties

3.1 Schrödinger en co

In de klassieke mechanica hebben we:

$$\frac{\vec{p}^2}{2m} + V = E \quad (35)$$

of voor een vrij deeltje:

$$\frac{\vec{p}^2}{2m} = E \quad (36)$$

Overgaan naar kwantummechanica geeft:

$$\begin{aligned} \vec{p} &\rightarrow \frac{\vec{\nabla}}{i} \\ E &\rightarrow i \frac{\partial}{\partial t} \\ -\frac{1}{2m} \vec{\nabla}^2 \psi &= i \frac{\partial \psi}{\partial t} \end{aligned} \quad (37)$$

Relativiteit toevoegen geeft $E^2 - \vec{p}^2 = m^2$ of in invariante notatie $p^\mu p_\mu - m^2 = 0$. Vervangen we dit in vergelijking (37) krijgen we de Klein-Gordon vergelijkingen.

$$-\partial^\mu \partial_\mu \psi - m^2 \psi = 0 \quad (38)$$

Deze zijn door Schrödinger opgesteld voordat hij de Schrödinger vergelijking heeft opgesteld. Dit omdat eerst geprobeerd is de vergelijkingen relativistisch op te lossen, maar dit lukte niet en ze zijn dan eerst klassiek opgelost. Het probleem bij de Klein-Gordon vergelijkingen is dat $|\psi|^2$ geen probabiliteit meer is a.k.a deze is niet positief definit. De reden hiervoor is de tweede afgeleide naar de tijd. Dit komt er fysisch op neer dat deeltjes gecreëerd en geannihileerd kunnen worden. Schrijven we de Klein-Gordon vergelijking eenvoudiger:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \vec{\nabla}^2 \psi - m^2 \psi \quad (39)$$

vermenigvuldig dit met de canonische ψ^* en trek er het canonische toegevoegde van af.

$$\psi^* \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \psi \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial t^2} = \psi^* (\vec{\nabla}^2 \psi - m^2 \psi) - \psi (\vec{\nabla}^2 \psi^* - m^2 \psi^*) \quad (40)$$

Dit kan herschreven worden als volgt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) = \vec{\nabla} \cdot (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) \quad (41)$$

Zo krijgen we iets dat afgeleid is naar de tijd dat moet gelijk zijn aan iets afgeleid naar de ruimte. Dit kan niets anders dan een continuïteit vergelijking.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} &= 0 \\ \rho &= i \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (42)$$

Voor een vrij deeltje (plane wave) is de golffunctie:

$$\psi(\vec{x}, t) = N e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} \quad (43)$$

met N de normalisatieconstante. Vullen we dit in ρ in, dan krijgen we:

$$\begin{aligned}\rho &= 2|N|^2 E \\ E &= \pm\sqrt{p^2 + m^2}\end{aligned}\tag{44}$$

Belangrijk hier is dat E niet constant is en dus ook de densiteit aan deeltjes is niet constant. De E in de relativiteit komt van de Lorentz contractie. Naarmate de energie toeneemt zal door de normalisatie van de golfvergelijking het volume kleiner worden.

3.2 Dirac

Dirac wil de kwantummechanica en relativiteit toch samenvoegen. Hij zoekt naar een vergelijking die eerste orde is in t :

$$\hat{E}\psi = (\vec{\alpha} \cdot \hat{p} + \beta m)\psi\tag{45}$$

en hij eist dat ψ voldoet aan de Klein-Gordon vergelijkingen. Zo gaan de niet te interpreteren densiteiten ρ weg. De enige manier om dit op te lossen is wanneer $\vec{\alpha}$ en β 4×4 matrices zijn. Dit omdat er aan anticommutatierelaties zal moeten voldaan worden, wat niet kan met getallen. Dit geeft mee dat ψ 4 componenten zal hebben, "Dirac spinor".

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}\tag{46}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}\tag{47}$$

$$\begin{aligned}\alpha_i &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_x &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_y &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_z &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{48}$$

Nu is het mogelijk om de Diracvergelijking (vergelijking (45)) te herschrijven in zijn covariante vorm:

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi = 0\tag{49}$$

met γ de eerder gedefineerde 4×4 matrices genormeerd naar de lichtsnelheid.

3.3 Spin

Het probleem dat Dirac vaststelt is dat het angulaire momentum $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ niet zal behouden worden in de relativistische kwantummechanica maar wel in de klassieke kwantummechanica.

Tabel 6: caption

$\hat{H}_{SE} = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m}$	$[\hat{H}, \hat{\vec{L}}] = 0$	L conserved
$\hat{H}_D = \vec{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} + \beta m$	$[\hat{H}, \hat{\vec{L}}] = -i\vec{\alpha} \cdot \vec{p}$	L not conserved

In plaats van op te geven gaat hij kijken naar

$$\hat{S}_i \equiv \frac{1}{2} \sum_i \hat{\vec{S}}_i \equiv \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} \quad (50)$$

waarbij bewezen kan worden dat $[\hat{H}_D, \hat{\vec{S}}] = +i\vec{\alpha} \times \vec{p}$ is.

$$[\hat{H}_D, \hat{\vec{S}}] = [\vec{\alpha} \times \vec{p}, \hat{\vec{S}}] + m[\beta, \hat{\vec{S}}] \quad (51)$$

De spin zal niet interageren met β en de commutator is nul.

$$[\hat{H}_D, \hat{\vec{S}}] = [\vec{\alpha} \times \vec{p}, \hat{\vec{S}}] \quad (52)$$

Aan de hand van Lie algebra zien we direct dat deze commutatie neerkomt op

$$[\hat{H}_D, \hat{\vec{S}}] = i\vec{\alpha} \times \vec{p} \quad (53)$$

Voegen we dit allemaal samen kunnen we zien dat het totaal angulair momentum we zal behouden worden.

$$[\hat{H}_D, \hat{\vec{J}}] = [\hat{H}_D, \hat{\vec{L}} + \hat{\vec{S}}] = 0 \quad (54)$$

Uit de Diracvergelijkingen kunnen we direct halen dat de spin van deze deeltjes $\frac{1}{2}$ zijn en dat de Diracdeeltjes dus fermionen zijn.

Vullen we in vergelijking (49) de golffunctie in voor het vrije deeltje in:

$$\psi(\vec{x}, t) = u(E, \vec{p}) e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} \quad (55)$$

dan krijgen we met de vereenvoudigde Diracvergelijking

$$(\gamma_\mu p^\mu - m)u = 0 \quad (56)$$

4 oplossingen:

$$u^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + i p_y}{E+m} \end{pmatrix}, u^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_x - i p_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \end{pmatrix} u^{(3)}, u^{(4)}, \quad (57)$$

en hun energie:

$$\begin{aligned} u^{(1)}(u^{(2)}) : E &= +|\sqrt{p^2 + m^2}| \\ u^{(3)}(u^{(4)}) : E &= -|\sqrt{p^2 + m^2}| \end{aligned} \quad (58)$$

De negatieve energieën kunnen geïnterpreteerd worden als de

- negatieve energie deeltje terug gaande in de tijd
- positieve energie anti-deeltje voorwaarts in de tijd

Na verder inzien lijkt het me niet nuttig om de Diracvergelijkingen verder uit te schrijven hier. Deze staan perfect uitgewerkt in Thomson. Voor dit deel schrijf ik enkel belangrijke mededelingen neer uit de les.

3.4 Spin toestanden

De heliciteit is niet triviaal voor een bewegend deeltje. Om dit te definiëren maken we gebruik van de heliciteit:

$$h \equiv \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{p} \quad (59)$$

We doen dit omdat de z-as natuurlijk niet Lorentz-invariant is. Door de spin te projecteren op het momentum van het deeltje, wat natuurlijk wel invariant is, wordt dit probleem opgelost. De deeltjes hebben dus zowel een spin als heliciteit, met de heliciteit parallel (rechtshandig) of antiparallel (linkshandig) aan het momentum van het deeltje. Belangrijk om te weten is dat heliciteit nog steeds niet Lorentz-invariant is.

3.5 Intrinsieke pariteit

Ik verwijst hier terug naar de Thomson p. 108. De uitkomsten voor de pariteit operator

$$\begin{aligned} x' &= -x \\ y' &= -y \\ z' &= -z \\ \psi' &= \hat{P}\psi \\ \hat{P}\psi' &= \psi \end{aligned} \quad (60)$$

zijn gegeven door:

$$\begin{aligned} i\gamma^1 \frac{\partial\psi}{\partial x} + i\gamma^2 \frac{\partial\psi}{\partial y} + i\gamma^3 \frac{\partial\psi}{\partial z} - m\psi &= -i\gamma^0 \frac{\partial\psi}{\partial t} \\ i\gamma^1 \frac{\partial\psi'}{\partial x'} + i\gamma^2 \frac{\partial\psi'}{\partial y'} + i\gamma^3 \frac{\partial\psi'}{\partial z'} - m\psi' &= -i\gamma^0 \frac{\partial\psi'}{\partial t} \end{aligned} \quad (61)$$

Hieruit kunnen we halen dat $\gamma^0 \hat{P} \propto I$ en dat $\hat{P}^2 = I$. Dit wetende bekomen we dat $\hat{P} = \pm \gamma^0$. We hebben dus keuze welke operator we gebruiken. Conventioneel kiezen we $\hat{P} = +\gamma^0$ zodat

$$\begin{aligned}\hat{P}u_{1,2} &= +u_{1,2} \\ \hat{P}v_{1,2} &= -v_{1,2}\end{aligned}\tag{62}$$

Ryckbosch legt hier vooral de nadruk op de fysische concepten en niet op de wiskunde.

3.6 Spinoren

De adjunct spinor is gegeven door

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0 = (\psi_1^* \quad \psi_2^* \quad -\psi_3^* \quad -\psi_4^*) \tag{63}$$

$\bar{\psi}\psi$ is Lorentz-invariant, de stroom is gegeven door $j^\mu = \bar{\psi}^\mu \psi$ en de densiteit $\rho = \psi^\dagger \psi = 2E$.

3.7 Fermi's gouden regel

Nemen we een Hamiltoniaan $\hat{H}_0 \phi_k = E_k \phi_k$ en laat deze perturberen met de interactie-Hamiltoniaan $\hat{H}'(\vec{x}, t)$, dan krijgen we volgens de gouden regel dat de Schrödinger vergelijking aangepast wordt naar

$$i \frac{d\psi}{dt} = [\hat{H}_0 + \hat{H}'(\vec{x}, t)]\psi \tag{64}$$

Het is mogelijk om hieruit te bewijzen (zie Thomson p. 51 en verder, interesseert Ryckbosch minder) dat de breedte van toestand i naar toestand f gegeven is door

$$\Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \rho(E_i) \tag{65}$$

Hierbij zijn

$$\begin{aligned}T_{fi} &= \langle f | \hat{H}' | i \rangle = \int \phi_f^*(\vec{x}) \hat{H}' \phi_f(\vec{x}) d^3 \vec{x} \quad (\text{Eerste orde storing}) \\ &= \langle f | \hat{H}' | i \rangle + \sum_{k \neq i} \frac{\langle f | \hat{H}' | k \rangle \langle k | \hat{H}' | i \rangle}{E_i - E_k} \quad (\text{Tweede orde s.r.}) \\ \rho(E_i) &= \left| \frac{dn}{dE_f} \right|_{E_i} \end{aligned}\tag{66}$$

In deze cursus gaat het vooral over de tweede orde storingsrekening gaan, vanwege 1 intermediaire toestand.

3.8 Faseruimte

Uit de gouden regel van Fermi in eerste orde kunnen we halen dat elke kwantumtoestand in de impulsruimte een volume van $(2\pi)^3$ zal innemen (wat neerkomt op Heisenberg).

$$d^3\vec{x}d^3\vec{p} = (2\pi)^3 \quad (67)$$

Hierbij is $d^3\vec{x}$ het volume en kunnen we $d^3\vec{p}$ afleiden. Bij dit afleiden gaan we ervan uit dat deze isotroop is verdeeld. Het aantal toestanden dn tussen $[p, p + dp]$ komt nu neer op:

$$dn = 4\pi p^2 dp \times \frac{V}{(2\pi)^3} \quad (68)$$

Door het normeren van de golffuncties in vergelijking (66) zal in de werkzame doorsnede het volume van de ruimte geen rol meer spelen. De p^2dp zal ons vertellen hoe gemakkelijk een transitie zal gebeuren en is dus zeer belangrijk. Een voorbeeld hiervan is gegeven door het muon verval

$$\mu \rightarrow e + \nu_e + \nu_\mu \quad (69)$$

Het muon heeft een energie van 105MeV en vervalt in 3 deeltjes. Er zijn dus 2 vrijheidsgraden (behoud energie en impuls), p_1 en p_2 . De breedte wordt dan

$$\begin{aligned} \Gamma &\sim \int p_1^2 p_2^2 dp_1 dp_2 \\ &\sim [E]^5 \\ &\Downarrow \\ \Gamma_\mu &\sim m_\mu^5 \end{aligned} \quad (70)$$

Daarentegen vervalt een top quark enkel naar 2 deeltjes en heeft dus maar 1 vrijheidsgraad p .

$$\begin{aligned} t &\rightarrow b + W \\ \gamma_t &\sim \int p^2 dp \\ &\sim m_t^3 \end{aligned} \quad (71)$$

De reden waarom we maar tot de 5de macht krijgen voor het muon en niet tot de 6de is omdat p_1 en p_2 van elkaar afhangen en een van de 2 integralen weg vallen.

Tot nu toe was alles niet-relativistisch. Eens we overschakelen naar de relativistische equivalenten wordt alles veel moeilijker. Hier gaan we over op Lorentz-invariante faseruimte en alle problemen worden opgevangen in de normalisatie van de golffuncties. Meer hoeven we hier niet van te weten.

3.9 Feynman diagrammen

Een eenvoudig voorbeeld voor feynman diagrammen

$$\mathcal{M}_{fi} = \langle \psi_c | V | \psi_a \rangle \frac{1}{q^2 - m_X^2} \langle \psi_d | V | \psi_b \rangle \quad (72)$$

De makkelijkste vorm van een vertex is als het een scalaire interactie is $\langle \psi_c | V | \psi_a \rangle \propto g_a$. Bij de propagator zal er moeten gesommeerd worden over alle polarisatie-toestanden. De feynmanregels schrijf ik hier niet helemaal uit, ga hiervoor naar Thomson p114 en verder.

3.10 QED

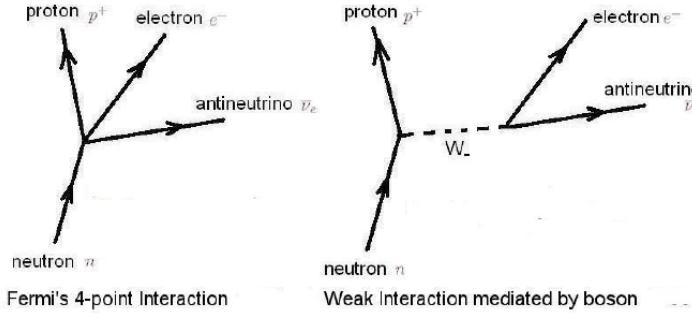
Hier wordt er enkel gebruik gemaakt van de elektromagnetische wisselwerking. Zie terug Thomson voor de regels. Het is belangrijk om te begrijpen dat de $\frac{1}{q^2}$ in de propagator van QED zal aangeven hoe gemakkelijk het zal zijn voor een foton om een impuls q mee te nemen van de ene naar de andere kant.

3.11 Currents

De current density is niet meer dan $j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ wat 4-vectoren zijn. Dit wordt ook wel een bi-linaire vorm genoemd. Omdat $\bar{\psi}$ en ψ elk bestaan uit 4 componenten bekomen we 16 mogelijke combinaties die we kunnen samennemen.

Tabel 7: current lineaire combinaties

	interactie vorm	aantal componenten
$\bar{\psi} \psi$	scalar	1
$\bar{\psi} \gamma^5 \psi$	pseudoscalar	1
$\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$	vector	4
$\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi$	pseudovector	4
$\bar{\psi} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \psi$	tensor	6
	totaal	16



Figuur 10: Feynman diagram van zwakke interactie

3.12 Zwakke interactie

Bij de zwakke interactie wordt er een boson uitgewisseld. Eerder werd dit gezien als een puntinteractie. De relatie tussen de 2 is gegeven door

$$M_F = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_\nu \gamma_\mu \psi_e \cdot \bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_n \quad (73)$$

Hiet komen we later in de cursus op terug.

3.13 Charged current

Bij het uitwisselen van een W^+ of W^- boson wordt er een hoeveelheid lading verplaatst tussen de verschillende deeltjes. Dit kan in principe enkel gebeuren binnen een generatie.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} e^- \\ \mu^- \\ \tau^- \end{pmatrix} &\leftrightarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} &\leftrightarrow \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (74)$$

Deze opmenging tussen de verschillende generaties is beschreven door de CKM-matrix

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (75)$$

deze worden ook wel de flavour toestanden (d') en de massatoestanden (d) genoemd.

3.14 Pariteit schenden

Uit experimenten bleek dat het heilig boontje, de pariteit, niet behouden wordt bij de zwakke wisselwerking. Later is gezien dat de pariteit maximaal zal ge-

schonden worden. De nieuwe theorie die hier is ontwikkeld, zegt dat in de operator van de zwakke wisselwerking zowel een vectorgedeelte als pseudovectorgedeelte zit, $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ die de links handige toestanden uit projecteert. Dit geeft de (V-A)-interactie

$$\frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\phi \quad (76)$$

De heliciteit en P_L hier zijn niet helemaal hetzelfde.

3.15 Neutrale current

Omdat we W^\pm hebben wil het zeggen dat we een triplet hebben en hebben we dus nog een boson zonder lading nodig, Z^0 . Deze zal de pariteit maar gedeeltelijk schenden.

3.16 Mathematical interlude: groups

Een groep is een set van operaties die moeten voldoen aan:

- inwendigheid: $R_i R_j$ is ook deel van de set
- identiteit: I bestaat met $R_i I = I R_i = R_i$
- inversie: R_i^{-1} moet bestaan met $R_i^{-1} R_i = R_i R_i^{-1} = I$
- associativiteit: $R_i(R_j R_k) = (R_i R_j) R_k$
- commutativiteit: $R_i R_j = R_j R_i$

Indien ze hier allemaal aan voldoen is dit een abelse groep. De meest gebruikte groepen in de deeltjes fysica zijn

Tabel 8: Meest gebruikte groepen

Groep		Matrices
$U(n)$	$n \times n$	unitair ($U^*U = 1$)
$SU(n)$	$n \times n$	unitair, determinant 1
$O(n)$	$n \times n$	orthogonaal ($OO = 1$)
$SO(n)$	$n \times n$	orthogonaal, determinant 1

De $SO(n)$ groep zijn de rotaties van de ruimte in n dimensies en $SU(2)$ is de spin van deeltjes wat homomorf is met $SO(3)$.

3.17 2D-rotatie $SO(2)$

Het roteren van de ruimte over een hoek ϕ is gegeven door:

$$\begin{aligned} R(\phi)\hat{e}_1 &= \hat{e}_1 \cos \phi + \hat{e}_2 \sin \phi \\ R(\phi)\hat{e}_2 &= -\hat{e}_1 \sin \phi + \hat{e}_2 \cos \phi \\ &\text{of} \\ R(\phi)\hat{e}_i &= \hat{e}_j R(\phi)_i^j \\ R(\phi) &= \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{77}$$

Laten we dit inwerken op een gewone vector $\vec{x} = \hat{e}_i x^i$ krijgen we:

$$\begin{aligned} \vec{x} \rightarrow \vec{x}' &\equiv R(\phi)\vec{x} = R(\phi)\hat{e}_i x^i = \hat{e}_j R(\phi)_i^j x^i \\ \vec{x}' &= \hat{e}_j x'^j \\ x'^j &= R(\phi)_i^j x^i \end{aligned} \tag{78}$$

De verschillende eigenschappen om een abelse groep te bekomen zijn makkelijk na te gaan.

Gaan we nog een stap verder, dan bekijken we de rotatie over infinitisimaal kleine hoeken

$$R(d\phi) = 1 - id\phi J \tag{79}$$

met J onafhankelijk van $d\phi$. De reden voor de vorm van vergelijking (79) is door de kleine hoek benadering, cos gaat naar 1 en sin gaat naar de hoek zelf. Het bepalen van J kan snel gedaan worden: Draai de hoek ϕ infinitesimaal op:

$$R(\phi + d\phi) = R(\phi)R(d\phi) = R(\phi) - id\phi R(\phi)J \tag{80}$$

Of in Taylorontwikkeling:

$$R(\phi + d\phi) = R(\phi) + d\phi \frac{dR(\phi)}{d\phi} \tag{81}$$

Stel deze gelijk aan elkaar om een vergelijking voor $R(\phi)$ te bekomen.

$$\begin{aligned} \frac{dR(\phi)}{d\phi} &= -iR(\phi)J \\ \Rightarrow R(\phi) &= e^{-i\phi J} \end{aligned} \tag{82}$$

J is dus niets anders dan de generator van de $SO(2)$ groep (deze groep heeft er maar 1!). Het expliciet uitrekenen van J geeft

$$\begin{aligned} R(d\phi) &= \begin{pmatrix} 1 & -d\phi \\ d\phi & 1 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow J &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{83}$$

3.18 3D rotatie $SO(3)$

Deze worden in het algemeen voorgesteld in eulerhoeken α , β en γ . Deze rotaties commuteren niet en dit is dus geen abelse groep. Dit zal belangrijke gevolgen hebben. De matrix van deze rotatie is gegeven door

$$\begin{aligned} R_3(\psi) &= \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ R_2(\psi) &= \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \\ R_1(\psi) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{84}$$

Wat we wel hebben is dat elke subgroep R_i isomorf is met $SO(2)$.

$$R_n(\psi) = e^{-i\psi J_n} \tag{85}$$

Dit geeft ons 3 generatoren voor de $SO(3)$ groep. Dit kan veralgemeend worden tot: $SU(n)$ heeft $n^2 - 1$ generatoren.

3.19 Non-abelse interacties

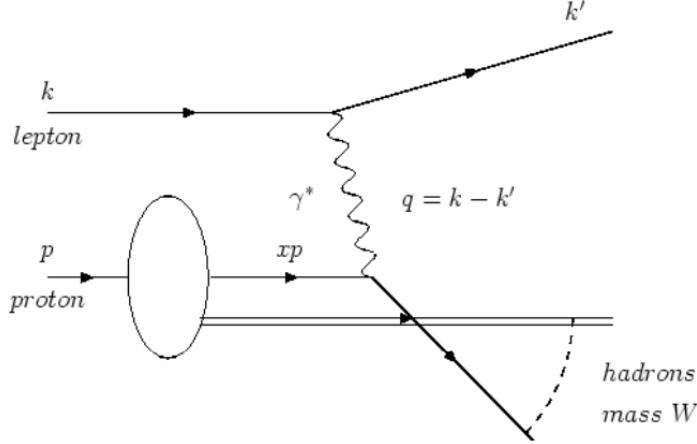
Enkel de elektromagnetische wisselwerking is Abels. Al de andere krachten zijn dit niet. De intermediare toestanden van deze niet Abelse interacties zullen zelf hun lading dragen. Hierdoor is het mogelijk dat deze aan zelf-interactie gaan doen.

De reden voor de korte dracht van de sterke en zwakke wisselwerking zijn niet hetzelfde. Bij de zwakke wisselwerking ligt dit aan de grote massa van het W en Z boson die snel vervallen. Bij de sterke wisselwerking is dit door de zelf-interactie tussen gluonen.

4 DIS, nucleonstructuur, PDF's

4.1 Diep inelastische verstrooiing

Bij deze verstrooiing zal de kinetische energie van het lepton veel hoger zijn dan de massa van proton. Zo is het mogelijk om de inwendige structuur van het proton te gaan bekijken. De reden waarom we dit kunnen doen is omdat bij deze hoge energieën de golflengte van het foton veel kleiner zal zijn dan de grootte van het proton. In dit geval werken we met een foton wat een groot voordeel is omdat we de vertices in dit diagram heel goed kunnen beschrijven en het lepton is een elementair deeltje. De enige onbekende in dit systeem is dus de inwendige structuur van het proton. De reden waarom het zo lang heeft geduurd voor we



Figuur 11: Diep inelastische verstrooiing van een proton en een lepton

proton bundels zijn beginnen gebruiken, is omdat niet alle massa in de valentie quarks van het proton zullen zitten wat het allemaal veel ingewikkelder maakt. Om met het LHC nauwkeurige metingen te kunnen uitvoeren moeten we veel meer statistiek (meer events) hebben.

De kinetiek van het proces schematisch weergegeven in figuur 11 kan makkelijk neergeschreven worden. Een parton (quark) van een proton met 4-moment xp zal een energie q absorberen van het foton en een vrij deeltje worden.

$$\begin{aligned}
 \text{voor absorptie: } & (xp + q)^2 = m_{parton}^2 \approx 0 \\
 & = x^2 p^2 + 2xpq + q^2 \\
 & = 2xpq + q^2 \\
 \Rightarrow x = -\frac{q^2}{2pq} & = \frac{Q^2}{2pq} \tag{86}
 \end{aligned}$$

Het enige deeltje dat in staat zal zijn om een foton met energie q te absorberen moet een impulsfractie x , zoals berekend in (86), hebben van het proton. Met andere woorden hebben we een filter op welke partonen we willen waarnemen. Deze fractie is Lorentz-invariant en dimensieloos. Een andere Lorentz-invariante grootheid in dit proces is $y = \frac{q \cdot p}{k \cdot p}$. Deze geeft de fractie van de energie van het elektron dat gedragen wordt door het foton.

Verder uitgewerkt op een vast target hebben we als 4 momenta:

$$k = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix}, p = \begin{pmatrix} m_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, k' = \begin{pmatrix} E' \\ 0 \\ E' \sin \theta \\ E' \cos \theta \end{pmatrix}, p_h = \begin{pmatrix} E_h \\ p_{xh} \\ p_{yh} \\ p_{zh} \end{pmatrix} \tag{87}$$

De aannames die we hier hebben gemaakt zijn:

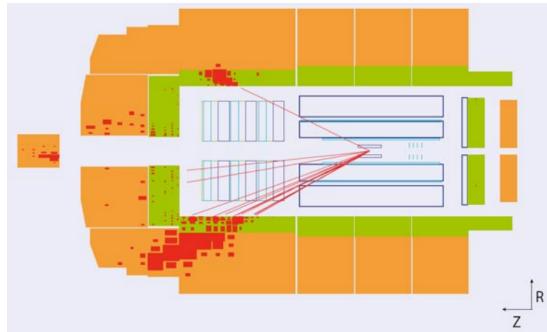
- elektron beweegt langs de z-as
- door hoge energieën zien we het elektron als massaloos: $|E_e| = |p_{ze}|$
- het elektron verstrooit in het yz-vlak
- De hadronische finale toestand is de som van alle uitkomende deeltjes samen

De invariante massa van dit systeem is $W = \sqrt{E_H^2 - p_h^2} \geq m_p$. Het is mogelijk maar zeldzaam dat de geabsorbeerde energie kan verdeeld worden onder alle andere partons om zo een proton uit te komen. Dit is een elastische verstrooiing en $W = m_p$. In alle andere gevallen breekt het parton los van de rest en hebben we een inelastische verstrooiing met $W > m_p$.

Dit systeem heeft 8 vrijheidsgraden (voor zowel k' als p_h 1 voor de energie en 3 voor de hoeken). Eén van deze vrijheidsgraden valt weg vanwege de massa van het elektron dat verwaarloosd wordt, nog 4 vallen weg door het behoud van energie en impuls en ten laatste valt er nog 1 weg door azimutale symmetrie. Zo houden we uiteindelijk nog 2 vrijheidsgraden over. De 2 makkelijkst te kiezen variabelen zijn E' en θ . Het probleem hierbij is dat deze niet Lorentz-invariant zijn. Deze variabelen kunnen wel omgevormd worden naar x en y die dit wel zijn.

$$\begin{aligned} Q^2 &= -(k - k')^2 \approx 2EE'(1 - \cos \theta) \\ x &= -\frac{q^2}{2p \cdot q} = \frac{EE'(1 - \cos \theta)}{(E - E')m_p} \\ y &= -\frac{q \cdot p}{k \cdot p} = \frac{E - E'}{E} \end{aligned} \quad (88)$$

4.2 Experimenten



Figuur 12: HERA experiment

De beste vaste target machines voor precisie zijn e^+e^- colliders. Op deze machines zijn ook voor het eerst de quarks gezien. In het CERN hadden ze eerst een proton collider gemaakt en dachten dat ze de boot gemist te hebben. Wat ze gedaan hebben is de protonen op een target insturen en daar komen massa's pionen uit. Als je deze lang genoeg meeneemt, gaan die vervallen naar

muonen met een levensduur van de orde 10^{-8} s en zo verkrijgen we een muonbundel. Omdat dit tertiaire deeltjes zijn gaan de densiteit van de deeltjes veel lager liggen en zullen ze een vrij breed energiespectrum hebben. Hetzelfde kan gedaan worden voor neutrino's.

Er zijn ook colliders waar 2 deeltjes bundels op elkaar worden afgestuurd. Een voorbeeld van de waargenomen deeltjes is in figuur 12 gegeven van het HERA experiment. Hier is het duidelijk dat de elektronen van links zullen komen. Dit omdat de inkomende energie van het proton veel hoger is dan dat van het elektron en de uitgaande deeltjes van de collisie gaan wegens behoud van impuls via de linker kant de detector verlaten.

Als je zo een extravagant experiment zoals het LHC maakt is 1 van de eerste dingen die je doet het onderzoeken van het kinematisch bereik van dat experiment. In figuur 13 wordt Q^2 in functie van x geplot van verschillende colliders.

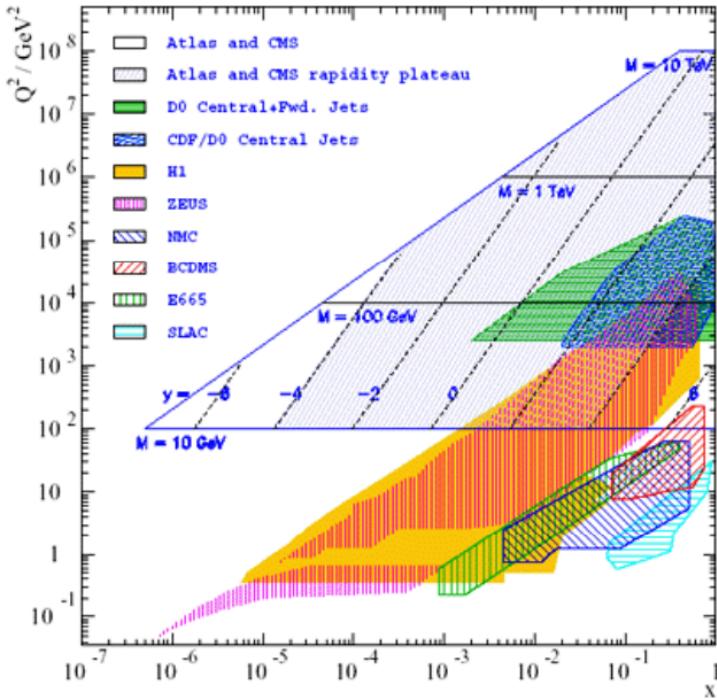


FIG. 1: Kinematic coverage of the DIS and collider $pp-p\bar{p}$ experiments. For pp and $p-\bar{p}$ colliders, the Bjorken x_1 and x_2 of the interacting quarks are related to the mass M of the Drell-Yan pair and its rapidity y as $x_{1,2} = M/\sqrt{S} \exp(\pm y)$ where S is the center of mass energy squared for the experiment.

Figuur 13: Kinematisch bereik

4.3 Cross section

De werkzame doorsnede van deze DIS experimenten wordt gegeven door:

$$\frac{d^2\sigma^{e,N}}{dxdy} = \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} [xy^2 F_1^{eN} + (1-y)F_2^{eN}] \quad (89)$$

met F_1 en F_2 de structuur functies. Het is logisch dat er in deze werkzame doorsnede een α^2 afhankelijkheid verwerkt zit omdat deze interactie verloopt via de elektromagnetische interactie en dus 2 vertices heeft die elk een α toe dragen. De waarschijnlijkheid dat we de impulsfractie x vinden van het parton wordt gegeven door de structuurfuncties F_1 en F_2 . Het zijn deze dus die alle informatie bevatten. We zien dat de structuurfuncties afhangen van zowel x als Q^2 , $F_i(x, Q^2)$. Zo weten we direct dat dit geen puntdeeltjes kunnen zijn omdat we anders geen afhankelijkheid zouden hebben van Q^2 .

Intermezzo: waar komt de massa van het proton nu vandaan? De structuur van protonen bestaat uit quarks en gluonen. In het echt is dit nog veel complexer dan zomaar die 3 quarks. De uiteindelijke reden daarvoor is dat het proton zeer klein is omdat de interactie tussen quarks zeer sterk is. De quarks liggen op ongeveer 1fm van elkaar af. Het heisenberg principe zegt dat als we iets opluiten in een ruimte van 1fm dat het een nulpuntsenergie van 197MeV zal hebben. De bewegingsenergie/bindingssenergie van de 3 quarks samen is 600MeV. Het grootste gedeelte van de massa van het proton zal dus afhangen van de bewegings-/bindingssenergie van de quarks en niet van de quarks zelf. Deze bindingssenergie komt van de interactie tussen de quarks zelf aan de hand van uitwisseling van gluonen, door de continu uitgewisselde gluonen die opsplitsen in quark-antiquark paren. Dit is het equivalent van de lamb shift in elektronenwolken.

Het is nog nooit gelukt om de structuurfuncties wiskundig uit te rekenen, QCD is hier niet toe in staat. De enige manier om deze te bepalen is aan de hand van experimenten. In het quark parton model kunnen we F_2 uitschrijven

$$F_2^{eN}(x) = \sum_q xQ_q^2 [q^N(x) + \bar{q}^N(x)] \quad (90)$$

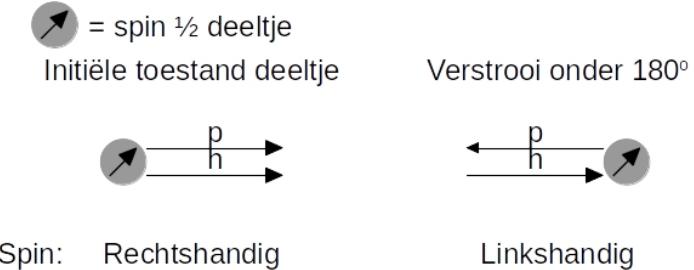
Hier sommeren we over alle quarks. $q^N(x)$ en $\bar{q}^N(x)$ zijn respectievelijk de waarschijnlijkheid om een quark of antiquark in het proton te vinden. Alhoewel we hier alle mogelijke quarks bekijken, is het zo goed als onmogelijk een top quark met een massa van $\pm 100\text{GeV}$ tegen te komen in een proton van 1GeV . Er is een relatie tussen F_1 en F_2

$$\frac{2xF_1}{F_2} = \begin{cases} 1 & \text{spin } \frac{1}{2} \\ 0 & \text{spin } 0 \end{cases} \quad (91)$$

Deze relatie is makkelijk aangetoond.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{puntdeeltje, 1/2} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Rutherford} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[1 + \frac{2Q^2}{4m^2c^2} \tan^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (92)$$

In het rood vinden we de Mott cross sectie $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_M$, de cross sectie voor het verstrooien van een spin 1/2 deeltje aan een spin 0 deeltje. Uit de Rutherford cross sectie komt uiteindelijk α^2/Q^4 . De \cos^2 in de Mott cross sectie komt uit het behoud van heliciteit en angulair moment. Als je een elektron hebt met spin 1/2 dan is zijn heliciteit de projectie van zijn spin op de bewegingsrichting. In het geval dat we een positieve heliciteit hebben liggen de bewegingsrichting en heliciteit in dezelfde richting. Onder een verstrooiing van 180° zal de spin van het deeltje niet veranderd zijn maar het momentum wel. Dit zorgt ervoor dat de heliciteit en momentum antiparallel zijn wat wegens behoud van heliciteit niet kan. Dit wordt weergegeven in deze cos-term.



Figuur 14: Visualisatie van spin 1/2 deeltje dat verstrooit onder een hoek van 180°

Het toevoegen van het groen gedeelte aan de Mott cross sectie is nodig als we verstrooien van een spin 1/2 deeltje aan een spin 1/2 deeltje. De eerste term in het groene gedeelte is afkomstig van de elektrische interactie en de tweede term van de magnetische interactie m.a.w. van de spin. Door deze term is het terug mogelijk om te verstrooien onder 180° . Voor het verstrooien van een elektron aan een quark moet aan vergelijking (92) nog de lading van het quark Q_q^2 vermenigvuldigd worden. De laatste stap is nu de cross sectie op te stellen van een spin 1/2 deeltje dat verstrooid wordt aan een proton.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} \right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M \sum_q Q_q^2 [1 + \frac{Q^2}{4m^2c^2} \tan^2 \frac{\theta}{2}] q(x) \frac{dx}{dE'} \quad (93)$$

Dit komt neer op de waarschijnlijkheid om te verstrooien naar een quark in het groen en de waarschijnlijkheid om een quark te vinden in het rood. Nu kunnen we ad-hoc een aantal dingen uitwerken:

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu}; \quad \nu = E - E' \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dE'} = \frac{x}{\nu} \quad (94)$$

en de massa van het de quark is gegeven door $m_q = xM_p$. Vullen we deze in

vergelijking (93) in:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} \right) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M \sum_q Q_q^2 \left[1 + \frac{Q^2}{4x^2 M_p^2 c^2} \tan^2 \frac{\theta}{2} \right] q(x) \frac{x}{\nu} \\ &\Downarrow \\ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} \right) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M \left[\frac{1}{\nu} F_2 + \frac{2}{M^2 c^2} F_2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right] \end{aligned} \quad (95)$$

Zo komen op de afgeleides na vergelijking (89) en vergelijking (95) overeen. Als $\theta = 0^\circ$ dan hebben we enkel F_2 en als $\theta = 180^\circ$ dan hebben we enkel F_1 . Specifiek voor spin 1/2 partons kunnen we vergelijking (89) herschrijven als volgt:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{e,N}}{dxdy} &= \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} \left[y^2 \frac{F_2^{e,N}}{2} + (1-y) F_2^{e,N} \right] \\ &= \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} \left[\frac{1 + (1-y)^2}{2} \right] F_2^{e,N} \end{aligned} \quad (96)$$

4.4 Structuurfuncties

Vervolgens kunnen we kijken hoe de structuurfunctie van het proton eruitziet.

$$F_2^{e,p} = x \left(Q_u^2 (u + \bar{u}) + Q_d^2 (d + \bar{d} + s + \bar{s}) \right) \quad (97)$$

Hier worden enkel de waarschijnlijkheden van de up, down en strange (anti)quarks in acht genomen omdat de overige zo goed als niet mogelijk zijn. Het proton en neutron zijn voor de sterke wisselwerking hetzelfde, behalve dat een up quark verandert in een down quark. Dit geeft de isospin invarianties

$$\begin{aligned} u(x) &\equiv u^p(x) = d^n(x) & \bar{u}(x) &\equiv \bar{u}^p(x) = \bar{d}^n(x) \\ d(x) &\equiv d^p(x) = u^n(x) & \bar{d}(x) &\equiv \bar{d}^p(x) = \bar{u}^n(x) \\ s(x) &\equiv s^p(x) = s^n(x) & \bar{s}(x) &\equiv \bar{s}^p(x) = \bar{s}^n(x) \end{aligned} \quad (98)$$

Gebruiken we deze invariantie dan vinden we direct de structuurfunctie voor het neutron.

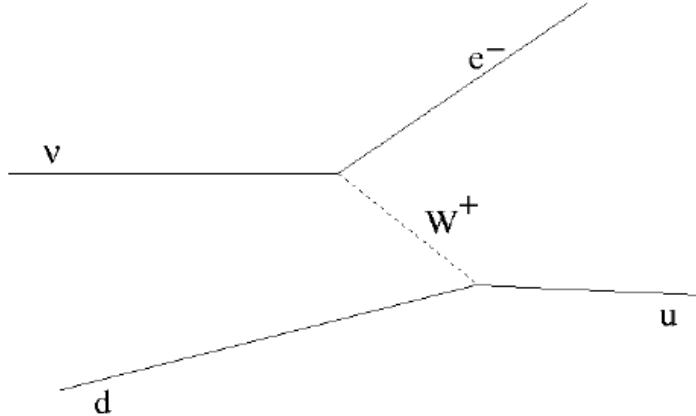
$$F_2^{e,n} = x \left(Q_d^2 (u + \bar{u} + s + \bar{s}) + Q_u^2 (d + \bar{d}) \right) \quad (99)$$

Om de structuurfunctie van een nucleon te bepalen middelen we uit over de 2 structuurfuncties.

$$\begin{aligned} F_2^{e,N} &\equiv \frac{F_2^{e,p} + F_2^{e,n}}{2} \\ &= \frac{x}{2} \left((Q_u^2 + Q_d^2)(u + \bar{u} + d + \bar{d}) + 2Q_d^2(s + \bar{s}) \right) \\ &\approx \frac{x}{2} \left(\frac{5}{9}(u + \bar{u} + d + \bar{d}) \right) \end{aligned} \quad (100)$$

De $\frac{5}{9}$ komt van de ladingen van $Q_u = \frac{2}{3}$ en $Q_d = -\frac{1}{3}$. De $s + \bar{s}$ valt weg omdat we even veel s quarks als antiquarks in het nucleon hebben.

4.5 (Anti)neutrino verstrooiing



Figuur 15: Feynman diagram van de neutrino verstrooiing

In principe is het mogelijk om zowel charged (W^\pm) als neutral (Z^0) current verstrooiing te doen. Hierbij wordt een neutrino afgeschoten op een proton, waar na interactie van het neutrino en de quark aan de hand van een W boson het geladen equivalent van de neutrino de verstrooiing verlaten. De neutrino of antineutrino zal door het uitwisselen van respectievelijk ofwel het W^+ of W^- boson enkel met een aantal quarks kunnen interageren in het proton:

- ν -scattering: d, \bar{u}, s
- $\bar{\nu}$ -scattering: u, \bar{d}, \bar{s}

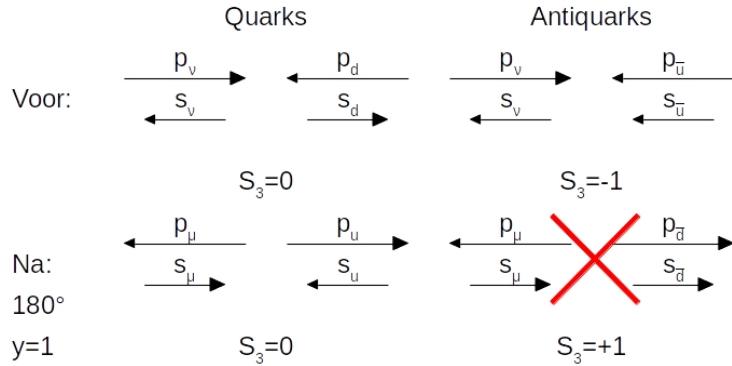
In een experiment kunnen de verschillende (anti)neutrino verstrooiingen uit elkaar gehouden worden omdat $\nu \rightarrow e^-$ en $\bar{\nu} \rightarrow e^+$. Naast de $F_2^{\nu, N} \propto x(q + \bar{q})$ krijgen we nu nog een extra structuur functie $x F_3^{\nu, N} \propto x(q - \bar{q})$.

$$\frac{d^2\sigma^\nu}{dxdy} = \frac{G_F^2 s}{2\pi} \left[\frac{F_2^\nu + xF_3^\nu}{2} + \frac{F_2^\nu - xF_3^\nu}{2}(1 - y^2) \right] \quad (101)$$

De eerste term tussen de haakjes zijn enkel de quarks en is onafhankelijk van de hoek waaronder wordt verstrooid en is isotroop. De tweede term zijn de antiquarks en is de waarschijnlijkheid om er te hebben afhankelijk van de hoek waaronder verstrooid wordt. Waarom dit zo is, wordt snel duidelijk als we de verstrooiing bij 180° graden bekijken. Hier hebben we gebruik gemaakt van het feit dat de zwakke wisselwerking enkel bindt aan linkshandige deeltjes.

Dezelfde redenering kan gedaan worden voor de antineutrinos en dan krijgen we:

$$\frac{d^2\sigma^{\bar{\nu}}}{dxdy} = \frac{G_F^2 s}{2\pi} \left[\frac{F_2^{\bar{\nu}} - xF_3^{\bar{\nu}}}{2} + \frac{F_2^{\bar{\nu}} + xF_3^{\bar{\nu}}}{2}(1 - y^2) \right] \quad (102)$$



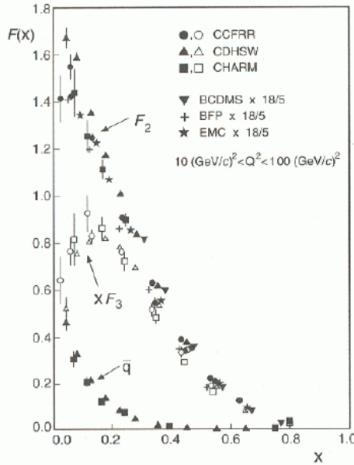
Figuur 16: Neutrino verstrooiing bij 180°

Gebruiken we dit nu om de structuurfuncties van het proton en neutron op te stellen.

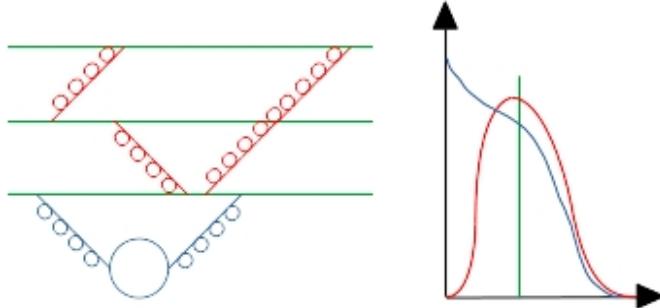
$$\begin{aligned}
F_2^{\nu,p} &= 2x[d(x) + \bar{u}(x)] \\
xF_3^{\nu,p} &= 2x[d(x) - \bar{u}(x)] \\
F_2^{\nu,n} &= 2x[u(x) + \bar{d}(x)] \\
xF_3^{\nu,n} &= 2x[u(x) - \bar{d}(x)] \\
\\
F_2^{\bar{\nu},p} &= 2x[u(x) + \bar{d}(x)] \\
xF_3^{\bar{\nu},p} &= 2x[u(x) - \bar{d}(x)] \\
F_2^{\bar{\nu},n} &= 2x[d(x) + \bar{u}(x)] \\
xF_3^{\bar{\nu},n} &= 2x[d(x) - \bar{u}(x)] \\
&\Downarrow \\
F_2^{\nu,N} &= F_2^{\bar{\nu},N} \\
xF_3^{\nu,N} &= xF_3^{\bar{\nu},N} \\
F_2^{\nu,N} &= x(u + \bar{u} + d + \bar{d}) \\
xF_3^{\nu,N} &= x(u - \bar{u} + d - \bar{d})
\end{aligned} \tag{103}$$

Het interessante is dat $xF_3^{\nu, N}$ ons het aantal quarks - het aantal antiquarks geeft m.a.w. de valentie quarks en is dus minder afhankelijk van Q . Experimenteel hebben we kunnen zien dat F_2 zowel voor de elektromagnetische als de zwakke wisselwerking hetzelfde is. Dit is het beste bewijs dat we hebben voor de lading van een quark.

We zien dat xF_3 piekt bij een x -waarde van 0.2. Omdat we 3 valentiequarks hebben in een proton of neutron zouden we eerder deze piek bij 0.3 verwachten. Dit komt door de verschillende gluons die worden uitgedeeld tussen de quarks. Je kan dit schematisch zien in figuur 18.



Figuur 17: Vergelijking zwakke en EM structuurfunctie in experimenten

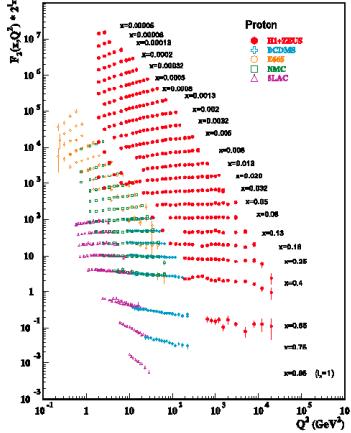


Figuur 18: Schematische voorstelling van de quark verdeling

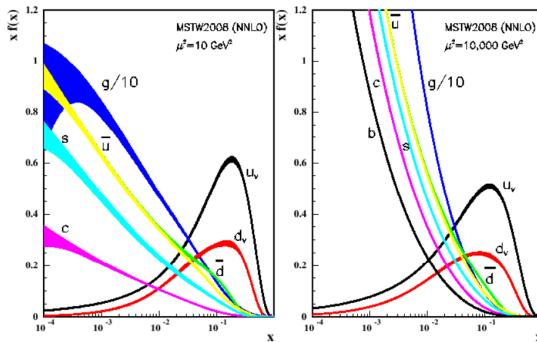
Toen voor het eerst de structuurfuncties werden onderzocht, werd de scaling violation waargenomen. Of je nu naar puntdeeltjes kijkt met een hoge resolutie of lage resolutie, zou je geen verschil mogen zien, maar we zien dat dit niet zo is. Door de kortere waarneming hebben de zee quarks de tijd niet gehad om uit te middelen. De kans om een valentiequark te vinden is steeds moeilijker met hogere energieën. Zie sectie 5.10 voor herformulering van deze uitleg.

Het mooie is dat we met QCD de Q^2 afhankelijkheid kunnen beschrijven. Jammer genoeg kan dit niet gezegd worden over de x afhankelijkheid. De scaling violation kan ook waargenomen worden. Uit de structuur functies kunnen de parton distributiefuncties afgeleid worden. Hier zien we dat de zee quarks zullen domineren bij lagere x waarden.

We zien dat er voor hoge x in het proton meer \bar{d} aanwezig is dan \bar{u} . Dit is te verklaren door de pionwolk die rond het proton zal leven. Deze pionen kunnen



Figuur 19: Scaling violations



Figuur 20: parton distributie functies

alleen neutraal of positief geladen zijn ($|p\rangle = |p\rangle + |p\pi^0\rangle + \dots + |n\pi^+\rangle$) wat zorgt voor die hogere densiteit aan \bar{d} . **Dit durft hij graag vragen op het examen les 5 10u00.**

4.6 Gepolariseerde DIS

Vanaf de jaren 80 zijn er ook longitudinaal gepolariseerde lepton- en nucleonbundels gebruikt. Met deze experimenten kijken we naar de spinstructuur van de nucleonen. We zien uit deze experimenten dat de spin van het proton niet zal opgemaakt zijn uit de valentie quarks. Dit leidde tot de zogenoemde “spin crisis”.

4.7 Spin physics

Als we kijken naar eender welk ronddraaiend systeem, zoals bijvoorbeeld het zonnestelsel, kunnen we zien dat het grootste deel van het angulaire momentum van deze systemen niet zal afhangen van de lichamen met de grootste massa.

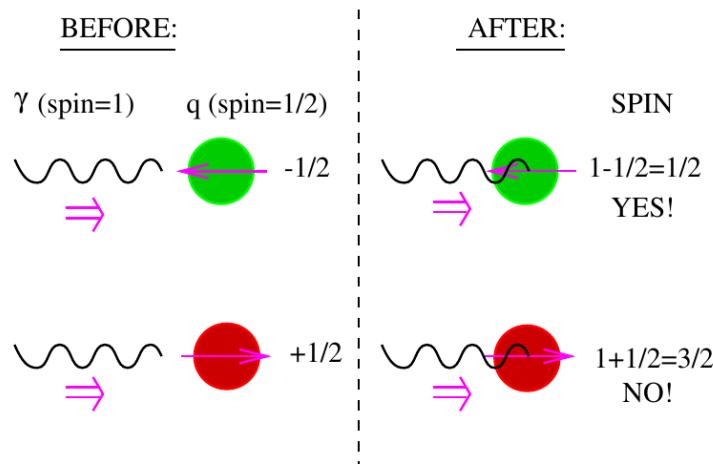
4.8 Nucleon spin fysica

Uit de gepolariseerde experimenten verwachten we te zien dat $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}(\Delta u + \Delta d)$ is. In het echt zien we dat $\Delta u + \Delta d \approx 0$ wat natuurlijk totaal onverwacht was.

In de werkelijkheid is het veel, veel complexer.

$$\begin{aligned}
 S_z &= \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + \Delta G + L_q + L_g \\
 \Delta\Sigma &= (\Delta u_v + \Delta d_v) + (\Delta u_s + \Delta d_s + \Delta \bar{u} + \Delta \bar{d} + \Delta \bar{s}) \\
 \Delta\Sigma &= \text{Quark spin contributie} \\
 \Delta G &= \text{Gluon spin contributie} \\
 L_q &= \text{Orbitaal angulair moment van quarks} \\
 L_g &= \text{Orbitaal angulair moment van gluons}
 \end{aligned} \tag{104}$$

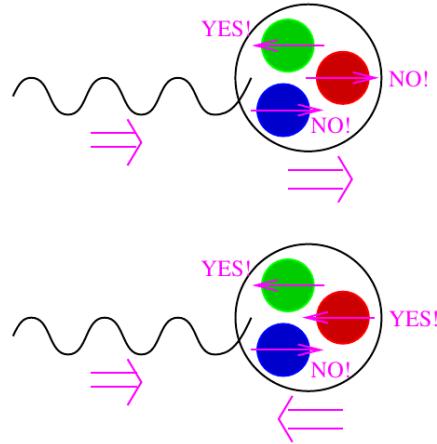
We verwachten wegens sferisch symmetrisch te zijn van de quarks dat al de bijdrages behalve $\Delta\Sigma$ 0 zouden zijn.



Figuur 21: Foton absorptie bij gepolariseerde DIS

Hoe meten we nu de spin distributie in quarks? We polariseren het proton parallel of antiparallel aan de richting van het foton en dan kijken we welke quarks het foton zullen absorberen. De reden waarom we het proton polariseren en niet de bundel is omdat het polariseren en vooral het flippen van de polarisatie

van de bundel moeilijk is. Nu vragen we ons af het foton zal hitten. We kunnen ons de conservatie van heliciteit voorstellen bij absorptie. We zien in figuur 21 dat de fotonen enkel geabsorbeerd worden door quarks met tegengestelde spin. Steken we deze quarks nu in een nucleon en nemen we aan dat enkel de quarks contributies leveren aan de spin, dan kunnen we door het veranderen van de polarisatie van het proton kiezen of we de quarks bekijken die ofwel positief of negatief bijdragen aan de spin van het proton. Door de onderste spin min de bovenste spin te doen in figuur 22, krijgen we dan de netto bijdrage van de quarks aan de spin.



Figuur 22: Absorptie van foton door quarks in nucleon

Zo krijgen we uiteindelijk een tensor uit deze experimenten

$$W^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu}F_1(x, Q^2) + \frac{p^\mu p^\nu}{\nu} F_2(x, Q^2) + i\epsilon^{\mu\nu\delta\sigma} \frac{q_\delta}{\nu} (S_\sigma g_1(x, Q^2) + \frac{1}{\nu} (p \cdot q S_\sigma - S \cdot q p_\sigma) g_2(x, Q^2)) \quad (105)$$

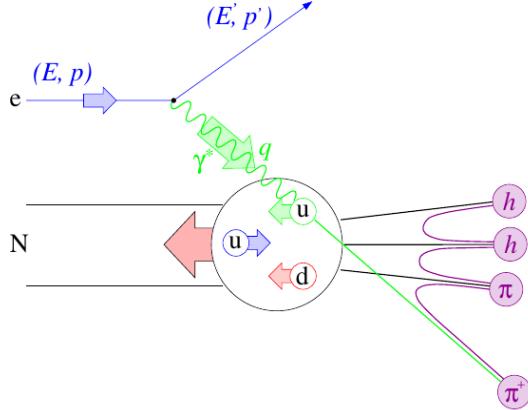
Hierbij kennen we de ongepolariseerde structuurfuncties F_1 en F_2 al. Dit komt neer op de impulsdensiteit van de quarks:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 [q^+(x) + q^-(x)] = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 q(x) \quad (106)$$

De nieuwigheid hier zijn de gepolariseerde structuurfuncties g_1 en g_2 . Deze beschrijven de spinstructuur van de spin van de quarks.

$$g_1(x) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 [q^+(x) - q^-(x)] = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \Delta q(x) \quad (107)$$

g_2 zal niet besproken worden in deze cursus. Deze is te ingewikkeld. Hoe meten we g_1 nu? Het is natuurlijk niet mogelijk om het virtueel foton te polariseren.



Figuur 23: Onderzoek naar spinstructuur

Wat wel mogelijk is, is het polariseren van de elektronbundel. Als de verstrooiing onder een grote hoek gebeurt, zal er een groot deel van de spin van het elektron overgebracht zijn naar het proton en als het onder een kleine hoek verstrooit, wordt bijna geen spin overgebracht. Dit kan weergegeven worden in een polarisatiefactor

$$D = \frac{y(2-y)}{y^2 + 2(1-y)(1+R)} \quad (108)$$

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$$

Wat in deze experimenten zal gemeten worden, is

$$A_{||} = \frac{\sigma_{\uparrow\downarrow} - \sigma_{\uparrow\uparrow}}{\sigma_{\uparrow\downarrow} + \sigma_{\uparrow\uparrow}} \quad (109)$$

$$= D.(A_1 + \eta A_2)$$

Eigenlijk willen willen weten wat A_1 is

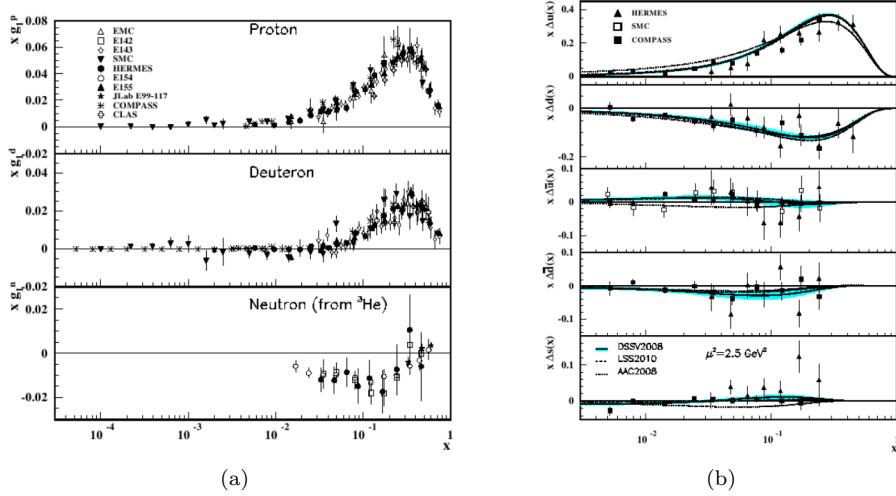
$$A_1 = \frac{\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}}{\sigma^{1/2} + \sigma^{3/2}} \quad (110)$$

Zo bekomen we uiteindelijk een ratio

$$\frac{g_1}{F_1} = \frac{1}{1+\gamma^2} \left(\frac{A_{||}}{D} - (\eta - \gamma) A_2 \right) \quad (111)$$

De uiteindelijke structuurfuncties die we bekomen kan je vinden in figuur 24a. Voor het polariseren van het neutron maken we gebruik van 3He als equivalent. We zien bij kleine x niets wat wil zeggen dat de zee quarks niet toedragen tot de spin. Alle polarisatie is te vinden bij de hogere x en daar zien we dat onze valentie quarks toch gepolariseerd zullen zijn. Bij het proton

hebben we een positieve bijdrage en bij het neutron een negatieve bijdrage. Dit komt omdat de up quark positief zal bijdragen aan de spin en de down quark negatief. Het is momenteel nog niet gelukt om dit te bewijzen met QCD. In figuur 24b hebben we dit omgezet naar de bijdrages van de quarks zelf. Hieruit zien we dat de zee quarks niet gepolariseerd zijn. We krijgen uiteindelijk te zien dat $\Delta\Sigma \approx 0.30$ is, of anders gezegd dragen de spins van de quarks maar $1/3$ mee aan de totale spin van het nucleon. Waar de rest vandaan komt, is op dit moment nog niet duidelijk.



Figuur 24: Resultaten uit polarisatie-experimenten

4.9 Samenvatting van de structuur functies

Als afsluiter van dit hoofdstuk kijken we nog eens naar een overzicht van wat we nu allemaal weten van de structuurfuncties.

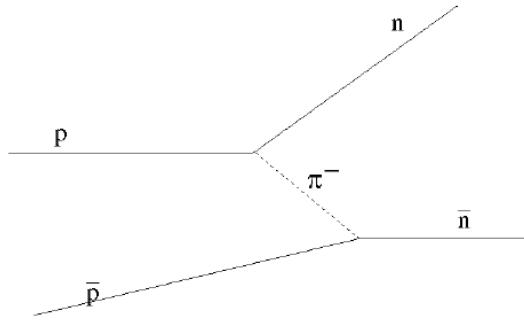
		Quark Polarization		
		U	L	T
Nucleon Polarization	U	f_1		h_1^\perp
	L		g_{1L}	h_{1L}^\perp
	T	f_{1T}^\perp	g_{1T}	h_1 h_{1T}^\perp

The table summarizes the current knowledge of quark and nucleon polarization functions. It uses circular arrows to represent the direction of quark spin. The labels indicate the type of polarization: unpolarized (f_1), helicity (g_{1L}), trans-helicity (Sivers, f_{1T}^\perp), and Boer-Mulders (h_1^\perp), long-transversity (worm-gear, h_{1L}^\perp), transversity (h_1), and pretzelosity (h_{1T}^\perp).

Figuur 25: Samenvatting van de structuurfuncties

5 QCD

5.1 Sterke interactie



Figuur 26: omvorming van protonen in neutronen

Historisch gezien is de sterke interactie ingevoerd om $p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}$ te beschrijven. Hierbij werd gezegd dat deze nucleonen op vlak van kernkrachten gelijk zijn en een sterk isospin doublet vormen.

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} : \text{sterk isospin doublet} \quad (112)$$

Dit is een SU(2) groep en heeft 3 generatoren en uitwisselingsdeeltjes

$$\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix} \quad (113)$$

Dit werkt redelijk, maar nu weten we natuurlijk dat dit niet correct is. Het grote probleem is dat deze uitwisselingsdeeltjes geen puntdeeltjes zijn, wat tot technische problemen zal leiden. Normaal verwachten we ook dat bij deze sterke wisseling een vectorboson het intermediair deeltje zou zijn met spin 1. De spin van de pionen is niet 1, maar 0, wat een groot probleem is. De reden waarom we weten dat we een spin 1 deeltje nodig hebben als intermediair deeltje, kunnen we halen uit het deuterium dat we eerder besproken hebben. We hebben gezien dat er tussen het spin triplet en singlet een energieverlieschil zit en de spin wel degelijk zal uitmaken bij deze sterke interactie. We moeten dus gaan zoeken naar meer detail. Dit is dan uiteraard vervangen door het beeld dat we nu hebben met het proton en neutron bestaande uit quarks en deze quarks die dan interageren met elkaar met behulp van gluonen.

5.1.1 @ Quark level

Als we bij steeds hogere energie deze sterke interacties onderzoeken, moeten we meer en meer rekening beginnen houden met de individuele bijdrages van de

quarks. Bij deze hogere energieën kwam er nog een ander probleem naar boven dat kon gezien worden aan de hand van $\Delta^{++} = |u^\dagger u^\dagger u^\dagger\rangle$. We zien dat deze golffunctie volledig symmetrisch is:

- Spatiaal: $l = 0$
- Flavour: allemaal u quarks
- Spin: zijn allemaal naar omhoog gericht

wat tot dan totaal niet kon volgens Pauli. Om dit op te lossen wordt een nieuw kwantumgetal toegevoegd in de $SU(3)$ groep, kleur. Dit is het ontstaan van QCD. We zorgen dat de golffunctie van de kleur volledig antisymmetrisch is. De 3 nieuwe ladingen voor de kleur zijn

$$\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} \quad (114)$$

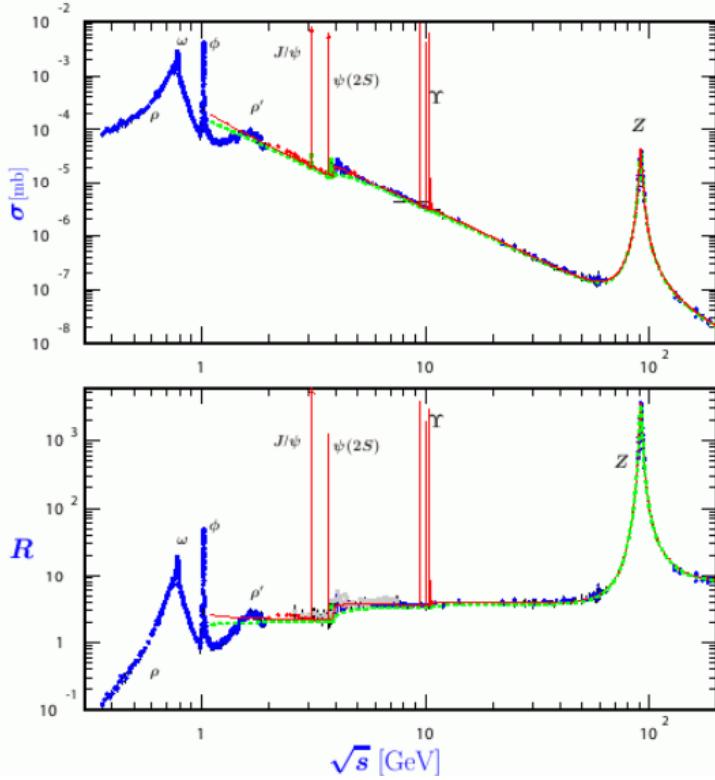
Omdat we $SU(3)$ hebben, hebben we 8 generatoren wat neerkomt op 8 uitwisselingsdeeltjes.

5.2 Symmetrie van de sterke wisselwerking

Het bewijzen dat er juist 3 kleurladingen zijn gebeurt als volgt. We kijken naar de verhouding van de werkzame doorsneden van e^+e^- verval naar hadronen en muonen.

$$R(\sqrt{s}) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \frac{\sum_c \sum_q \int \left| \begin{array}{c} e^- \\ e^+ \\ \gamma \\ q \\ q' \end{array} \right|^2}{\int \left| \begin{array}{c} e^- \\ e^+ \\ \gamma \\ \mu^- \\ \mu^+ \end{array} \right|^2} = N_c \sum_q Q_q^2 \quad (115)$$

Het enige verschil tussen de 2 diagrammen naast de massa van de deeltjes is het ladingsverschil tussen de uitgaande deeltjes. We kunnen dus het aantal kleuren letterlijk waarnemen.



Figuur 27: De resultaten van verschillende e^+e^- verstrooiingen

Indien het foton maar juist genoeg energie heeft om een specifiek quark-antiquark paar aan te maken zullen deze niet van elkaar weg bewegen en krijgen we een resonanties die in figuur 27 aan de hand van pieken waargenomen kunnen worden. Als je kijkt naar R is er een stap achter de ψ piek. Het verschil tussen de 2 stappen geeft ons nu juist de lading van de c quark. Omdat dit in stappen gaat is ook aangetoond dat de quarks elementaire deeltjes zijn. Anders zouden we niet die vlaktes zien. De groene curve is het equivalent van vergelijking (115). De rode curve is iets ingewikkelder. Hierbij zijn de radiatieve correcties van gluonen ook in acht genomen. De nieuwe vergelijking voor R gaat als volgt

$$R(\sqrt{s}) = N_c \sum_q Q_q^2 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right) \quad (116)$$

Zo is het mogelijk om de sterke koppelingsconstante in functie van de energie uit te zetten. Als $\sqrt{s} \geq 2m_\tau$, dan is het ook mogelijk om τ te produceren. Deze kunnen vervallen in hadronen zelf en er zal nog een extra correctie aan R moeten toegevoegd worden.

5.3 Kleur

Met het invoeren van de kleuren is het probleem van Δ^{++} nu ook opgelost. De golffunctie hiervan kan nu zuiver antisymmetrisch gemaakt worden.

$$\begin{aligned}\psi_{kleur}(B) &= \frac{1}{\sqrt{6}} [rgb - rbg + brg - bgr + gbr - grb] \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{ijk} \epsilon^{ijk} c_i c_j c_k\end{aligned}\tag{117}$$

Het singlet in kleurruimte zal van een $3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$ komen, wat een singlet, 2 octetten en een decuplet zijn. Zo krijgen we uiteindelijk voor de kleurgolffuncties van de (anti)baryonen en mesonen

$$\begin{aligned}\psi_{kleur}(B) &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{ijk} \epsilon^{ijk} c_i c_j c_k \\ \psi_{kleur}(\bar{B}) &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{ijk} \epsilon^{ijk} \bar{c}_i \bar{c}_j \bar{c}_k \\ \psi_{kleur}(M) &= \frac{1}{\sqrt{3}} |r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g}\rangle\end{aligned}\tag{118}$$

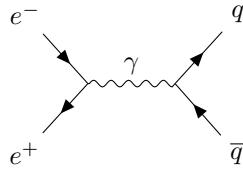
In de mesonen zien we dat we een volledig symmetrische kleur golffunctie hebben en wordt het antisymmetrisch zijn door andere golffuncties bepaald.

5.4 Gluonen

Omdat de sterke interactie een $SU(3)$ groep is, hebben we 8 uitwisselingsdeeltjes g_i , de gluonen. Omdat $SU(3)$ niet Abels is, kunnen deze deeltjes aan zelfinteracties doen. Ze dragen dus hun eigen kleur en antikleur, wat ervoor zorgt dat deze sterke interactie enkel werkt over korte afstanden. Je zou dus kunnen denken voor een meson dat $3 \times 3 = 9$, maar dit is niet correct. De correcte rekening is $3 \otimes 3 = 1 \oplus 8$. Het singlet heeft hier geen kleur en doet dus niet aan zelfinteracties.

5.5 Jets

De toestand van ons begrip van wat jets nu precies doen is gecompliceerd. Neemen we de volgende interactie



Het overschot aan energie dat niet is gebruikt voor het maken van het quark-antiquark paar wordt gebruikt om de 2 quarks van elkaar weg te sturen. Dit uit elkaar gaan van de quarks zorgt ervoor dat ze gluonen zullen uitsturen die dan later combineren tot hadronen. Deze gekleurde intermediaire toestanden moeten op een of andere manier met elkaar spreken om als uiteindelijke toestanden kleurloze hadronen te bekomen. In dit hadronisatieproces gaat veel informatie verloren. Om de originele partonen terug te bekomen moeten we aan jet algoritmes doen. Dit is een iteratieve procedure die de volgende stappen herhaalt tot een bepaald criterium is behaald.

1. maak lijst van gedetecteerde objecten
2. je plaatst de meest waarschijnlijke paren samen
3. bereken de afstand tussen de 2
4. degene met de kleinste onderlinge afstand worden gecombineerd
5. ga door tot nog maar 1 paar over is of een voorwaarde is bereikt

De afstandsschalen tussen deze deeltjes kunnen als volgt berekend worden

$$\delta_{ij} = \sqrt{p_i^2 + p_j^2} = m_{invariant}$$

$$\delta_{ij} = \frac{2\min(E_i^2, E_j^2)(1 - \cos \theta_{ij})}{E_{visible}} \quad (119)$$

Je kan deze impulsen ook samenstellen wat we het “combinatieschema” noemen.

$$p = p_i + p_j \quad (120)$$

$$E = E_i + E_j$$

Een mogelijk criterium is het aantal jets dat er in een systeem worden waargenomen, waarbij de mogelijkheid op het aantal jets kan weergegeven als volgt. n -jets rates:

- 2 jets: $\propto \alpha_s^0 = 1$
- 3 jets: $\propto \alpha_s^1$
- 4 jets: $\propto \alpha_s^2$
- ...

indien je een e^+e^- experiment uitvoert bij exact de massa van het Z boson. Hierdoor krijgen we een immense werkzame doorsnede aan deze deeltjes. Hier kunnen we dan weer de ratio tussen de hadron- en muonvervalkanalen bepalen.

$$R_Z = \frac{\Gamma(Z \rightarrow \text{hadrons})}{\Gamma(Z \rightarrow \mu^+\mu^-)} = R_Z^0(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots) \quad (121)$$

Op deze ratios zitten straling correcties die we niet kunnen berekenen. R_Z^0 kan in de elektrozwakke theorie uitgerekend worden. Zo is het weer mogelijk om bij het bepalen van de R_Z in experimenten zo de sterke wisselwerkingsconstante te bepalen.

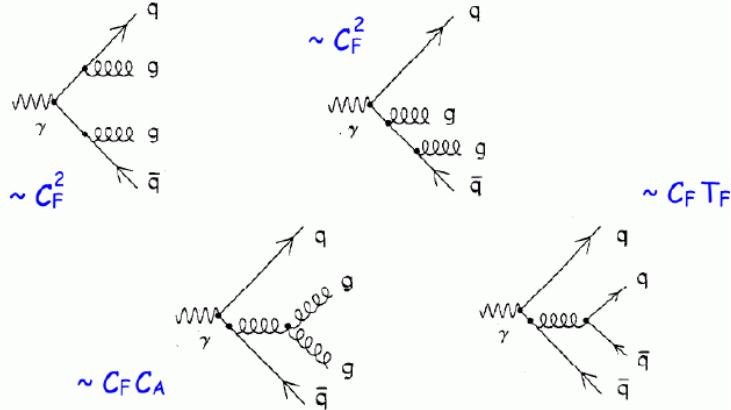
Hetzelfde als bij het Z boson kan nu ook gedaan worden bij de τ vervallen.

$$R_\tau = \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \text{hadrons} + \nu_\tau)}{\Gamma(\tau \rightarrow e\nu_e \nu_\tau)} = R_\tau^0 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots\right) \quad (122)$$

Nog een andere manier om α_s te berekenen is DIS scaling violations. Door deze waarde via verschillende manieren en processen te kunnen meten, kunnen we uiteindelijk inzien dat we dicht bij de werkelijke waarde zullen komen.

5.6 Testen van QCD

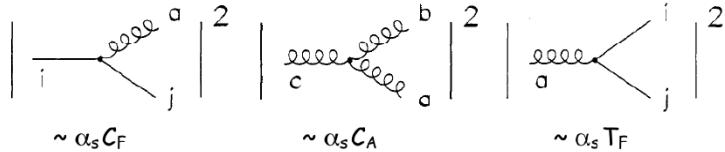
We hebben nu in experimenten gevonden dat we 3 kleuren hebben of hoe hard verschillende quarks aan elkaar binden. Nu is het mogelijk om hier nog veel dieper op in te gaan. We kunnen bijvoorbeeld kijken naar de 4-jet evenementen en wat er nu allemaal kan gebeuren om deze 4 jets te maken. Dit komt neer op 4 verschillende diagrammen gegeven in figuur 28.



Figuur 28: Mogelijke diagrammen om 4 jets te maken

Hiervan is de eerste jet heel makkelijk te onderscheiden van de andere 3 vanwege zijn topologie. De eerste heeft 2 jets die in de ene richting zullen gaan en 2 jets in de andere richting. De andere 3 configuraties hebben 1 jet die met ongeveer de helft van de impuls in de ene richting zal gaan en de overige 3 jets die in de andere richting gaan. Wat er gebeurt in deze diagrammen kan gereduceerd worden tot 3 verschillende processen.

Deze zijn evenredig met de sterke koppelingsconstante en de kleurfactoren C_F , C_A en T_F . Deze kleurfactoren zijn niets anders dan het aantal kleurcombinaties dat er mogelijk zijn. Het is makkelijk in te zien dat die factoren zich ook



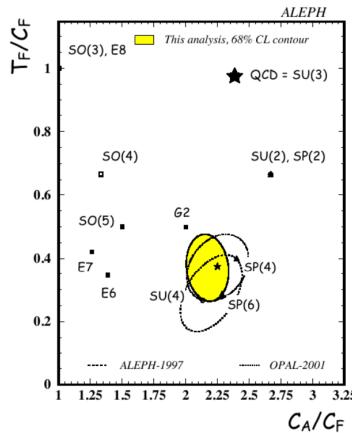
Figuur 29: Gereduceerde diagram elementen

zullen tonen in de verschillende mogelijkheden om 4 jets te creëren. Dit kunnen we gebruiken om de symmetrieën tussen de kleuren onderzoeken. De kinematica van deze experimenten hangt dus af van de diagrammen. Als we hier nu C_A/C_F en T_F/C_F bepalen, kunnen we de groepen van de kleuren bepalen.

Tabel 9: Symmetrie van de kleurconstantes

Groep	C_A	C_F	T_F
$SU(3)$	3	4/3	1/2
$U(1)_3$	0	1	3
$SO(3)$	3	3	3
$SU(N)$	N	$(N^2 - 1)/2N$	1/2

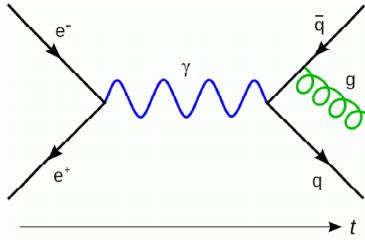
In tabel 9 kan je de waarden terug vinden voor de kleurfactoren indien QCD een bepaalde groep zou hebben. Uit dit experiment, zoals bij het LEP (figuur 30), zien we dat het een goede aanname was dat we hiervoor $SU(3)$ gebruiken.



Figuur 30: Lep resultaten voor 4 jet experimenten

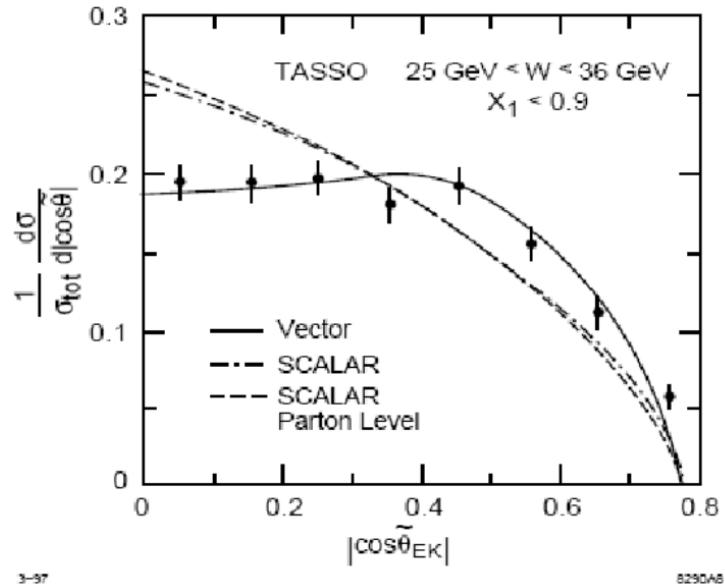
Wat Ryckbosch vooral interessant vindt hier, is dat je weet waarom C_A bij $U(1)_3$ 0 is. Dit komt omdat $U(1)$ een abelse groep is en zelfinteractie niet mogelijk is.

5.7 Spin van het gluon



Figuur 31: 3 jet evenementen

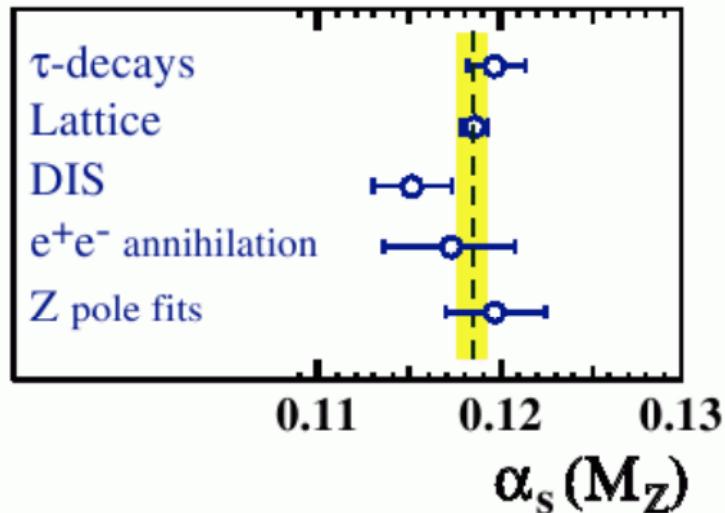
Hier drijven we de experimenten nog een beetje verder en kijken we naar 3-jet evenementen. In deze experimenten maken we weer een quark-antiquark paar aan waarvan er 1 een gluon afstraalt. Hier zal een spin 1/2 deeltje een vector boson met spin 1 aanmaken. Het behoud van angulair moment zorgt ervoor dat de hoekdistributie afhangt van het feit of het gluon nu een spin 0 of spin 1 deeltje is. Bij deze experimenten zoek je de jet met de hoogste energie, die waarschijnlijk degene is die niets heeft afgestraald. Dan kan je kijken naar de hoekdistributie tussen de andere 2 en kan je een idee krijgen over de spin van het gluon. In de resultaten van deze experimenten (figuur 32) zien we dat deze de curve zal beschrijven voor een spin 1 deeltje en is het gluon dus een vector gluon.



Figuur 32: Onderzoek naar de spin van het gluon

5.8 α_s

Wat we al hebben gezien is de sterke koppelingsconstante bij de massa van het Z boson (figuur 33).



Figuur 33: De sterke koppelingsconstante bij de massa van het Z boson

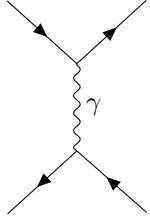
Indien we dit voor meerdere massa's en verschillende energieën uitvoeren krijgen we uiteindelijk te zien dat de waarde van de sterke koppelingsconstante zal oplopen (figuur 34).

Het interessante bij deze grafiek is dat de meest accurate metingen voor QCD komen uit het onderzoek van een zwakke interactie. Hierbij is de vorm van de curve bepaald door QCD en gefit aan de waarde van het Z boson.

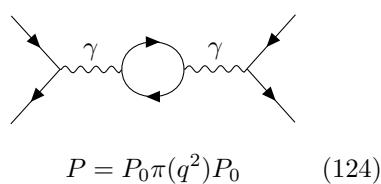
5.9 Lopende koppelingsconstante

5.9.1 QED

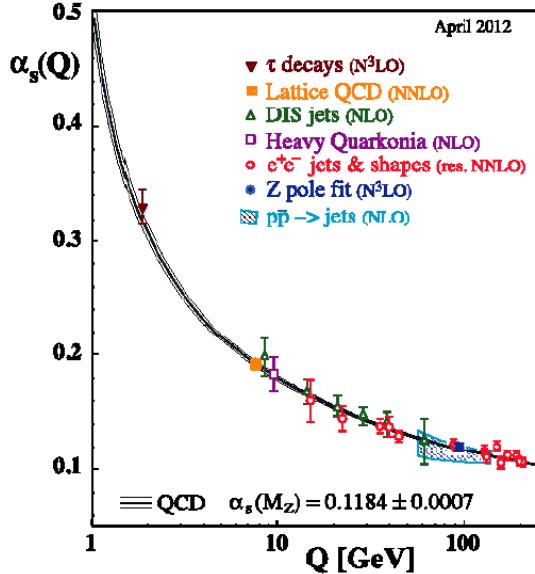
Bij QED wordt de effectieve lading van het elektron bepaald door het proces:



$$P_0 = \frac{e_0^2}{q^2} \quad (123)$$



$$P = P_0 \pi(q^2) P_0 \quad (124)$$



Figuur 34: Lopende koppelingsconstante

Uiteindelijk krijgen voor alleordes samen dat:

$$\begin{aligned}
 p &= P_0 \pi(q^2) P_0 + P_0 \pi(q^2) \pi(q^2) P_0 + \dots \\
 &= P_0 \frac{1}{1 - \pi(q^2) P_0} \\
 &= P_0 \frac{1}{1 - e_0^2 \prod(q^2)}
 \end{aligned} \tag{125}$$

Hierbij hebben we gebruik gemaakt van Taylor ontwikkelingen waarbij x natuurlijk kleiner moet zijn dan 1. Bij de laatste gelijkheid hebben we een zelfenergiecorrectie geïsoleerd waar de lading uit is gehaald. We zien dus dat een foton omgeven zal zijn door een wolk van deeltje-antideeltje paren die hij zal aanmaken en opslorpen. We kunnen de lading van het elektron nu schrijven als de lading bij het eerste diagram vermenigvuldigd met de uitkomst uit vergelijking (125).

$$e^2(q^2) = \frac{e_0^2}{1 - e_0^2 \prod(q^2)} \tag{126}$$

De effectieve lading hangt dus af van op welke afstand we er gaan naar kijken. Schalen we dit nu naar μ , een basisschaal, dan krijgen we

$$e^2(\mu^2) = \frac{e_0^2}{1 - e_0^2 \prod(\mu^2)} \tag{127}$$

Zo bekomen we dat de elementaire lading gegeven kan worden door

$$\begin{aligned} e_0^2 &= \frac{e^2(\mu^2)}{1 - e^2(\mu^2) \prod(\mu^2)} \\ e^2(q^2) &= \frac{e^2(\mu^2)}{1 - e^2(\mu^2) \cdot [\prod(q^2) - \prod(\mu^2)]} \end{aligned} \quad (128)$$

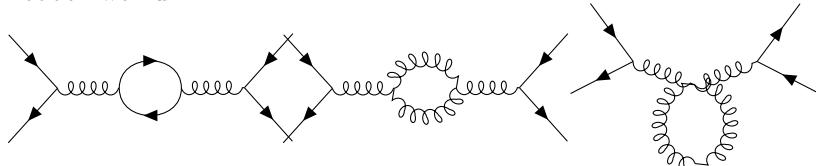
Het enige dat loopt in deze vergelijking is de $\prod q^2$ term. Het is mogelijk om in QCD $\prod(q^2) - \prod(\mu^2)$ uit te rekenen. Hiervoor wordt er verwezen naar het vak kwantumveldentheorie. Hetgeen we hier hebben is eigenlijk niets anders dan de EM koppelingsconstante

$$\alpha(q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \alpha(\mu^2) \frac{1}{3\pi} \ln \left(\frac{q^2}{\mu^2} \right)} \quad (129)$$

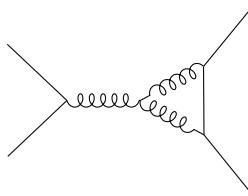
Dit is wat we ook zullen waarnemen bij hoge energieën, maar niet wat we gebruiken in het dagelijkse leven. Daar is $\alpha = \frac{1}{137}$. We zien dat bij hogere energieën de elektrische lading sterker zal worden. Dit omdat als we naar zo kleine afstanden van enkele fm beginnen te kijken, er een nieuw fenomeen begint te spelen. Een lading zal voortdurend fotonen afstralen en in lading-antilading paren omgaan. Het positieve gedeelte van het paar wordt gericht naar de negatieve lading. Met andere woorden wordt het vacuum rond de lading gepolariseerd. Het moment dat we binnen dat gepolariseerde gebied beginnen te kijken zien we die shields van de gepolariseerde lading niet meer en zullen we de echte lading van het deeltje beginnen zien.

5.9.2 QCD

Dezezelfde denkwijze kunnen we nu toepassen op QCD. We krijgen naast de equivalenten diagrammen in QED ook nog andere mogelijkheden. In eerste orde hebben we nu:



Nog een andere mogelijkheid is



Het resultaat voor de lopende sterke koppelingsconstante zal naast deze extra diagrammen ook nog afhangen van het aantal flavours n_f en het aantal kleuren

n_c . Zo krijgen we

$$\alpha_s(q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \alpha_s(\mu^2) \frac{11n_c - 2n_f}{12\pi} \ln\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right)} \quad (130)$$

Hier zal een belangrijke eigenschap bovenkomen. Vanaf het moment dat $11n_c > 2n_f$, zal de noemer altijd maar groter worden met grotere q waarden en wordt de sterke koppelingsconstante steeds kleiner als we op kleinere afstanden kijken. De reden voor deze verwakking is juist hetzelfde als bij het elektron. De quark straalt terug gluonen uit die quark-antiquark paren zal maken. Zo hebben we rond de quark een wolk van quark-antiquark paren die het vacuum rond de quark polariseren. Het verschil hier is dat gluonen zelf kleur hebben en kleur zullen wegnemen van de quark. Hoe dichter je dus bij de quark komt, hoe meer kleur is weggestraald en hoe minder kleur je zal waarnemen en hoe kleiner de koppeling zal worden. De factor waarmee kleur zal weggenomen worden door QCD is:

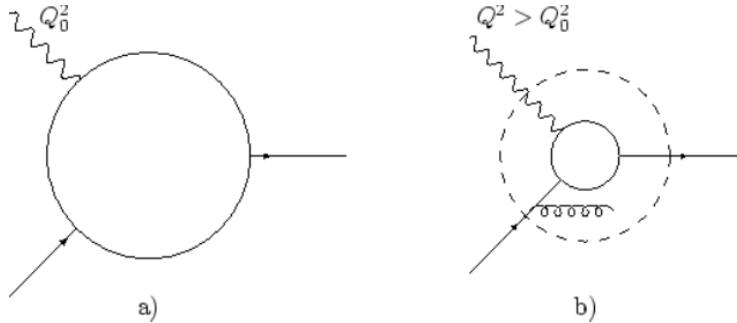
$$\lambda_{QCD} \equiv \mu \exp(-12\pi/(33 - 2n_f)\alpha_s(\mu^2)) \quad (131)$$

Dit alles noemen we de asymptotische vrijheid. Eens de quarks zo dicht bij elkaar zijn, zullen ze elkaar niet meer voelen. Omgekeerd, als een quark en een antiquark van elkaar weggaan, trekken ze elkaar meer aan. Dit effect noemen we fluxbuizen. Typische schalen zijn hier terug $1GeV/fm$. Wat zijn de gevolgen nu van deze opsluiting?

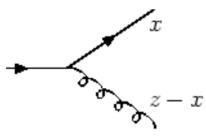
5.10 DIS: scaling violations

Het meest spectaculaire gedeelte van deze opsluiting kunnen we zien in de scaling violations die we waarnemen. Initieel keken we enkel naar de diep inelastische verstrooiingen bij brave energieën van $1 - 10GeV^2$. Volgens deze experimenten was er geen afhankelijkheid van de F_2 in functie van Q^2 en werd bewezen dat dit puntdeeltjes waren. Het moment dat we over een veel grotere range kijken, zie figuur 19, zien we dat hier toch een grote variatie aanwezig is. We zien dat bij lage x de waarschijnlijkheid om een quark waar te nemen afneemt met hogere Q^2 en voor grote x zal toenemen met hogere Q^2 . De reden hiervoor is een resolutie-effect (figuur 35). Als een laagenergetisch foton interageert, ziet hij een puntlading waarmee hij zal interageren. Als met hoogenergetische fotonen wordt gekeken naar een hadron zien ze nog steeds een puntdeeltje, maar een dat kleiner is en dat de mogelijkheid heeft gehad om een gluon af te stralen \rightarrow de quark heeft een kleinere impuls fractie dan de originele quark. **Bij verhoogende energieën is het steeds minder waarschijnlijk om een quark met een hoge impulsfractie tegen te komen.**

5.11 Splitting functies



Figuur 35: Resolutie effect bij DIS experimenten



Figuur 36: diagram van splitting functies

In QCD is het mogelijk om deze afsplitsing verder uit te werken. Dit zijn de zogenaamde splitting functies. Die geven de waarschijnlijkheid om een quark met impulsfractie z op te splitsen in een quark met impulsfractie x en een gluon met fractie $z - x$.

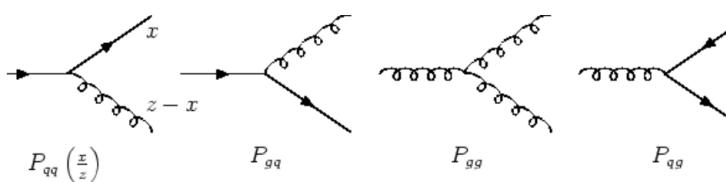
$$q(z) \rightarrow q(x) + g(z - x) \quad (132)$$

Omdat in dit diagram een vertex aanwezig is, is er natuurlijk een afhankelijkheid van α_s aanwezig. De kleurfactor C_F is hier ook aanwezig. Naast het splitsen van het momentum over partons gegeven in vergelijking (132) zijn er nog andere manieren om dit momentum op te splitsen:

$$\begin{aligned} q(z) &\rightarrow q(x) + g(z - x) \\ q(z) &\rightarrow g(x) + q(z - x) \\ g(z) &\rightarrow g(x) + g(z - x) \\ g(z) &\rightarrow q(x) + \bar{q}(z - x) \end{aligned} \quad (133)$$

Bij deze verschillende manieren van opsplitsen zal natuurlijk ook gebruik gemaakt worden van de andere kleurfactoren.

Bij schaalbreking worden we dus uiteindelijk ook gevoelig voor de gluondistributies omdat deze ook weer quarks en antiquarks kunnen aanmaken.



Figuur 37: diagrammen van alle split mogelijkheden

Uit berekeningen in QCD krijgen we nu de verschillende mogelijkheden om

een soort van splitsing tegen te komen:

$$\begin{aligned}
 P_{qq}(Z) &= \frac{4}{3} \frac{1+Z^2}{1-Z} \\
 P_{gq}(Z) &= \frac{4}{3} \frac{1+(1-Z)^2}{Z} \\
 P_{gg}(Z) &= 6 \left(\frac{1-Z}{Z} + \frac{Z}{1-Z} + Z(1-Z) \right) \\
 P_{qg}(Z) &= \frac{1}{2} (Z^2 + (1-Z)^2)
 \end{aligned} \tag{134}$$

met $Z = \frac{x}{z}$. Een belangrijke opmerking bij de laatste 2 diagrammen is dat de uitgaande deeltjes perfect symmetrisch moeten zijn met elkaar. Dit kunnen we natuurlijk ook zien in hun vergelijkingen die symmetrisch zijn voor Z en $1-Z$. Misschien een minder interessante opmerking, maar zeker niet onopgemerkt: voor de eerste waarschijnlijkheid zien we dat als de quark zo goed als alle impuls krijgt, dat deze waarschijnlijkheid afneemt. Dit is uiteindelijk logisch omdat een laagenergetisch gluon lange afstanden zou afleggen, wat onmogelijk is in QCD. De equivalenten gebeuren natuurlijk ook in de andere waarschijnlijkheden.

5.12 DGLAP

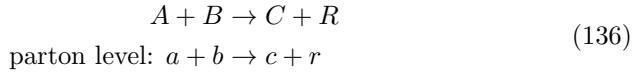
De verschillende waarschijnlijkheds distributies om te veranderen in quarks, antiquarks of gluons kunnen nu gegeven worden door:

$$\begin{aligned}
 Q^2 \frac{dq_i(x, Q^2)}{dQ^2} &= \frac{dq_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[q_i(z, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{z} \right) + g(z, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{z} \right) \right] \\
 Q^2 \frac{d\bar{q}_i(x, Q^2)}{dQ^2} &= \frac{d\bar{q}_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[\bar{q}_i(z, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{z} \right) + g(z, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{z} \right) \right] \\
 Q^2 \frac{dg_i(x, Q^2)}{dQ^2} &= \frac{dg_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[\sum_i q_i(z, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{z} \right) + \sum_i \bar{q}_i(z, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{z} \right) + g(z, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{z} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{135}$$

Opmerking: De α_s in deze vergelijkingen is nog steeds afhankelijk van Q^2 . Deze vergelijkingen kan je nu fitten aan wat we in de experimenten hebben gevonden en we zien dat deze theorie de experimenten zo goed als perfect kan volgen. Het probleem dat we hebben met QCD met de grote afstanden zal in de DGLAP vergelijkingen weggeïntegreerd worden.

5.13 Hadron colliders

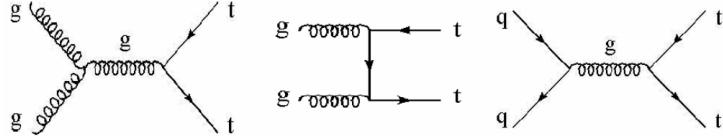
De parton distributie functies zullen hier heel belangrijk zijn omdat hier niet echt de hadronen zullen verstrooien met elkaar maar eerder de partons.



De uiteindelijke cross sectie van deze verstrooiing is gegeven door:

$$\sigma(AB \rightarrow CR) = \int dx_a \int dx_b [[f_{a/A}(x_a)f_{b/B}(x_b) + f_{a/B}(x_a)f_{b/A}(x_b)] \times \sigma(ab \rightarrow cr, \hat{s})] \quad (137)$$

met $f_{...}$ de parton distributie functies die moeten gemeten worden. Er zijn meerdere diagrammen die kunnen bijdragen in de hadronverstrooiingen.



Figuur 38: Diagrammen in de hadron collisies

Uit de parton distributiefuncties (figuur 20) kunnen we ook zien dat bij de hogere energieën het meer en meer waarschijnlijk zal zijn dat er verstrooid wordt aan een gluon in plaats van een (anti)quark. Als 2 voorbeelden hebben we de Tevatron en de LHC. De Tevatron werkt bij ongeveer 1TeV en bestaat voor 80% uit het anniheren van een quark-antiquark paar tot een gluon en maar 20% uit gluon fusies. Daarentegen werkt de LHC bij 10TeV en bestaat uit 80% gluon fusies en 20% quark paar anniheraties.

6 Parity violation

We weten uit experimenten dat de zwakke interactie gegeven wordt door de groep $SU(2)$.

6.1 Pariteit

Kijken we eerst terug naar de definitie die we aan pariteit hebben gegeven in sectie 2.7. Dit is niets anders dan het systeem spiegelen door de oorsprong. Voor vectoren krijgen we dan

$$\begin{aligned} P(\vec{r}) &= -\vec{r} \\ P(\vec{p}) &= -\vec{p} \end{aligned} \quad (138)$$

en voor axiale vectoren

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \vec{r} \times \vec{p} \\ P(\vec{L}) &= \vec{L} \end{aligned} \quad (139)$$

De eigenwaarden van de toestanden die de pariteit volgen zijn ± 1 .

6.1.1 Dirac fermionen

Uit de Diracvergelijking was het mogelijk om 4 onafhankelijke oplossingen te vinden

$$\begin{aligned} u_1 &= \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x+ip_y}{E+m} \end{pmatrix} & u_2 &= \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x-ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \end{pmatrix} \\ v_2 &= \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x+ip_y}{E+m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & v_1 &= \sqrt{E+m} \begin{pmatrix} p_x-ip_y \\ E+m \\ \frac{-p_z}{E+m} \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (140)$$

Hierbij stellen de u 's deeltjes voor en de v 's de antideeltjes, waarbij we hebben dat $v_1(E, \vec{p})e^{-i(\vec{p}\cdot\vec{x}-Et)} = u_4(-E, -\vec{p})e^{-i(-\vec{p}\cdot\vec{x}-(-E)t)}$. v_1 is dus niets anders dan een deeltje dat terug gaat in de tijd met negatieve energie en impuls. Voeren we nu de pariteits operator uit op de Diracvergelijking, dan krijgen we:

$$\begin{aligned} i\gamma^1 \frac{\partial\psi}{\partial x} + \dots - m\psi &= -i\gamma^0 \frac{\partial\psi}{\partial t} \\ \downarrow \psi &\rightarrow \hat{P}\psi \\ i\gamma^1 \hat{P} \frac{\partial\psi'}{\partial x} + \dots - m\hat{P}\psi' &= -i\gamma^0 \hat{P} \frac{\partial\psi'}{\partial t} \\ \downarrow t \rightarrow t, x \rightarrow -x &\Rightarrow \gamma^0 \\ -i\gamma^0 \gamma^1 \hat{P} \frac{\partial\psi'}{\partial x'} + \dots - m\gamma^0 \hat{P}\psi' &= -i\gamma^0 \gamma^0 \hat{P} \frac{\partial\psi'}{\partial t'} \\ \downarrow \gamma^0 \gamma^k &= -\gamma^k \gamma^0 \\ i\gamma^1 \gamma^0 \hat{P} \frac{\partial\psi'}{\partial x'} + \dots - m\gamma^0 \hat{P}\psi' &= -i\gamma^0 \gamma^0 \hat{P} \frac{\partial\psi'}{\partial t'} \\ \Updownarrow \\ i\gamma^1 \frac{\partial\psi'}{\partial x'} + \dots - m\psi' &= -i\gamma^0 \frac{\partial\psi'}{\partial t'} \end{aligned} \quad (141)$$

Uit de onderste 2 vergelijkingen die gelijk zijn aan elkaar zien we dat $\gamma^0 \hat{P}$ niets anders is dan de eenheidsoperator. Hieruit is $\hat{P} = +\gamma^0$ of $\hat{P} = -\gamma^0$. Bij conventie hebben we genomen dat $\hat{P} = +\gamma^0$ en krijgen we voor de inwerking van de pariteit op de Diracoplossingen:

$$\begin{aligned} \gamma^0 u_1 &= +u_2 & \gamma_0 u_2 &= +u_2 \\ \gamma^0 v_1 &= -v_1 & \gamma_0 v_2 &= -v_2 \end{aligned} \quad (142)$$

De positieve deeltjes hebben dus een positieve pariteit en de negatieve deeltjes een negatieve pariteit.

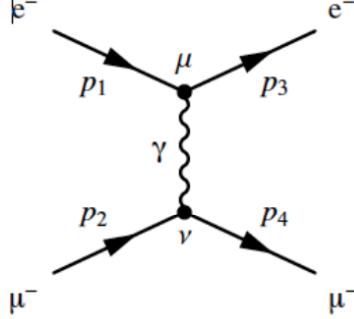
6.1.2 QED

Dit heeft natuurlijk gevolgen voor de wiskunde die we al eerder hebben aangehaald. Kijken we eerst wat dit zal doen bij QED. Als voorbeeld bekijken we een

elektron-muon verstrooing $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$. Het matrix element hiervan is

$$\mathcal{M} = \frac{e^2}{q^2} j_e \cdot j_\mu \quad (143)$$

met $j_e^\mu = \bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)$ en $j_\mu^\nu = \bar{u}(p_4)\gamma^\nu u(p_2)$.



Figuur 39: Feynman diagram van $e^- \mu^-$ botsing

Het transformeren van het matrix element gaat nu als volgt:

$$\begin{aligned} u &\rightarrow \gamma^0 u \\ \bar{u} &= u^\dagger \gamma^0 \rightarrow (\gamma^0 u)^\dagger \gamma^0 = u^\dagger \gamma^0 \gamma^0 = \bar{u} \gamma^0 \\ &\downarrow \\ j_e^\mu &= \bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1) \rightarrow \bar{u}(p_3)\gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 u(p_1) \end{aligned} \quad (144)$$

Bekijken we de tijds- en ruimtecomponenten apart:

- Tijdscomponent:

$$\begin{aligned} j_e^0 &\rightarrow \bar{u} \gamma^0 \gamma^0 \gamma^0 u = \bar{u} \gamma^0 u = j_e^0 \\ \gamma^0 \gamma^0 &= I \end{aligned} \quad (145)$$

- Ruimtecomponent:

$$\begin{aligned} j_e^k &\rightarrow \bar{u} \gamma^0 \gamma^k \gamma^0 u = \bar{u} \gamma^k \gamma^0 \gamma^0 u = -j_e^k \\ \gamma^k \gamma^0 &= -\gamma^0 \gamma^k \end{aligned} \quad (146)$$

Zo krijgen we uiteindelijk voor het scalair product van de stromen dat

$$j_e \cdot j_\mu = j_e^0 j_\mu^0 - j_e^k j_\mu^k \rightarrow j_e^0 j_\mu^0 - (-j_e^k)(-j_\mu^k) = j_e \cdot j_\mu \quad (147)$$

Met andere woorden, QED behoudt de pariteit. Omdat QCD juist dezelfde stromen heeft, met enkel andere voorfactoren en propagatoren, kunnen we zeggen dat QCD pariteit ook zal behouden.

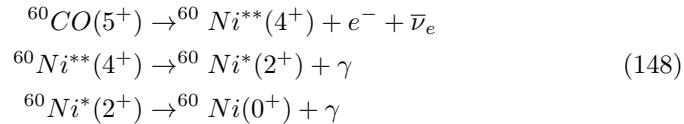
6.2 Pariteit schenden in experimenten

Als we terug kijken in de geschiedenis ontstaat er het θ/τ probleem. Hierbij werden er bij $\pm 500\text{MeV}$ 2 mesonen ontdekt die ongeveer dezelfde massa hebben, maar we zien aan de hand van hun vervalmodes dat het andere deeltjes zijn, $\theta^+ \rightarrow 2\pi$ en $\tau^+ \rightarrow 3\pi$. We verwachten dat θ veel sneller zou vervallen dan τ en dus een veel bredere piek zou hebben. Uit meer precieze metingen bleek dat deze twee deeltjes eigenlijk één en hetzelfde deeltje waren, met juist dezelfde massa en levensduur. Dit zorgt natuurlijk voor problemen. De 2 deeltjes hebben een tegengestelde pariteit en zouden volgens het behoud van pariteit onmogelijk hetzelfde deeltje kunnen zijn. Lee en Yang komen met het voorstel dat de pariteit niet behouden zou zijn bij zwakke vervalen en dat $\theta^+ = \tau^+ \equiv K^+$. Zij vragen aan C.S. Wu om dit experimenteel na te gaan. Zij heeft dit gedaan door het onderzoek van β -verval van gepolariseerde ^{60}Co waaruit volgt dat de pariteit niet behouden is. Daaruit volgt later de V-A theorie.

6.3 Wu-experiment

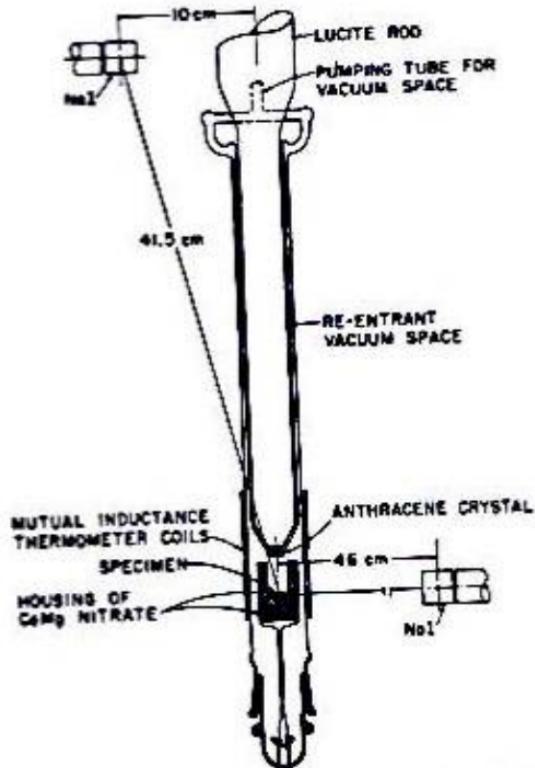
De cross sectie is niets meer dan een waarschijnlijkheid/getal. Dit kan ofwel een scalair of een pseudoscalair zijn. Indien de cross sectie niet van teken verandert is het een scalair en is P behouden. Indien de cross sectie wel van teken verandert is het een pseudoscalair en zal de P niet behouden zijn. De vraag is nu natuurlijk waarom we dit nog niet hebben gezien? Op dat moment is er alleen nog maar onderzoek gedaan op het nucleair β verval. Hierbij worden alleen \vec{p}_N , \vec{p}_e en \vec{p}_ν onderzocht. Eender welke gemixte combinatie die je maakt van deze variabelen (bv. $\vec{p}_N \cdot (\vec{p}_e \times \vec{p}_\nu) = 0$) zal 0 zijn (deze vectors zijn coplanair). Dit is niet bruikbaar om pariteitsschending te onderzoeken. Om de pariteit te onderzoeken moeten we gebruik maken van een axiale vector. De enige die we ter beschikking hebben is \vec{J} , die je kan vastleggen door de nucleus te polariseren.

In het experiment van madam Wu werd dit gedaan met ^{60}Co waarbij de volgende vervalen zullen plaatsvinden.



Met het β verval zijn we bezig met ordes van 1MeVfm , dit is $0.5\hbar c$. Het is dus heel moeilijk om orbitaal impuls moment weg te halen met het β verval. Het is makkelijker in het β verval om de impuls te verliezen via spin. $e^- + \bar{\nu}_e$ moet een spin van ofwel 1 (gamov teller verval) of 0 (fermi verval) hebben. Om het cobalt zo veel mogelijk momentum te laten verliezen, moeten alle spins van de inkomende en uitgaande deeltjes parallel liggen. In deze experimenten liggen de cobaltatomen stil. Wanneer deze vervalen naar nikkel zal het nikkel ook zo goed als stil liggen. Dit wil dus zeggen dat $\hat{p}_e = -\hat{p}_{\bar{\nu}_e}$. Het tweede verval maakt gebruik van de elektromagnetische wisselwerking en zal de pariteit dus behouden. Hierbij heeft het foton een welbepaalde distributie omdat hij

2 eenheden aan angulair moment zal moeten wegnemen. Een foton met een welbepaald angulair moment zal een welbepaald hoekdistributie hebben, $W_\gamma = W_\gamma(\theta)$ met θ de hoek tussen het moment van het foton en de richting van het magnetisch veld dat is aangelegd. Zo is het mogelijk om de polarisatie van nikkel te controleren. Een belangrijke opmerking: omdat EM pariteit behoudt, moeten we hetzelfde waarnemen onder een hoek van 180° .



Figuur 40: De experimentele opstelling van he Wu experiment

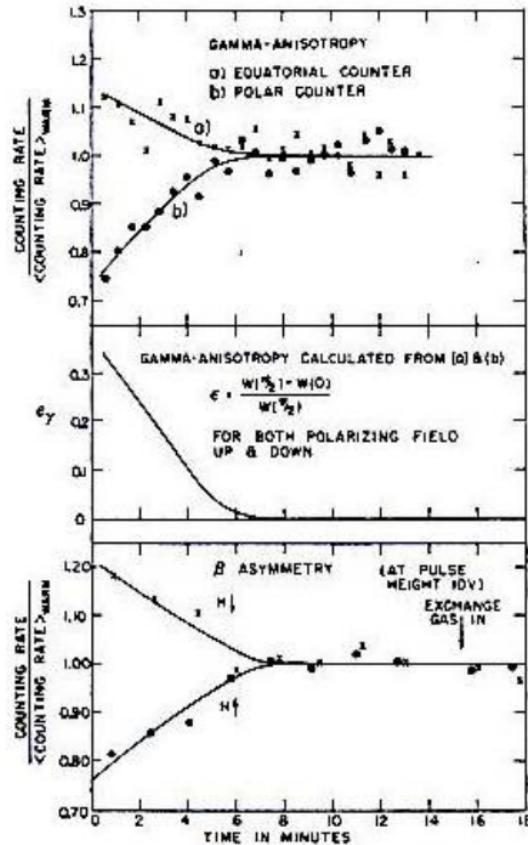
In figuur 40 vindt je de opstelling van het Wu experiment. Hierbij is het zwarte blokje de bron waar CoMg nitraat in zit en dat gepolariseerd wordt met een magneet spoel. Er zijn 2 natriumjodide detectoren (γ detectoren), 1 geplaatst rechts van de bron (90°) en 1 links bovenaan het experiment (0° of 180°). Het verschil tussen de 2 detectoren zal de polarisatie van nikkel geven. Er is een derde kleine detector juist boven de detector die het elektron meet en ziet of deze parallel of antiparallel wordt uitgestuurd.

Als we de polarisatie van de kern weten uit de γ anisotropie, dan gaan we op zoek naar een afhankelijkheid van het elektron met de hoek.

$$W_e \propto 1 + P\beta_e\alpha\gamma \cos \theta \quad (149)$$

Indien er een θ afhankelijkheid is en $\alpha \neq 0$, dan zal de pariteit niet behouden

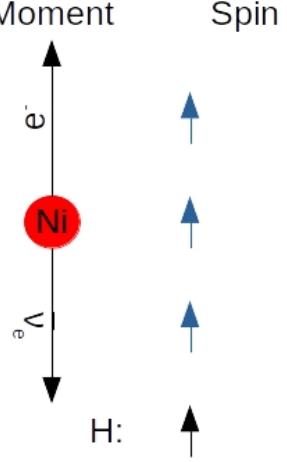
zijn. De resultaten van dit experiment kunnen gevonden worden in figuur 41. In de eerste plot kan je voor (a) de counts vinden van de γ detector onder 90° en (b) de counts voor de γ detector bij 0° . Als we het magneet veld uit zetten en Co laten opwarmen (de polarisatie laten verdwijnen) en de counts van de detectoren plotten in functie van de tijd kunnen we zien dat de polarisatie ook zal verdwijnen in de γ detectoren en kunnen we de polarisatie van de kernen meten wat we in de tweede plot zien. Deze plots zullen hetzelfde blijven als het magneetveld wordt omgedraaid m.a.w. de pariteit is behouden door EM. Dit zal niet zo zijn als we naar de polarisatie van de elektronen kijken. Als het magneetveld wordt omgedraaid, krijgen we ook een omdraaiing van de elektronpariteit en is de pariteit dus niet behouden.



Figuur 41: Resultaten van het Wu experiment

We kunnen schematisch zien wat er gebeurt met de spins van de deeltjes als het magneetveld wordt omgedraaid.

Hier wordt aangetoond dat $\alpha \approx 1$ is, wat consistent is met een pariteit die maximaal geschonden zal worden. Uit de resultaten van dit experiment hebben



Figuur 42: Schematische voorstelling van de spin in functie van het magnetisch veld

Feynmann en Gell-Mann de V-A interactie opgesteld. In deze theorie is het elektron altijd linkshandig en het antineutrino rechtshandig.

$$\gamma^\mu \rightarrow \gamma^\mu(1 - \gamma^5) \quad (150)$$

Er wordt naast de vectoroperator ook nog een axiale vectorcomponent toegevoegd: $\gamma^\mu\gamma^5$. Om te zien hoe dit nu de pariteit juist schendt, kijken we terug naar de axiale stroom van de deeltjes.

$$\begin{aligned} j^\mu &\propto \bar{u}(p')\gamma^\mu\gamma^5u(p) \\ \gamma^5 &= i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (151)$$

Onder de pariteitsoperator verandert deze axiale stroom als volgt:

$$j^\mu = \bar{u}\gamma^\mu\gamma^5u \rightarrow \bar{u}\gamma^0\gamma^\mu\gamma^5\gamma^0u = -\bar{u}\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0\gamma^5u \quad (152)$$

Het product van 2 van die axiale stromen zal nog steeds behouden zijn:

$$j_1 \cdot j_2 = j_1^0 j_2^0 - j_1^k j_2^k \rightarrow (-j_1^0)(-j_2^0) - j_1^k j_2^k = j_1 \cdot j_2 \quad (153)$$

Hetgene dat niet behouden is, is de combinatie van de 2 stromen.

$$\begin{aligned} j^\mu &\propto \bar{u}(p')(g_V\gamma^\mu + g_A\gamma^\mu\gamma^5)u(p) = g_V j_V^\mu + g_A j_A^\mu \\ j_V^\mu &= \bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) \\ j_A^\mu &= \bar{u}(p')\gamma^\mu\gamma^5u(p) \end{aligned} \quad (154)$$

Het matrix element van deze gecombineerde stroom is

$$\mathcal{M} \propto j_1 \cdot j_2 = g_V^2 j_1^V \cdot j_2^V + g_A^2 j_1^A \cdot j_2^A + g_V g_A (j_1^V \cdot j_2^A + j_1^A \cdot j_2^V) \quad (155)$$

De pariteitsoperator hierop inwerkend geeft:

$$j_1 \cdot j_2 = g_V^2 j_1^V \cdot j_2^V + g_A^2 j_1^A \cdot j_2^A - g_V g_A (j_1^V \cdot j_2^A + j_1^A \cdot j_2^V) \quad (156)$$

Hier is duidelijk te zien dat de pariteit niet is behouden voor de gemengde stroom. Deze schendende component is evenredig met $\propto \frac{g_V g_A}{g_V^2 + g_A^2}$ en is maximaal als $|g_V| = |g_A|$. De uiteindelijke V-A theorie geeft de volgende stroom:

$$j^\mu \propto \bar{u}(p') \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(p) \quad (157)$$

6.4 Heliciteit

Keren we terug naar de handigheid, wat hier belangrijk zal zijn.

$$h = \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \quad (158)$$

Dit is niets meer dan de spin geprojecteerd op de bewegingsrichting. De eigenwaardes van de heliciteit voor spin 1/2 deeltjes zijn $\pm \frac{1}{2}$. De heliciteit zal commuteren met de Dirac-Hamiltoniaan, $[\hat{H}_D, \hat{h}] = 0$. Belangrijk is wel dat de heliciteit niet Lorentz-invariant is.

6.5 Chiraliteit

Een grootheid die nauw verwant is met de heliciteit is de chiraliteit. Die wordt gegeven door de volgende projectie operatoren:

$$P_L = \frac{1-\gamma^5}{2} \quad P_R = \frac{1+\gamma^5}{2} \quad (159)$$

Deze projecteren ofwel links-, ofwel rechtshandige deeltjes. Die zullen wel Lorentz-invariant zijn. Omdat de γ^5 niet commuteert met de massaterm van de Hamiltoniaan, zullen deze niet geconserveerd zijn voor massieve deeltjes. Wat deze nu juist uitprojecteren is ofwel de linkshandige ofwel de rechtshandige component van een deeltje.

$$\begin{aligned} u_L &= \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u & u_R &= \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)u \\ \bar{u}_L &= \bar{u}\frac{1}{2}(1 - \gamma^5) & \bar{u}_R &= \bar{u}\frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \end{aligned} \quad (160)$$

Met deze info kan een relatie gevonden worden tussen de heliciteit en deze projectieoperatoren.

$$\begin{aligned} u_\uparrow &= \frac{1}{2}(1 + \kappa)u_R + \frac{1}{2}(1 - \kappa)u_L \\ \kappa &= \frac{p}{E + m} \end{aligned} \quad (161)$$

6.6 $f\bar{f}$ -annihilatie

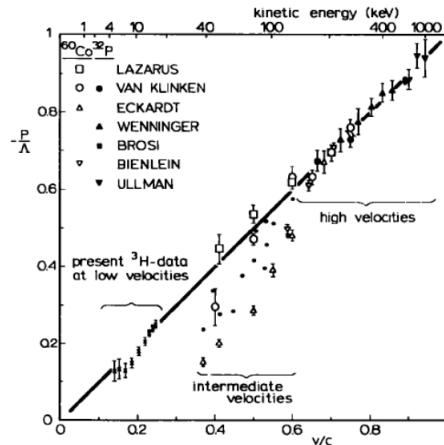
De annihilatie van een fermion-antifermion in een boson wordt gegeven door:

$$\begin{aligned} \bar{v}\gamma^\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2} \right) u &= \bar{v}\gamma^\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2} \right)^2 u \\ &= \bar{v} \left(\frac{1+\gamma^5}{2} \right) \gamma^\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2} \right) u \\ &= \bar{v}_R \gamma^\mu u_L \end{aligned} \quad (162)$$

Hier hebben we dus aangetoond dat we de V-A interactie kunnen zien als een vector interactie die bindt met linkschirale (\approx linkshandige) deeltjes en rechtschirale (\approx rechtshandige) antideeltjes. De heliciteitsfractie in chirale toestanden kunnen gevonden worden door:

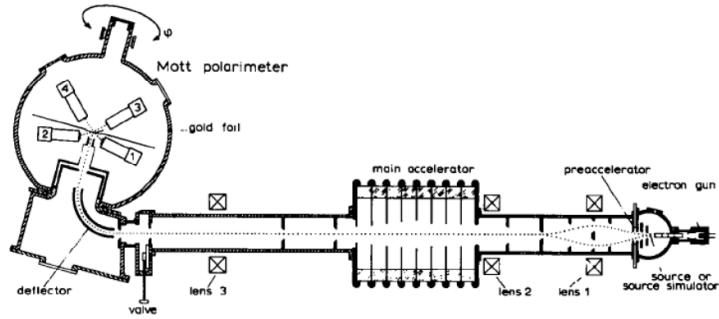
	e^-/f	e^+/\bar{f}	ν	$\bar{\nu}$
linkshandig	$\frac{1}{2}(1+\kappa)$	$\frac{1}{2}(1-\kappa)$	1	0
rechtshandig	$\frac{1}{2}(1-\kappa)$	$\frac{1}{2}(1+\kappa)$	0	1

De polarisatie van $e^- = -\kappa \approx -\beta$. Het experiment om de polarisatie van het elektron te bepalen is interessant om te bekijken. Bij de resultaten van deze experimenten wordt de polarisatie geplot in functie van β , wat een evenredig verband moet zijn.



Figuur 43: Resultaten van polarisatie experimenten van het elektron

Bij hoge energie werd deze relatie mooi gevuld, maar we zagen dat dit niet het geval was bij lagere energieën. De vraag die hier dus op volgt is nu of de pariteit enkel wordt geschonden bij hoge energie en niet bij lage energie? Meneer Van Klinken onderzoekt nu deze polarisatie bij lage energie, wat een heel leerrijk experiment was, zeker de manier waarop dit is opgesteld.



Figuur 44: Experimentele opstelling voor onderzoek naar elektronpolarisatie bij lage energie

Figuur 44 geeft een schematische voorstelling van het Van Klinken experiment. Hierbij worden elektronen aangemaakt in een elektronenbundel, waar we enkel de elektronen behouden in een bepaalde chirale toestand. Vervolgens kunnen we deze elektronen versnellen (dit omdat de polarisatie dan makkelijker te bepalen is). De versnelde elektronen buigen we nu af naar de Mott polarimeter. De vraag is nu waarom we de elektronen afbuigen. Dit is door de manier waarop de polarimeter zal werken.

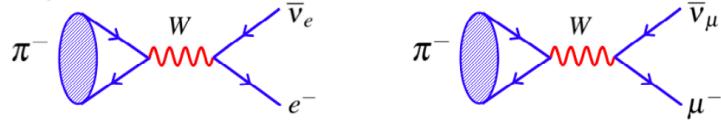
Intermezzo: werking van de Mott polarimeter

Deze zal gebruik maken van Mott scattering, wat niets anders is dan een elastische eN -scattering. Het elektron wordt dus verstrooid in het Coulomb-veld en voelt een magnetisch veld $\propto -\vec{v} \times \vec{E}$. Dit komt overeen met het angulair moment. Het elektron zal van de kern deflecteren met $V \propto \vec{\mu} \cdot \vec{B}$. Het interessante is dat we de polarisatie van de spin enkel zullen kunnen waarnemen als de spin parallel staat op het magneetveld en dus loodrecht op zijn impuls staat.

De Mott polarisatie is dus enkel gevoelig voor transversale polarisatie. Het is dus nodig om de spin of bewegingsrichting met 90° te draaien. Bij de afbuiging van deze elektronen moeten we dus enkel de bewegingsrichting aanpassen en niet de spin. We kunnen dus niet gebruik maken van magneten om deze afbuiging uit te voeren. In dit experiment maken we gebruik van een elektrostatische deflector die met elektrische velden werkt om de elektronen af te buigen en deze laat de spin gerust. Uit deze experimenten was het ook mogelijk om netjes te zien dat deze de relatie tussen polarisatie en β volgen.

6.7 Pion verval

Kijken we bij het verval van het pion naar ofwel het elektron, ofwel het muon met hun respectievelijke antineutrino, dan zien we dat er geen verschil is tussen de 2 bij het anniheren van het $d\bar{u}$ paar naar het W boson. Het verschil zal hem ook niet zitten in de vertex waar het W boson vervalt in de leptonen. In deze vertices staan voor de elektromagnetische wisselwerking geen andere ladingen en dus elementen. Het verschil van deze diagrammen zal dus zitten in de fase-



Figuur 45: Diagrammen van een pion verval

ruimte van deze processen. De faseruimte voor het verval naar elektronen zal veel groter zijn dan het verval naar muonen ($\Gamma_e \gg \Gamma_\mu$). Dit omdat het elektron veel minder weegt dan het muon en meer faseruimte over heeft. We verwachten dus dat het pion zo goed als altijd zou vervallen naar een elektron. Dit is niet wat we in de werkelijkheid zien, waar zo goed als alle pionen vervallen in muonen. Dit vreemde gedrag kan makkelijk begrepen worden met behulp van de chiraliteitsoperator.

Gaan we uit van een stilstaand pion dat vervalt naar een muon en een antineutrino. Hun impuls zal dus tegengesteld zijn.



Figuur 46: Schematische voorstelling van het pion verval naar muonen

Het antineutrino is massaloos en moet dus rechtshandig zijn en zijn spin is dus gelijk aan zijn impulsrichting. Omdat de totale spin van het pion 0 is, moet de spin van het muon tegengesteld zijn en is dit ook rechtshandig. De zwakke interactie zal dit deeltje aanmaken met een linkse chiraliteit. De kans om een rechtshandig deeltje te bekomen, kunnen we nu vinden door de eerder bepaalde relaties tussen chiraliteit en heliciteit, vergelijking (161). Het matrix element van dit verval wordt dus:

$$\mathcal{M} \propto \left(1 - \frac{p_l}{E_l + m_l} \right) \quad (163)$$

De breuk kunnen we aan de hand van 4 vector kinematica herschrijven. De 4 impulsen van deze deeltjes zijn:

$$\begin{aligned} p_\pi &= (m_\pi, 0, 0, 0) \\ p_l &= (E_l, 0, 0, p_l) \\ p_{\bar{\nu}} &= (p_l, 0, 0, -p_l) \end{aligned} \quad (164)$$

Hierbij hebben we gebruik gemaakt van het feit dat het pion stilstaat, dat het antineutrino massaloos is en dat de impuls van het antineutrino en lepton tegengesteld zijn. Uit behoud van 4-impuls is het mogelijk om de E_l te berekenen.

$$\begin{aligned}
p_\pi &= p_l + p_{\bar{\nu}} \\
p_\pi - p_l &= p_{\bar{\nu}} \\
(p_\pi - p_l)^2 &= p_{\bar{\nu}}^2 \\
m_\pi^2 + m_l^2 - 2m_\pi E_l &= 0 \\
E_l &= \frac{m_\pi^2 + m_l^2}{2m_\pi}
\end{aligned} \tag{165}$$

Uit de massa-energierelatie krijgen we p_l .

$$\begin{aligned}
E_l^2 &= p_l^2 + m_l^2 \\
p_l^2 &= \left(\frac{m_\pi^2 + m_l^2}{2m_\pi} \right)^2 - m_l^2 \\
p_l &= \frac{m_\pi^2 - m_l^2}{2m_\pi}
\end{aligned} \tag{166}$$

Dit kunnen we nu allemaal invullen in de originele breuk.

$$\begin{aligned}
\frac{p_l}{E_l + m_l} &= \frac{\frac{m_\pi^2 - m_l^2}{2m_\pi}}{\frac{m_\pi^2 + m_l^2}{2m_\pi} + m_l} \\
&= \frac{\frac{m_\pi^2 - m_l^2}{2m_\pi}}{\frac{m_\pi^2 + m_l^2}{2m_\pi} + \frac{2m_\pi m_l}{2m_\pi}} \\
&= \frac{(m_\pi + m_l)(m_\pi - m_l)}{(m_\pi + m_l)^2} \\
&= \frac{(m_\pi - m_l)}{(m_\pi + m_l)}
\end{aligned} \tag{167}$$

Zo kunnen we inzien dat het matrix element proportioneel wordt als volgt:

$$\mathcal{M} \propto \frac{m_l}{m_\pi + m_l} \tag{168}$$

Voor de stromen van dit verval hebben we voor de leptonische stroom

$$j_l^\nu = \frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u}(p_l) \frac{1}{2} \gamma^\nu (1 - \gamma^5) v(p_{\bar{\nu}}) \tag{169}$$

en de pionstroom, waarbij er voor een gebonden hadron maar 1 relevante 4 vector p_π is:

$$j_\pi^\mu = \frac{g_W}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} f_\pi p_\pi^\mu \tag{170}$$

Ten laatste zal er ook nog een propagatorterm zijn $\frac{g_{\mu\nu}}{m_W^2}$. Het matrixelement

wordt nu

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{fi} &= \frac{g_W}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} f_\pi p_\pi^\mu \frac{g_{\mu\nu}}{m_W^2} \frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u}(p_l) \frac{1}{2} \gamma^\nu (1 - \gamma^5) v(p_{\bar{\nu}}) \\
&= \frac{g_W^2}{4m_W^2} g_{\mu\nu} f_\pi p_\pi^\mu \bar{u}(p_l) \gamma^\nu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) v(p_{\bar{\nu}}) \\
&= \frac{g_W^2}{4m_W^2} f_\pi m_\pi \bar{u}(p_l) \gamma^0 \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) v(p_{\bar{\nu}}) \\
&= \frac{g_W^2}{4m_W^2} f_\pi m_\pi \bar{u}^\dagger(p_l) \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) v(p_{\bar{\nu}}) \\
&= \frac{g_W^2}{4m_W^2} f_\pi m_\pi \bar{u}^\dagger(p_l) v_\uparrow(p_{\bar{\nu}})
\end{aligned} \tag{171}$$

Het belangrijke dat hier onthouden moet worden is dat voor de leptonen het matrixelement mooi kan uitgeschreven worden, maar dat dit niet lukt voor het pion. De “blob” van het pion wordt samengebracht in een factor f_π . Uiteindelijk bekomen we een linkschiraal deeltje dat bindt met een rechtshandig antideeltje door de zwakke wisselwerking. Om de waarschijnlijkheid hiervan te bekijken moeten we kijken wat de fractie aan rechtse heliciteit is van het linkschirale deeltje door het behoud van angulair moment. Zoals we eerder hebben uitgerekend zien we dan dat het matrix element herschreven kan worden tot

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{fi} &= \frac{g_W^2}{4m_W^2} f_\pi m_\pi \sqrt{E_l + m_l} \sqrt{p} \left(1 - \frac{p}{E_l + m_l} \right) \\
&= \left(\frac{g_W^2}{4m_W^2} \right)^2 f_\pi m_l \sqrt{m_\pi^2 - m_l^2}
\end{aligned} \tag{172}$$

Het uiteindelijke matrix element moet gekwadrateerd worden en dan krijgen we

$$\begin{aligned}
\langle |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rangle &= |\mathcal{M}|^2 = 2G_F^2 f_\pi^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2) \\
\frac{G_F}{\sqrt{2}} &= \frac{g_W^2}{8m_W^2}
\end{aligned} \tag{173}$$

Hier niet zo belangrijk, maar we hebben de Lorentz-invariante faseruimte nog nodig: $\frac{4\pi}{32\pi^2 m_\pi^2} p$. Samen met het matrix element geeft dit de vervalbreedte

$$\Gamma = \frac{4\pi}{32\pi^2 m_\pi^2} p \langle |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rangle = \frac{G_F^2}{8\pi m_\pi^3} f_\pi^2 (m_l(m_\pi^2 - m_l^2))^2 \tag{174}$$

Het belangrijke dat we moeten inzien is dat de ratio tussen de 2 vervalmodi van het pion afhangen van de massa's van de deeltjes.

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e(m_\pi^2 - m_e^2)}{m_\mu(m_\pi^2 - m_\mu^2)} \right) = 1.26 \times 10^{-4} \tag{175}$$

Het is niet verwacht dat je de precieze berekeningen van het pionverval kan geven op het examen. Het is vooral belangrijk om te weten waarom het eerder naar een muon vervalgt in plaats van een elektron.

6.8 Geladen zwakke interactie

Wat we dus ondervonden hebben, is dat de zwakke interactie enkel inwerkt op linkschirale deeltjes en dus niets zal doen met de rechtschirale deeltjes

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad I_z = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (176)$$

$$(e)_R \quad (\mu)_R \quad (\tau)_R \quad I_z = 0$$

We zien dat hier dus zwakke isospin doubletten worden gevormd en een singlet voor de rechtschirale deeltjes. Hetzelfde zou kunnen gedaan worden voor de quarks. Omdat we doubletten krijgen is de meest voor de hand liggende groep $SU(2)_L$, wat wil zeggen dat er 3 generatoren zijn en 3 uitwisselingsbosonen, genoemd W_1 , W_2 en W_3 . Het is makkelijk om van W_1 en W_2 ladderoperatoren te maken voor de positieve en negatieve stroom $W^\pm = \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}}$ die we ook zien in de experimenten. W_3 is complexer omdat deze zal opmengen met γ om het Z^0 boson te bekomen.

7 Elektrozwakke precisietesten

De eerste oplossing die aan bod is gekomen om de korte dracht van de zwakke wisselwerking te verklaren is de massa van het intermediaire boson.

7.1 Zwakke uitwisselingsdeeltjes

Zoals op het einde van vorig hoofdstuk is gezegd, zijn de uitwisselingsdeeltjes van de zwakke interactie W_1 , W_2 en W_3 . De eerste 2 bosonen vormen samen de geladen zwakke stromen W^\pm . Hierbij was een voorspelling gedaan dat de massa's van deze deeltjes enkele GeV zouden zijn. Wat is W_3 nu? Dit kan niet anders dan een neutraal deeltje zijn. Het eerste waar men dan aan denkt is het foton, maar dit is niet mogelijk vanwege de koppeling met neutrinos. Er wordt gepostuleerd dat er ook een isospin singlet moet bestaan B^0 die ook neutraal is. Deze 2 kunnen opmengen tot A^μ en Z^μ .

$$\begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^0 \\ W^3 \end{pmatrix} \quad (177)$$

Z komt overeen met de zwakke wisselwerking en A met de elektromagnetische, wat een unificatie zal zijn tussen de zuivere zwakke bosonen en de elektrozwakke bosonen.

7.2 Neutrale zwakke stroom

De reden voor deze drang om een elektrozwakke unificatie te vinden stamt uit het vinden van de zuivere interactiestroom naast een axiale in de zwakke interactie experimenten (wat neerkomt op een zuivere vector stroom tussen specifieke

chirale deeltjes). We hebben in deze 2 theorieën 2 uitwisselingsdeeltjes met gelijke kwantumgetallen, die dan uiteraard zullen opmengen. De reden waarom de sterke wisselwerking er niet bij wordt gehaald is omdat deze alleen met de quarks zal interageren en niet met de leptonen.

De elektrozwakke unificatie zegt ons dat er naast de geladen stromen ook neutrale zwakke stromen moeten zijn aan de hand van Z^0 uitwisseling. Het probleem is dat deze experimenteel nooit gezien worden. Deze zijn enkel zichtbaar als alle andere kanalen onderdrukt worden. Een mogelijke oplossing hiervoor is te werken met de neutrinos die alleen zwak kunnen interageren. In 1973 is in een bubbleexperiment voor het eerst zo een neutrale stroom waargenomen en is dus aangetoond dat de neutrale stromen bestaan.

7.3 Uitwisselings bosonen

Nu we weten dat deze deeltjes bestaan, willen we die natuurlijk ook effectief aanmaken. Om dit te doen hebben ze in CERN de SPS-collider omgebouwd om $p\bar{p}$ verstrooiingen uit te voeren. De reden waarom we effectief \bar{p} gebruiken is dat antiquark uit p enkel een zeequark kan zijn en dus maar een kleine fractie van het protonmomentum zal hebben. Hierdoor is er niet genoeg energie om een W boson aan te maken. Als je een \bar{p} gebruikt zal het antiquark nu een veel grotere fractie van het proton hebben en wel genoeg energie hebben om een W boson aan te maken.

$$p + \bar{p} \rightarrow W + \text{rest} \rightarrow e\nu/\mu\nu + \text{rest} \quad (178)$$

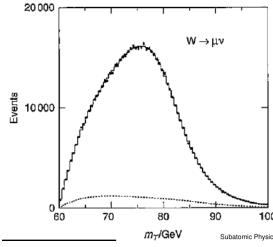
Het maken van een antiprotonenbundel is niet zo moeilijk. Schiet een protonenbundel op een target waar onder andere antiprotonen uit komen. Het probleem hierbij is dat deze alle richtingen uitgaan. Door een magneet in de buurt te zetten kan je deze collimeren tot een bundel in een buis. Op dit moment divergeren de antiprotonen nog. Door deze af te koelen is het mogelijk om de antiprotonen allemaal in dezelfde richting te laten gaan. Door het Heisenberg principe zal bij het samendrukken van de bundel in de ene richting deze in de andere richting uitzetten. De manier dat dit omzeild kan worden is door causaliteit. Door het constant zijn van de lichtsnelheid is het mogelijk om in vogelvlucht informatie sneller aan de andere kant van de ring te krijgen en die informatie te gebruiken om de bundel bij te sturen.

Het probleem bij deze experimenten is dat de energie en momentum van de initiële quark en antiquark niet perfect geweten zijn. Het W^+ boson zal dus niet stil staan, wat je niet kan meten. Wat we wel kunnen meten is de transversale impuls van het W boson. Specifiek meten we $p_T(e)$ en omdat we met een hermetische detector werken is $p_T(\nu) = p_T(\text{missing})$. In de transversale richting is er geen boost en is p_T dus Lorentz-invariant. In het ruststelsel van W is $|\vec{p}(e)| = -|\vec{p}(\nu)|$ en kunnen dus bepalen dat $p_T(e) = \frac{M_W}{2} \sin \theta^*$ met θ^* de

de vervalhoek in het ruststelsel.

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dp_T} &= \frac{dn}{d\theta^*} \frac{d\theta^*}{dp_T} \\ &= \frac{dn}{d\theta^*} \frac{1}{\sqrt{(M_W/2)^2 - p^2}} \end{aligned} \quad (179)$$

Dit wil zeggen dat voor eender welke hoekafhankelijkheid in het aantal counts, we een piek zullen waarnemen als $p_T = M_W/2$. Als we de transversale massa ($m_T = 2p_T$) plotten in een histogram, krijgen we dat de massa van het W^+ boson $M_W = 80.0 \pm 1.5 \text{ GeV}$ is.

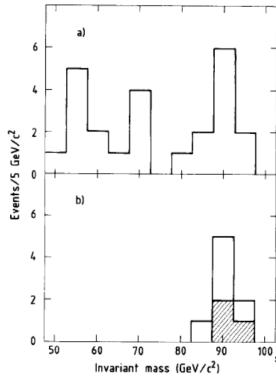


Figuur 47: Histogram van events in functie van de transversale massa

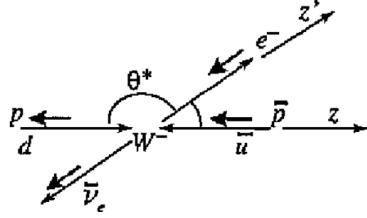
Het meten van de massa van het Z boson is een stuk makkelijker omdat we hier niet te maken hebben met een neutrino en we de invariante massa rechtstreeks kunnen meten.

$$p + \bar{p} \rightarrow Z^0 + \text{rest} \rightarrow e^+e^- (\mu^+\mu^-) + \text{rest} \quad (180)$$

De massa van dit boson is $M_Z = 91.5 \pm 1.7 \text{ GeV}$.



Figuur 48: Bepalen van de massa van het Z boson



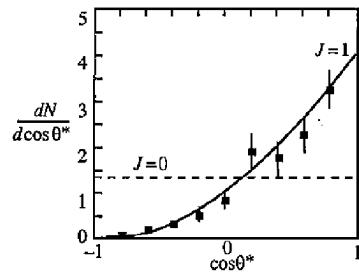
Figuur 49: Schema van de kinematica van een verstrooing om de spin van W te bepalen

7.4 Spin van W

Nemen we aan dat de V-A theorie correct is en laten we een anti-up en een down quark annihielen tot een W^- boson. V-A zegt dat d een linkshandig deeltje moet zijn en zijn spin is dus antiparallel aan de bewegingsrichting. Voor \bar{u} zegt V-A dat dit een rechtshandig deeltje is en ligt zijn spin parallel aan zijn bewegingsrichting. De spin van W^- is de combinatie van de 2 spins, $J = 1$ en $J_z = -1$. De -1 projectie op de z -richting is door conventie dat de z -richting gelijk wordt gesteld aan de protonrichting. Vervolgens laten we W^- vervallen naar e^- en $\bar{\nu}$. Omdat we met een elektron te maken hebben weten we dat het intermediaire boson een W^- boson zal zijn. Voor de uitgaande deeltjes kunnen we nu ook een kwantisatieas zien met e^- linkshandig en $\bar{\nu}$ rechtshandig. Dit geeft ons terug een projectie van de spin op deze as $J_{z'} = -1$. We moeten dus de waarschijnlijkheid bepalen waarbij $J_z = -1$ wordt omgezet in $J_{z'} = -1$. Dit gebeurt aan de hand van de rotatiematrixen.

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &\propto (d^1_{-1,-1})^2 \\ &\propto \left[\frac{1}{2}(1 + \cos \theta^*) \right]^2 \end{aligned} \quad (181)$$

Kijken we nu experimenteel naar de hoekdistributie, dan zien we duidelijk dat het W^- een spin van 1 moet hebben.



Figuur 50: Experimentele resultaten van de spin van W

7.5 Elektrozakke unificatie

Kijken we nu terug naar de stromen van de geladen zakke interactie.

$$\begin{aligned} W^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \pm iW^2) & j^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(j_1 \pm ij_2) \\ j_\mu^- &= \bar{\nu}_{eL} \gamma_\mu e_L^- & j_\mu^+ &= \bar{e}_L^- \gamma_\mu \nu_{eL} \end{aligned} \quad (182)$$

De zakke interactie heeft 3 intermediaire bosonen, het 3de boson is een iso-scalaire interactie B . De $SU(2)$ groep kunnen we unificeren tot $SU(2) \otimes U(1)$. $U(1)$ is hier niet de elektromagnetische groep omdat B niet exact het foton kan zijn. Voor die wisselwerking is de zakke hyperlading toegevoegd: $Y_W = 2(Q - I_z)$. Een aantal voorbeelden van de zakke hyperlading zijn gegeven in tabel 10.

Tabel 10: Voorbeelden van de hyperlading

	Y_W	Y_W
ν_L	-1	$\frac{1}{3}$
l_L^-	-1	$\frac{1}{3}$
		$\frac{4}{3}$
l_R^-	-2	$-\frac{2}{3}$
d_L		
u_R		
d_R		

Mengen we nu W_3 en B op, dan krijgen we

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Z^0 \\ A \end{pmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} g & -g' \\ g' & g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3 \\ B \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3 \\ B \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (183)$$

met g de zakke koppelingsconstante en g' de koppelingsconstante die we niet kennen waarmee B aan de zakke hyperlading koppelt. De Weinberg hoek kan geschreven worden als: $\theta_W \equiv \tan^{-1} \frac{g'}{g}$. Nu wordt de Lagrangiaan gegeven door:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= g(j_\mu^1 W_1^\mu + j_\mu^2 W_2^\mu + j_\mu^3 W_3^\mu) + \frac{g'}{2} j_\mu^Y B^\mu \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}}(j_\mu^- W_+^\mu + j_\mu^+ W_-^\mu) + j_\mu^3(g W_3^\mu - g' B^\mu) + g' j_\mu^{EM} B^\mu \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}}(j_\mu^- W_+^\mu + j_\mu^+ W_-^\mu) + \frac{g}{\cos \theta_W}(j_\mu^3 - \sin^2 \theta_W j_\mu^{EM}) Z^\mu + g \sin \theta_W j_\mu^{EM} A^\mu \end{aligned} \quad (184)$$

Hierbij kunnen we mooi zien in de eerste lijn dat de W 's interageren met een strekte g en B met een sterke g' . Als we ervan uit gaan dat A een foton beschrijft, moet $g \sin \theta_W \propto e$ zijn, of exact $g \sin \theta_W = \sqrt{4\pi\alpha}$. We zien dus eigenlijk dat g zo goed als gelijk is aan de elektromagnetische koppeling. Uit de

2de term krijgen we de koppelingssterkte van het Z boson.

$$\begin{aligned} g_Z &= \frac{g}{\cos \theta_W} (I_z - Q \sin^2 \theta_W) \\ &= \frac{g}{\cos \theta_W} c_Z \\ c_Z &= I_z - Q \sin^2 \theta_W \end{aligned} \tag{185}$$

Hier is c_Z equivalent met de kleurfactoren van QCD. Ten laatste voor de W koppeling moet deze g overeen komen met de propagator term uit de klassieke theorie

$$G_F = \frac{\sqrt{2}g^2}{8M_W^2} \tag{186}$$

In de propagator term komt de massa van het W boson voor:

$$\begin{aligned} M_W &= \frac{g^2 \sqrt{2}}{8G_F} \\ &= \sqrt{\frac{\pi \alpha}{\sqrt{2}G_F}} \frac{1}{\sin \theta_W} = \frac{37.3}{\sin \theta_W} \text{ GeV} \end{aligned} \tag{187}$$

Zo is het mogelijk om de elektromagnetische en zwakke wisselwerking te beschrijven in termen van 2 constantes: α en θ_W .

7.6 Massa van het Z^0 -boson

Gaan we ervan uit dat de massa van het Z boson komt van het matrix element, dan is $M_\phi^2 = \langle \phi | H | \phi \rangle^2$. Zo krijgen we 3 vergelijkingen waarbij we gebruikt hebben dat het foton masseloos is en het foton en Z boson orthogonaal zijn.

$$\begin{aligned} M_Z^2 &= M_W^2 \cos^2 \theta_W + M_B^2 \sin^2 \theta_W - 2M_{BW}^2 \cos \theta_W \sin \theta_W \\ 0 &= M_\gamma^2 = M_W^2 \sin^2 \theta_W + M_B^2 \cos^2 \theta_W + 2M_{BW}^2 \cos \theta_W \sin \theta_W \\ 0 &= M_{Z\gamma}^2 = (M_W^2 - M_B^2) \sin \theta_W \cos \theta_W + M_{BW}^2 (\cos^2 \theta_W - \sin^2 \theta_W) \\ \Rightarrow M_Z &= \frac{M_W}{\cos \theta_W} \end{aligned} \tag{188}$$

Aan de hand van deze relatie tussen de massa van de W en Z bosonen is het mogelijk om de theorie te testen.

7.7 Koppeling van het Z^0 boson

Als we kijken naar de koppelingsconstante van het Z boson zijn we geïnteresseerd in 1 specifieke term in de lagrangiaan.

$$\frac{g}{\cos \theta_W} (j_\mu^3 - \sin^2 \theta_W j_\mu^{\text{EM}}) Z^\mu \tag{189}$$

De koppelingsconstante voor links- en rechtshandige deeltjes zal verschillen.

$$\begin{aligned} g_L &= I_z - Q \sin^2 \theta_W \\ g_R &= -Q \sin^2 \theta_W \end{aligned} \quad (190)$$

Hierbij komt de I_z component van de j^3 stroom en de $Q \sin^2 \theta_W$ component van de j^{EM} stroom. Het is natuurlijk logisch dat de I_z component 0 is voor de rechtschirale deeltjes omdat deze niet koppelen aan elkaar. Kijken we nu naar de zwakke koppelsterkte in functie van de vector en axiale termen:

$$\begin{aligned} c_V &= g_L + g_R = I_z - 2Q \sin^2 \theta_W \\ c_A &= g_L - g_R = I_z \end{aligned} \quad (191)$$

Hier is het mogelijk om uit de polarisatie de links- en rechtschirale koppelingscomponent te halen en die te gebruiken om θ_W te bepalen. Zo zien we voor verschillende deeltjes (tabel 11) dat c_A altijd $\pm 1/2$ is en dat c_V zal afhangen van de Weinberg hoek en de lading van het deeltje dat met Z interageert. Er is dus geen universele koppelingsconstante.

Tabel 11: vector en axiale componenten van de koppelingsconstante

	$2c_V$	$2c_A$
ν	+1	+1
e	$-1 + 4 \sin^2 \theta_W$	-1
u	$+1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W$	+1
d	$-1 + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	-1

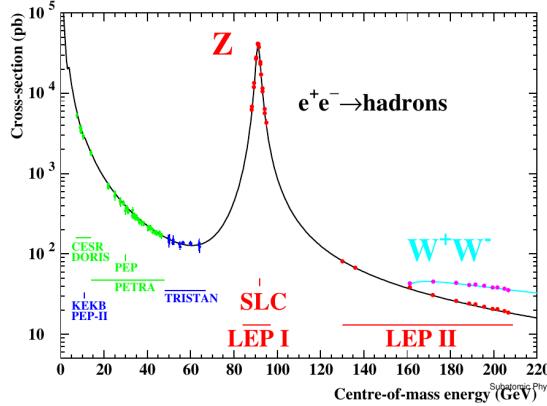
7.8 e^+e^- annihilatie



Hierbij zal er naast de elektromagnetische wisselwerking met een foton ook een mogelijkheid zijn om zwak te binden aan een Z^0 boson. Het is dus mogelijk om voor eender welk diagram met γ een equivalent te tekenen met een Z^0 boson. Uit deze diagrammen kunnen we nu 2 verschillende ladingen halen:

$$-i \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} \quad \frac{-ig^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{M_Z^2}}{q^2 - M_Z^2} \quad (192)$$

Uit de 2de lading kunnen we zien dat deze zal divergeren als $q = M_Z^2$, wat we kunnen zien in experimenten.



Figuur 51: Resultaten naar het onderzoek van e^+e^- annihilatie

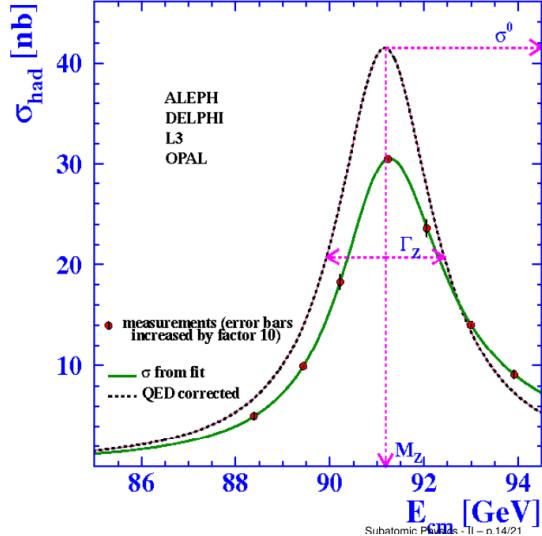
7.9 Het Z boson

Brengen we alle werkzame doorsneden van de mogelijke vervalmodi van het Z boson samen tot een totale werkzame doorsnede:

$$\sigma_Z^0 = \frac{12\pi}{M_Z^2} \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{\Gamma_Z} \frac{s\Gamma_Z^2}{(s - M_Z^2)^2 + s^2\Gamma_Z^2/M_Z^2} \quad (193)$$

In het rood hebben we de propagator, in blauw de waarschijnlijkheid om een elektron te koppelen aan een Z boson, in groen de waarschijnlijkheid om het Z boson te koppelen aan een fermion en in het zwart de Breit-Wigner term. Hierbij is Γ_f de accumulatie van alle manieren dat Z naar quark-antiquark paren vervalt, met uitzondering van $t\bar{t}$. De 0 in de exponent is om erop te duiden dat dit de nulde orde term is en dus de eenvoudigste benadering is. Uit de experimenten (figuur 52) kan je snel zien dat deze benadering nog verder uitgewerkt moet worden. Hier kan je een QED gecorrigeerde curve naast de gemeten curve zien. Dit is niets anders dan het in acht nemen dat één van de inkomende of uitgaande deeltjes een hoogenergetisch foton uitstraalt of dat we een vertexcorrectie (inkomende of uitgaande deeltjes interageren met elkaar aan de hand van een foton) op de inkomende of uitgaande deeltjes krijgen. Deze geven dus een eerste orde correctie op σ_Z^0 , die vrij belangrijk is omdat hoogenergetische deeltjes, zeker elektronen, graag fotonen afstralen. In het geval dat er een zwaar quark-antiquark paar wordt aangemaakt zoals $b\bar{b}$, zal het veel onwaarschijnlijker zijn dat deze een foton zullen uitstralen.

Uit de gecorrigeerde metingen kunnen een aantal mooie gegevens gehaald worden. Eén hiervan is de breedte van het Z boson, wat de totale koppeling van het Z boson zal geven aan alle mogelijke vervalkanalen. De werkzame doorsnede voor Z naar neutrino-antineutrino is onmeetbaar. We hebben daar gewoon de detectoren niet voor. Dit kan er uiteindelijk wel uitgehaald worden omdat we de totale breedte van Z kennen en de andere partiële breedtes kunnen bepalen, dus is het mogelijk om zo de breedte van $\nu\bar{\nu}$ te bepalen. Hiernaast



Figuur 52: Experimentele waarden voor de cross sectie van Z productie

kan uit al die metingen van de partiële breedtes terug de koppelingsconstantes bepaald worden, $\Gamma_f \propto g_{V_f}^2 + g_{A_f}^2$. Uit dit experiment kunnen we terug de massa en breedte van Z bepalen. Deze zijn $M_Z = 91.1875 \pm 0.0021\text{GeV}$ en $\Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023\text{GeV}$. Uit de totale vervalbreedte kunnen we zien dat er 3 lichte neutrinos zijn, $n_\nu = 2.9840 \pm 0.0082$.

7.10 Voorwaarts-achterwaartse asymmetrie

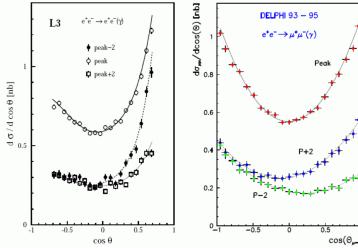
Uit zowel de massa van Z en W of de breedte van Z is het mogelijk om θ_W te bepalen. Er zijn nog vele andere manieren om dit te doen. Eén hiervan is de uit de voorwaarts-achterwaartse asymmetrie.



$e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ via de elektromagnetische wisselwerking heeft een pariteitsbehoudende term m.a.w. deze is symmetrisch over een hoek van 90° . Daarentegen is een deel van $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ via het Z boson via de zwakke wisselwerking en zal de pariteit schenden. Deze zal wel doorgaan onder zowel 0° als 180° maar zal een asymmetrie ondervinden die met het uitwisselen van een foton er niet zou zijn. Deze asymmetrie kan uitgeschreven worden in een cross sectie.

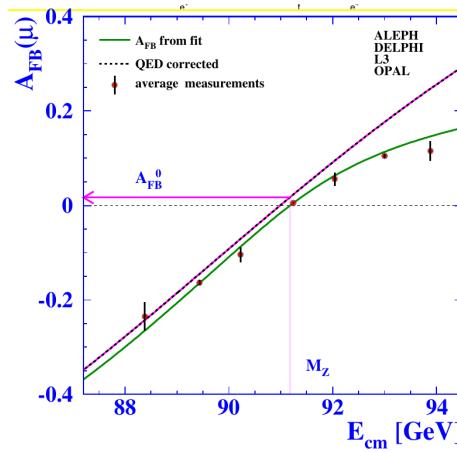
$$\frac{d\sigma(s)}{d\cos\theta} = \sigma(s) \left[\frac{3}{8}(1 + \cos^2\theta + A_{FB}(s)\cos\theta) \right] \quad (194)$$

Hierbij is de laatste term te wijten aan het schenden van de pariteit. Deze forward-backward factor is niets anders dan $A_{FB} = \frac{N_F - N_B}{N_F + N_B}$, waarbij de teller en noemer overeen komen met het experiment bij 0° of 180° . In figuur 53 wordt de asymmetrie uitgezet in functie van de $\cos(\theta)$. Hierbij is het heel duidelijk dat deze asymmetrisch zijn behalve in de piek waar het heel mooi symmetrisch is. De reden waarom het rond de piek zo goed als symmetrisch is, is omdat de asymmetrieterm afhangt van de interferentie tussen γ en Z . Bij de piek zijn er nauwelijks nog γ en wordt de asymmetrie heel klein.



Figuur 53: Forward backward assymmetrie experimenten.

Uit de metingen van figuur 53 is het mogelijk om de de asymmetrieterm in functie van de centre of mass energie te bepalen. Hierbij zijn de metingen terug gecorrigeerd voor de QED effecten die in eerste orde kunnen optreden. Deze is gevoelig voor de pariteitsschending en dus voor de zwakke wisselwerking die gevoelig is voor θ_W .

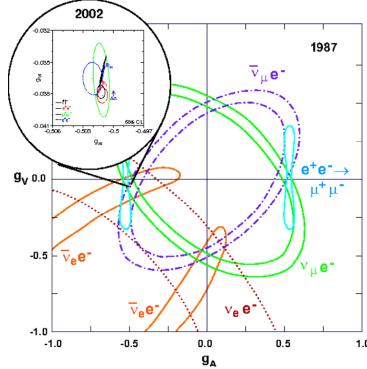


Figuur 54: Asymmetrie term uit experimenten

7.11 Z-koppeling

Het visualiseren van de resultaten van de Z -koppeling zijn op verschillende manieren mogelijk. Om dit aan te tonen kijken we naar figuur 55, waar de koppeling van Z aan de fermionen wordt weergegeven in termen van vector- en axiale koppeling. Hier kunnen we bijvoorbeeld zien dat $ee \rightarrow \mu\mu$ sterk gevoelig is voor de axiale component en veel minder gevoelig voor de vectorcomponent. Uit de resultaten uit 1987 kan ook gehaald worden dat $g_A \approx -0.5$ is en $g_V \approx 0$. Na vele jaren meten in het LEP is het mogelijk om een veel betere voorspelling te maken van $g_{Al} = -0.50123 \pm 0.00026$ en $g_V = -0.03783 \pm 0.00041$. Hieruit is het mogelijk om de Weinberg hoek heel precies te bepalen.

$$\sin^2 \theta_W = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{g_{Vl}}{g_{Al}} \right) = 0.23153 \pm 0.00016 \quad (195)$$



Figuur 55: Relatie tussen g_V en g_A voor het Z boson

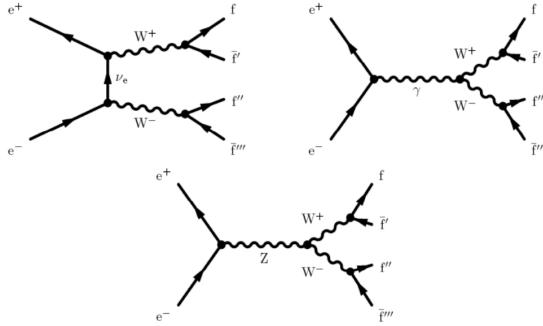
7.12 Het W boson

De volgende stap in dit onderzoek was om θ_W te bepalen uit de relatie tussen de massa van Z en W . In de 2de fase van LEP zijn de energieën opgedreven tot over 2 keer de massa van het W boson, $\sqrt{s} > 2M_W$. Hierdoor is het mogelijk om W^+W^- te gaan creëren. Zo zijn er nieuwe diagrammen mogelijk.

Het laatste diagram hier gegeven is een typisch voorbeeld van een niet-abelse groep te zijn waar de uitwisselingsbosonen met elkaar kunnen interageren. In dit geval W_3 met $W_{1/2}$. Deze W bosonen kunnen op een aantal verschillende manieren vervallen.

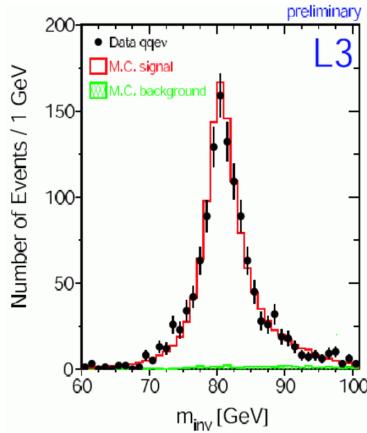
$$\begin{aligned} e^+e^- &\rightarrow W^+W^- \rightarrow q\bar{q}l\nu \\ &\rightarrow l^+\nu l^-\bar{\nu} \\ &\rightarrow q\bar{q}q\bar{q} \end{aligned} \quad (196)$$

In het eerste geval hebben we 2 jets met een lepton en een neutrino, in het 2de geval enkel leptonen en neutrinos en in het 3de geval 4 jets. Het zal moeilijk



Figuur 56: Feynman diagrammen voor reele W^\pm

zijn om verder te werken met de 2de vervaloptie omdat deze 2 niet te meten deeltjes bevatten. Om met de andere 2 onderzoek te doen, reconstrueer je uit de impulsen van de uitkomende deeltjes de originele W bosonen om uiteindelijk de invariante massa van het W boson te bekomen. Dit is mooi waargenomen in L3. In het rood zie je de monte carlo simulaties en in het zwart de metingen die gedaan zijn.

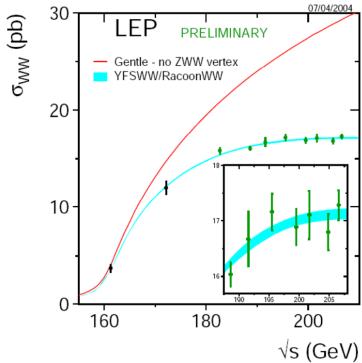


Figuur 57: L3 experiment om de massa van het W boson te bepalen

Uit deze metingen krijgen we $M_W = 80.412 \pm 0.042 \text{ GeV}$ en $\Gamma_W = 2.150 \pm 0.091 \text{ GeV}$.

7.13 Triple gauge koppeling

Indien we de cross sectie voor de diagrammen in figuur 56 berekenen, zien we niet-fysische fenomenen. Voor het eerste diagram (CC(=charged-charged)-diagram) zien we dat σ divergeert en voor het tweede diagram (triple gauge koppeling met foton) is een deel van de divergentie van σ verholpen, maar



Figuur 58: Cross sectie van triple gauge koppeling

zal deze uiteindelijk nog steeds divergeren. Het niet-abelse karakter van het 3de diagram is nodig om σ te laten convergeren en te laten satureren tot een bepaalde waarde. In figuur 58 staat in het rood de cross sectie indien de triple gauge koppeling ZWW niet bestond. Het is duidelijk dat deze divergeert naar oneindig. Voeren we nu deze triple gauge koppeling toe, dan zien we dat σ zal afvlakken in het blauw en dat de experimenten in het groen deze mooi volgen. Dit bewijst dat we voor de zwakke wisselwerking te maken hebben met een niet-abelse theorie.

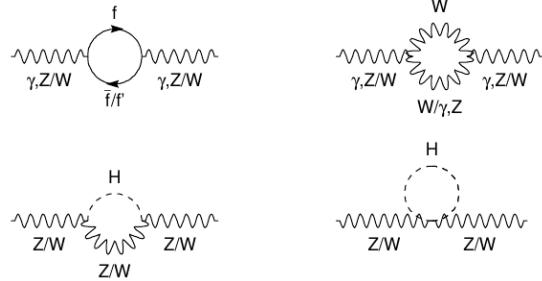
7.14 Standaard model radiatieve correcties

Bij het vergelijken van $\sin^2 \theta_W$ gevonden uit het massaverschil van Z en W en die uit het verschil in koppelsterkte van Z aan de vector- en axiale component zien we een grote afwijking.

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_W &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{g_{Vl}}{g_{Al}} \right) = 0.23153 \pm 0.00016 \\ \sin^2 \theta_W &= 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2} = 0.22262 \pm 0.00045 \\ &\approx 20\sigma \text{ deviatie} \end{aligned} \tag{197}$$

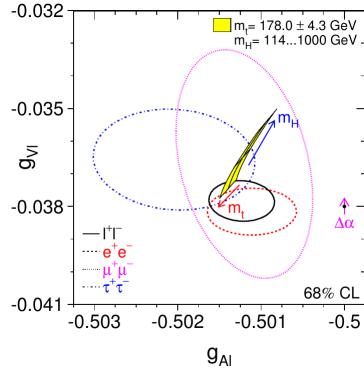
Deze tonen aan dat onze theorie nog niet helemaal correct is. Bij het herbekijken van de koppelstrektes zien we dat $g_{Al} = -0.50123 \pm 0.00026 \neq -\frac{1}{2}$ is. Bij het berekenen van g_{Al} was verondersteld dat de W en Z bosonen massaloos zijn. Hoe deze bosonen massa krijgen, hebben we nog niet besproken. Dit zal komen uit hogere orde termen. Omdat de zwakke interactie niet-abels is, zal deze naast het maken van fermionlussen ook interageren met zichzelf en het Higgs boson. Het zal het binden aan het Higgs boson zijn dat nu juist massa geeft aan de W en Z bosonen. Naast de correcties die moeten gemaakt worden voor de massa van de bosonen, $\propto \ln \frac{m_H}{M_W}$, is het bijvoorbeeld ook mogelijk dat Z een $t\bar{t}$ lus maakt, waarvoor men moet corrigeren proportioneel tot M_t^2 . De koppelingen

van het Z boson zullen dus effectieve koppelingen worden die vrij gevoelig zijn voor de massa van de top quark en minder maar nog steeds gevoelig voor de massa van het Higgs boson.



Figuur 59: Hogere orde correctie termen

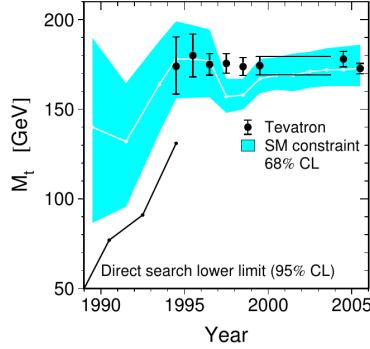
Deze correcties die we moeten doorvoeren zullen ons dus iets zeggen over de nog onbekende deeltjes t en H . Laten we de theorie los op de experimentele resultaten, dan kunnen we een voorspelling maken wat de massa's van deze deeltjes zouden zijn. De massa van t zal dus rond de $170 - 180\text{GeV}$ moeten liggen. Indien dit niet zo zou zijn moeten de resultaten van het experiment meer verschoven worden naar rechtsboven. We zien ook dat de massa van het Higgs boson niet groot mag zijn, omdat we anders ook terug te veel afwijken van de experimentele resultaten.



Figuur 60: Voorspellingen van de massa's van t en H

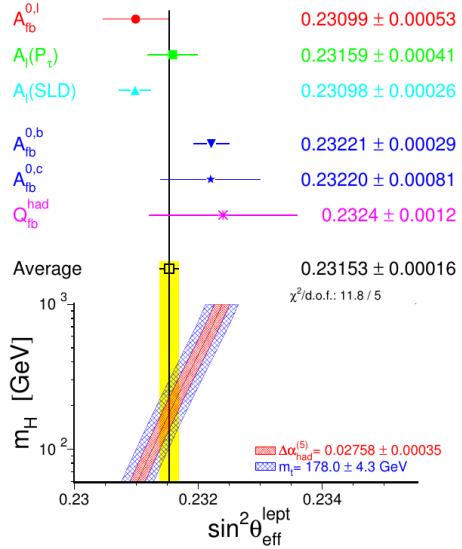
7.15 De top quark

Sinds begin van de jaren 90 was het mogelijk om een voorspelling te maken wat de massa van de top quark kan zijn. In het jaar 1995 is deze dan ook echt ontdekt aan het Tevatron. Sindsdien zijn we dus ook zeker dat dit theoretisch model correct is.



Figuur 61: Voorspelling van M_t in functie van het jaartal

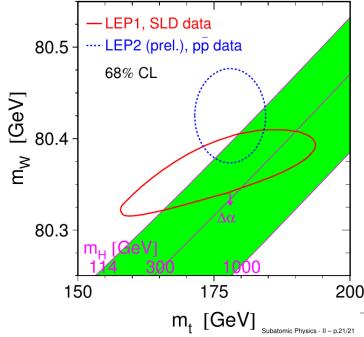
7.16 Voorspellingen over het Higgs boson



Figuur 62: Voorspellingen voor de massa van het Higgs boson

Ondertussen hebben we θ_W al heel precies gemeten en weten we ook wat de massa van t is. Zo kunnen we een range vinden van wat de massa van het Higgs boson kan zijn. Dit wordt weergegeven in figuur 62, waarbij de Higgs massa kan liggen tussen 100GeV en 300GeV. Een 2de manier om deze voorspelling te bekomen is door de relatie tussen de massa van het W boson en de massa van de t quark te bekijken in figuur 63. Hier is terug duidelijk dat de massa van het Higgs boson verrassend klein moet zijn.

Het Higgs boson is niet gevonden tijdens de metingen in het LEP tot op 110GeV. Hierdoor kunnen we het Higgs met een lagere massa dan 110GeV uit-



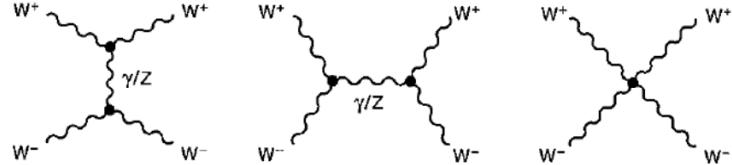
Figuur 63: Voorspelling van de massa van het Higgs boson in meer detail

sluiten. Waar we het Higgs boson zouden tegenkomen was dus eigenlijk heel goed voorspeld ($M_H = 129^{+74}_{-49}\text{GeV}$).

8 Higgs boson

8.1 De nood aan een scalair boson

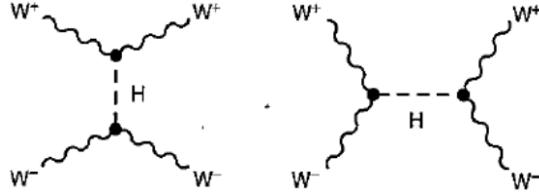
Bekijken we de cross secties van een aantal zelfinteracties die kunnen plaatsvinden voor de zwakke interactie bosonen, dan zien we bij ongeveer 1TeV dat de unitariteit geschonden wordt, de waarschijnlijkheden voor deze diagrammen worden groter dan 1.



Figuur 64: Mogelijke zelfinteractiediagrammen voor het toevoegen van Higgs-interacties

Om deze divergenties op te lossen is het nodig om extra parameters toe te voegen. Door het toevoegen van de koppeling van de W bosonen aan het Higgs boson, een scalair boson, is het mogelijk om de divergentie naar oneindig te convergeren.

We kunnen aan deze diagrammen direct zien dat de elektrozwakke koppeling van W aan Z een grote invloed zal hebben voor de koppeling van W aan H . De opheffing van de divergenties zal enkel werken als de H -koppeling gerelateerd is aan de elektrozwakke koppeling.



Figuur 65: Toevoegen van Higgs boson interacties

8.2 Lagrangiaan

Hier moeten we overstappen van het relativistische beeld naar de kwantumveldentheorie omdat het Higgsmechanisme en het bestaan van het Higgs boson niet uitgelegd kunnen worden zonder deze theorie.

Klassiek gezien is de Lagrangiaan niets meer dan $L(q_i, \dot{q}_i) = T - V$. Hierbij hoort de klassieke bewegingsvergelijking

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (198)$$

Wanneer we overschakelen naar veldentheorie worden de plaats- en impulscomponenten vervangen door veldcoördinaten en hun afgeleiden, $L(q_i, \dot{q}_i) \rightarrow \mathcal{L}(\phi_i, \partial_\mu \phi_i)$. De bewegingsvergelijking voor de veldentheorie is in essentie gelijk aan de klassieke bewegingsvergelijking.

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} = 0 \quad (199)$$

In de quantumveldentheorie zijn de deeltjes niet meer dan de kleinste excitaties van de velden, de kwanta. De Lagrangiaan kan nu op verschillende manieren samengesteld worden om verschillende deeltjes te beschrijven. Een aantal voorbeelden hiervan zijn:

- Scalair: Deze deeltjes dragen geen spin en pariteit en worden beschreven door

$$\mathcal{L}_S = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) = \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \quad (200)$$

De veldfuncties ϕ die door deze Lagrangiaan beschreven worden voldoen aan de Klein-Gordon vergelijkingen. De kwanta hiervan zijn Higgs bosonen.

- Dirac: Dirac deeltjes worden beschreven door

$$\mathcal{L}_D = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi \quad (201)$$

De veldgolffuncties voldoen hier natuurlijk aan de Dirac vergelijking en

zijn dus spinoren met als kwanta de fermionen.

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1 + i\Phi_1 \\ \Psi_2 + i\Phi_2 \\ \Psi_3 + i\Phi_3 \\ \Psi_4 + i\Phi_4 \end{pmatrix} \quad (202)$$

- Vector: Ten laatste wordt de vector-Lagrangiaan gegeven door

$$\mathcal{L}_{EM} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (203)$$

Deze veldfuncties $F_{\mu\nu}$ volgen de Maxwellvergelijkingen en kunnen neerge- scheven worden als

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (204)$$

De kwanta van dit veld zijn fotonen.

8.3 Lokale $U(1)$ ijk(=gauge) invariantie

We eisen dat de Lagrangiaan invariant moet zijn onder $\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\chi(x)}\psi(x)$. Dit is niets anders dan de fase overall te gaan veranderen, dit kan ook gezien worden als een rotatie in de ruimte met hoek $\chi(x)$. De ruimte-afhankelijkheid van de hoek slaat niet op het lokale gedeelte van de invariantie. Bijvoorbeeld voor de Dirac-Lagrangiaan krijgen we dan

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \\ \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' &= ie^{-iq\chi}\bar{\psi}\gamma^\mu[e^{iq\chi}\partial_\mu\psi + iq(\partial_\mu\chi)e^{iq\chi}\psi] - me^{iq\chi}\bar{\psi}e^{iq\chi}\psi \\ &= \mathcal{L} - q\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu\chi)\psi \end{aligned} \quad (205)$$

De manier om deze extra term weg te werken en de invariantie te eisen is door over te gaan op een covariante afgeleide D_μ waar een extra veld A_μ in verwerkt zit.

$$\begin{aligned} \partial_\mu &\rightarrow D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu \\ A_\mu &\rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu\chi \end{aligned} \quad (206)$$

Hierdoor krijgen we een nieuwe ijk-invariante Lagrangiaan:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi \quad (207)$$

Wat er hier dus gebeurd is, is dat de lokale informatie van χ moet doorgegeven kunnen worden aan de rest van het veld. Dit moet ingebakken zijn in de Lagrangiaan. Dit wordt gedaan door te koppelen aan het veld A_μ waar die informatie van de fase in zit. De sterke waarmee ψ aan A zal koppelen is q .

Bij het opleggen van de lokale ijkvariantie gebeuren er 2 dingen. Er ontstaat een veld dat informatie bevat over de lokale ijk en het veld moet kunnen koppelen met lading q . Dit zal ertoe leiden dat de lading (bv. elektromagnetische, kleur, zwakke lading) moet behouden worden.

Om te weten hoe het veld A transformeert moeten we nog 1 term toevoegen aan de Lagrangiaan, de elektromagnetische Lagrangiaan.

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (208)$$

De betekenis van de 3 termen in de QED-Lagrangiaan zijn in het zwart de beschrijving van de deeltjes, in het groen de beschrijving van het veld en in het rood de interactie tussen de deeltjes en het veld.

8.4 Massa van de deeltjes

Laten we nu ook massa geven aan dat ijkveld dat we daarjuist hebben ingevoerd (komt overeen met massa aan het foton te geven). Dit kan gedaan worden door een massaterm aan de Lagrangiaan toe te voegen.

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu \quad (209)$$

Wat hier opvalt is dat bosonen in hun massaterm een m^2 hebben staan en de fermionen maar een m . De reden hiervoor was dat er problemen waren bij die kwadratische term voor spin 1/2 deeltjes. Voeren we nu de lokale ijktransformatie uit op deze term

$$\frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu \rightarrow \frac{1}{2}m_\gamma^2 (A_\mu - \partial_\mu \chi)(A_\mu - \partial_\mu \chi) \neq \frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu \quad (210)$$

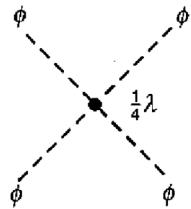
We zien dat het ijkboson massaloos moet zijn om te voldoen aan de lokale ijktransformaties. Het massaloos zijn van het foton is een simpel voorbeeld van het Goldstone theorema. Dit theorema zegt dat voor eender welke lokale ijkvariantie die je eist, dat de ijkbosonen van deze velden massaloos moeten zijn. Wat nu met de $SU(2)$ theorie? Deze heeft ijkbosonen die een massa hebben, wat botst met dit theorema.

8.5 Interagerende scalaire velden

Om dit probleem van de massaloze bosonen aan te pakken wordt er gekken naar een scalair veld met potentiaal $V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$. De Lagrangiaan is dus

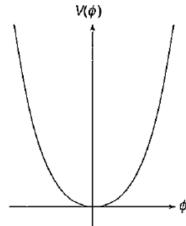
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \quad (211)$$

Indien λ kleiner is dan 0, is er geen minimum. λ moet groter dan 0 zijn. Nemen we nu $\mu^2 > 0$, dan is de eerste term van de Lagrangiaan de kinetische energie van het deeltje, de tweede de massa van het deeltje en de laatste term de zelfinteractieterm van het veld.



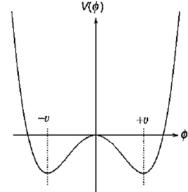
Figuur 66: Feynman diagram van de zelfinteractie van het scalaire veld

De potentiaal heeft enkel een minimum in $\phi = 0$.



Figuur 67: De hoedpotentiaal met $\mu^2 > 0$

Nemen we nu $\mu^2 < 0$, dan krijgen we nu 2 minima in de potentiaal bij $\pm v$.



Figuur 68: De hoedpotentiaal met $\mu^2 < 0$

De tweede term is nu geen massaterm meer en we hebben een massaloos deeltje dat beweegt in een bepaalde potentiaal. De vacuümtoestand, wat de laagste toestand is, ligt bij $\phi = \pm v = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$. Dit is nu juist waar de symmetrie wordt gebroken. Nemen we nu de vacuümtoestand bij $\phi = +v$ (hier maken we een verschil tussen $\pm v$ en breken we de symmetrie) is het mogelijk om ϕ te herschrijven:

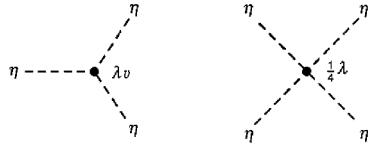
$$\phi(x) = v + \eta(x) \quad (212)$$

η is hier de beschrijving van het deeltje in de put (hoeveel deze dus afwijkt van

v). Vullen we dit in in vergelijking (211), dan krijgen we het volgende

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) - \frac{1}{2}\mu^2(v + \eta)^2 - \frac{1}{4}\lambda(v + \eta)^4 \\ &\downarrow \mu^2 = v^2\lambda \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) - \lambda v^2\eta^2 - \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \frac{1}{4}\lambda v^4\end{aligned}\tag{213}$$

Wat we nu kunnen zien is een massief scalair veld met $m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$ met 2 zelfinteracties van het η veld.



Figuur 69: Zelf interacties van het η veld

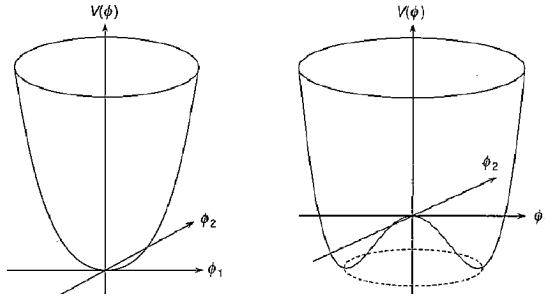
De laatste term in de Lagrangiaan is een constante en omdat de Lagrangiaan altijd in afgeleides voorkomt in de bewegingsvergelijking, is deze term niet relevant.

8.6 Complexe scalaire velden

Introduceren we nu het complexe scalaire veld en de Lagrangiaan die hierbij hoort.

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \\ \mathcal{L} &= (\partial_\mu\phi)^*(\partial^\mu\phi) - \mu^2(\phi^*\phi) - \lambda(\phi^*\phi)^2\end{aligned}\tag{214}$$

De hoedpotentiaal zal in deze omstandigheden geroteerd worden rond de as loodrecht op het $\phi_1\phi_2$ -vlak.



Figuur 70: Complexe uitbreiding van de hoedpotentiaal

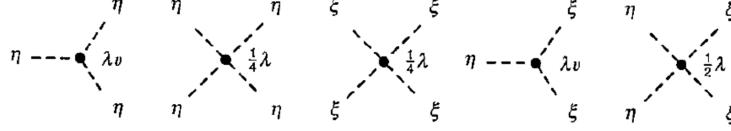
Deze zal in dit geval invariant zijn onder de globale $U(1)$ transformatie $\phi \rightarrow e^{i\alpha}\phi$. Voor $\mu^2 < 0$ krijgen we nu een ring van minima bij

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} = v^2 \quad (215)$$

We kiezen de vacuümtoestand bij $(\phi_1, \phi_2) = (v, 0)$, wat de globale $U(1)$ symmetrie spontaan zal breken. Expanderen we deze vacuümtoestand en vullen we deze in de Lagrangiaan in, dan krijgen we uiteindelijk:

$$\begin{aligned} \phi_1(x) &= \eta(x) + v \\ \phi_2(x) &= \xi(x) \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\nu\eta)(\partial^\mu\eta) + \frac{1}{2}(\partial_\nu\xi)(\partial^\mu\xi) - V(\eta, \xi) \\ V(\eta, \xi) &= -\frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 + \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \frac{1}{4}\lambda\xi^4 + \lambda v\eta\xi^2 + \frac{1}{2}\lambda\eta^2\xi^2 \end{aligned} \quad (216)$$

Uit al deze termen kunnen we een aantal elementen waarnemen. Er is een scalair veld aanwezig met massa $m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2}$ en een massaloos scalair veld ξ . Zoals te zien in de potentiaal kunnen deze 2 velden aan zelfinteracties doen. Deze interacties komen overeen met de volgende diagrammen.



Figuur 71: Zelfinteractiediagrammen van complex scalair veld

Het massaloze deeltje komt overeen met de perturbatie van het deeltje langs de cirkel van minima. Om zich hierlangs te verplaatsen is er geen extra energie nodig en dit wil dus zeggen dat het massaloos is.

8.6.1 Lokale ijk symmetrie

Gaan we nu over van de globale symmetrie naar de lokale $U(1)$ symmetrie, dan moeten we de covariante afgeleide terug invoeren.

$$\begin{aligned} \phi(x) &\rightarrow \phi'(x) = e^{ig\chi(x)}\phi(x) \\ \partial_\mu &\rightarrow D_\mu = \partial_\mu + igB_\mu \\ B_\mu &\rightarrow B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu\chi(x) \end{aligned} \quad (217)$$

We voeren hier in essentie hetzelfde uit als in sectie 8.3, maar dan voor deeltjes met een andere potentiaal. Hierbij hebben we bij het vervangen van de afgeleide door de covariante afgeleide terug een extra vectorveld B_μ toegevoegd dat de informatie zal dragen van de lokale fases. De Lagrangiaan wordt nu

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (\partial_\mu\phi)^*(\partial^\mu\phi) - \mu^2\phi^2 - \lambda\phi^4 \\ &- igB_\mu\phi^*(\partial^\mu\phi) + ig(\partial_\mu\phi)^*B^\mu\phi + g^2B_\mu B^\mu\phi^*\phi \end{aligned} \quad (218)$$

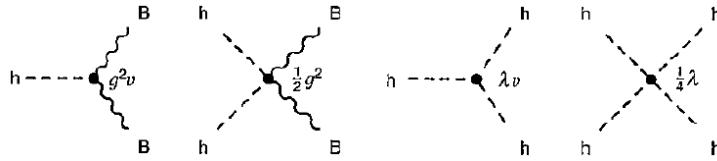
Hier krijgen we terug een aantal extra termen in de Lagrangiaan. We zien dat een massaloos ijkveld $F^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$ is toegevoegd. De derde laatste term toont ook dat dit massaloos ijkveld zal interageren met ϕ . Werken we de symmetriebreking bij $\mu^2 < 0$ uit met $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta(x) + i\xi(x))$, dan vinden we een nieuwe Lagrangiaan

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\nu \eta)(\partial^\nu \eta) + \lambda v^2 \eta^2 + \frac{1}{2}(\partial_\nu \xi)(\partial^\nu \xi) - V_{int}(\eta, \xi, B) \\ & - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g^2 v^2 B_\mu B^\mu + gvB_\mu(\partial^\mu \xi)\end{aligned}\quad (219)$$

In het rood vinden we de beschrijving van het scalair veld η dat massief is geworden, in het blauw een massaloos scalair veld ξ , in het groen de interacties tussen η , ξ en B , in oranje het massieve B veld en ten laatste in het paars een directe koppeling van het B veld met het ξ veld. Maar wat is de laatste term nu? Deze klopt niet echt. Het is mogelijk om van deze term af te geraken door een specifieke ijk te kiezen en van daar alles te interpreteren. De ijk die we hier opleggen noemen we de unitaire ijk, $\chi(x) = -\xi(x)/gv$. De complexe term van de golffunctie wordt door deze ijk opgenomen door v en geeft $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta(x)) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x))$. Hierdoor komt $\xi(x)$ niet meer expliciet voor in de Lagrangiaan, maar deze zal wel voorkomen in de transformaties $B_\mu(x) \rightarrow B'_\mu(x) - B_\mu(x) + \frac{1}{gv}\partial_\mu \xi(x)$.

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\nu h)(\partial^\nu h) + \lambda v^2 h^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g^2 v^2 B_\mu B^\mu \\ & + g^2 v B_\mu B^\mu h + \frac{1}{2}g^2 B_\mu B^\mu h^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4\end{aligned}\quad (220)$$

Hierbij zijn de η termen vervangen door Higgs termen. We hebben nog steeds het B veld en de directe koppeling van B en ξ is verdwenen. De ξ termen zijn als het ware opgesloten door het B veld. Zo bekomen we een Lagrangiaan die 2 massieve velden beschrijft met hun onderlinge interacties daarbij. De massa van deze velden zijn $m_B = gv$ en $m_h = \sqrt{2\lambda}v$.



Figuur 72: Interactiediagrammen van de velden bij de unitaire ijk

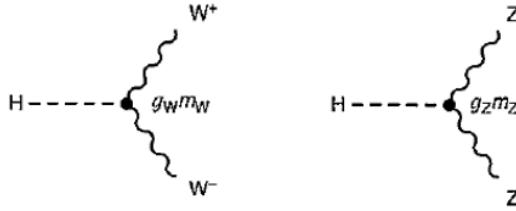
8.7 De Standaardmodel scalair

In het Standaardmodel hebben we natuurlijk niet alleen lokale $U(1)$ ijk symmetrie, maar hebben we eerder een lokale $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ijksymmetrie. Deze

zullen opbreken in 3 massieve velden W^+ , W^- en Z . Om dit te doen hebben we een scalair veld nodig met 4 vrijheidsgraden.

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (221)$$

Indien je dit helemaal zou uitwerken (zie Thomson), krijg je de verschillende massa's voor de deeltjes: $m_W = \frac{1}{2}gv$, $m_A = 0$, $m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}$ en $m_h = \sqrt{2\lambda}v$. Uit experimenten is het mogelijk om de massa's van deze deeltjes te bepalen en is het mogelijk om andere parameters te berekenen. Zo komt uit m_W en g dat het vacuum $v = 246\text{GeV}$ is. De reden hiervoor weten we niet. Uit m_W en m_Z kunnen we zoals we eerder al gezien hebben de Weinberg hoek θ_W bepalen. Het was uit de theorie nog niet mogelijk om de massa van het Higgs boson te bepalen omdat er nog een onbekende λ was.

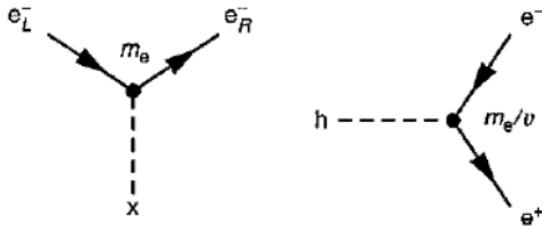


Figuur 73: Koppeling van W en Z aan het Higgsveld

Voor de koppelingsconstante van deze deeltjes hebben we $g_W = g$, $g_Z = \frac{g}{\cos \theta_W}$ en zien we dat de koppeling van het W en Z boson aan het Higgsveld zullen afhangen van hun massa.

Het is hier niet de bedoeling om de Lagrangianen volledig te kunnen afleiden op het examen zoals hier is gedaan, het is veel belangrijker om de Lagrangianen te kunnen interpreteren en er de fysische betekenissen van kunnen geven.

8.8 Fermionmassa's



Figuur 74: Koppeling van fermionen aan het Higgsveld

Zoals de W en Z bosonen krijgen de fermionen ook massa door te koppelen aan het Higgs boson. De koppelingsconstante tussen deze 2 is gegeven door

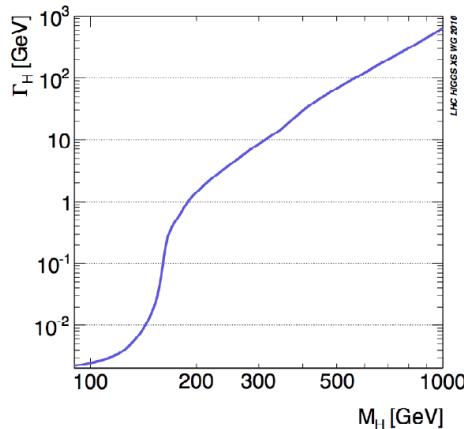
$g_f = \sqrt{2} \frac{m_f}{v} = \frac{m_f}{\sqrt{2} m_W} g$. Deze koppelingen zitten echter niet verwerkt in het Standaard Model. Deze moeten gemeten worden:

$$\begin{aligned} g_t &= 0.997 \pm 0.006 \\ g_e &\approx 3 \cdot 10^{-6} \\ g_\nu &\leq 10^{-12} \end{aligned} \tag{222}$$

Je kan ook inzien dat het interageren van fermionen met het Higgs veld (eerste diagram in figuur 74) gaat via links- en rechtschirale deeltjes, wat de koppeling tussen neutrinos en het Higgs veld onmogelijk zal maken.

Vroeger was de vraag waarom de top quark zo zwaar was. Dit is eigenlijk de normaal en moeten we ons afvragen waarom de andere fermionen zo licht koppelen aan het Higgsveld.

8.9 Higgsverval



Figuur 75: Vervalbreedte van het Higgs boson in functie van zijn massa

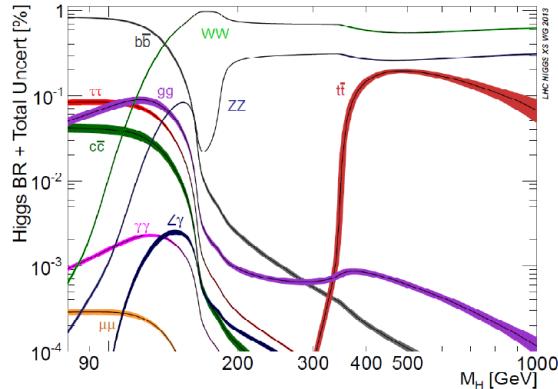
Nu we een model hebben voor het Higgs boson is het natuurlijk ook belangrijk om na te gaan of dit ook echt klopt. Het nagaan van de theorie doen we natuurlijk aan de hand van experimenten waar we dat Higgs boson moeten kunnen waarnemen. Het Higgs boson heeft meerdere vervalkanalen met elk hun typische karakteristieken.

- $H \rightarrow f\bar{f}$: De vervalbreedte van deze fermion vervalkanalen hangen door de massa-afhankelijkheid van de koppelingsconstante ook af van de massa's van de interagerende deeltjes, $\Gamma(H \rightarrow f\bar{f}) \propto m_f^2 m_H$. Behalve als $m_H > 2m_t$ is (wat heel onwaarschijnlijk is vanwege de grote massa van het top quark), zal het sterkste fermionisch verval kanaal gegeven worden door $b\bar{b}$.
- $H \rightarrow WW$: Het Higgs boson koppelt ook sterk aan de W bosonen met

$\Gamma(H \rightarrow WW) \propto m_H^3$ als $m_H \gg 2m_W$. Daarentegen als $m_H < 2m_W$ moet minstens 1 W off-shell zijn, wat onderdrukt zal worden.

- $H \rightarrow ZZ$: Als hier terug $m_H \gg 2m_Z$ krijgen we $\Gamma(H \rightarrow ZZ) \propto \Gamma(H \rightarrow WW)/2$.
- $H \rightarrow \gamma\gamma$ en $H \rightarrow gg$: Niet op boom level wat we later bekijken.

De totale verval breedte van het Higgs boson wordt gegeven door $\Gamma_{tot} = \sum_X \Gamma(H \rightarrow XX)$ en kan geplot worden in functie van de massa van het Higgs boson. Onder de 150GeV is Γ_H klein omdat er niet veel mogelijke verval kanalen zijn. Vanaf je aan de 180GeV komt is het mogelijk om 2 W bosonen aan te maken en vergroot Γ_H significant. Als je kijkt bij $m_H = 1000$ GeV is zijn breedte even groot en zou het experimenteel onmogelijk zijn om deze waar te nemen. In figuur 76 worden de waarschijnlijkheden gegeven om het Higgs te laten vervallen naar een specifiek kanaal. Hier wordt bevestigd dat bij lage energie $b\bar{b}$ overheerst en vanaf ± 150 GeV zal WW verval overnemen. Een interessante opmerking is dat de waarschijnlijkheid van het Z boson een dip zal ondervinden bij de W resonantie.



Figuur 76: Waarschijnlijkheid van de verschillende Higgs vervalkanalen

We zien ook nog dat gg en $\gamma\gamma$ een bijdrage zullen geven tot de vervalbreedte, wat niet zou mogen omdat deze niet binden aan het Higgs boson. In het LEP was het maar mogelijk om metingen te doen tot 130GeV. In tabel 12 kan je de waarschijnlijkheden vinden waarin het Higgs zou vervallen als $m_H = 125$ GeV is.

8.9.1 Higgsverval naar $\gamma\gamma$ en gg

Kijken we nu hoe het Higgs boson toch kan vervallen naar de massaloze bosonen die niet koppelen met het Higgs boson. De Feynmandiagrammen voor deze vervallen worden gegeven in figuur 77.

Tabel 12: Verval waarschijnlijkheid van Higgs bij $m_h = 125\text{GeV}$

Verval modes	vertakking
$H \rightarrow b\bar{b}$	57.8%
$H \rightarrow WW^*$	21.6%
$H \rightarrow \tau^+\tau^-$	6.4%
$H \rightarrow gg$	8.6%
$H \rightarrow c\bar{c}$	2.9%
$H \rightarrow zz^*$	2.7%
$H \rightarrow \gamma\gamma$	0.2%

Figuur 77: Diagrammen van het Higgsverval naar massaloze bosonen

Alle informatie van alle deeltjes zal beschreven worden in de lussen. Indien er nog een zwaarder quark zou bestaan dan de top quark, zou deze ook een bijdrage leveren. Deze diagrammen zullen nog steeds maar een kleine bijdrage zijn aan de totale vervalbreedte. Dit wil zeggen dat er maar een kleine hoeveelheid fotoenen worden aangemaakt. De reden waarom we hier zo geïnteresseerd in zijn, is omdat fotoenen zo makkelijk te detecteren zijn in tegenstelling tot de bottom quarks die zo overvloedig aanwezig zijn. We zullen later verder ingaan op het waarnemen van de Higgs bosonen.

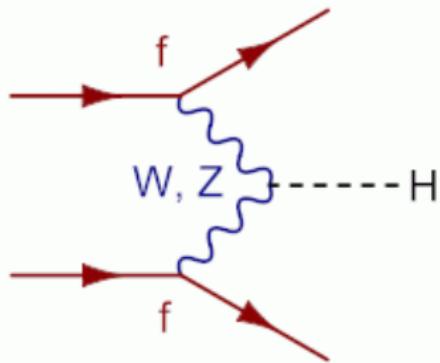
8.10 Higgsproductie

Het produceren van Higgs bosonen is een hele taak op zichzelf. In de e^+e^- colliders is het in essentie mogelijk dat het elektron en positron anniheren met elkaar ($e^+e^- \rightarrow H$), maar dit is zo goed als onmogelijk vanwege de massa van het elektron. Wat wel een mogelijkheid zal zijn om Higgs bosonen aan te maken noemen we “Higgs-strahlung”.



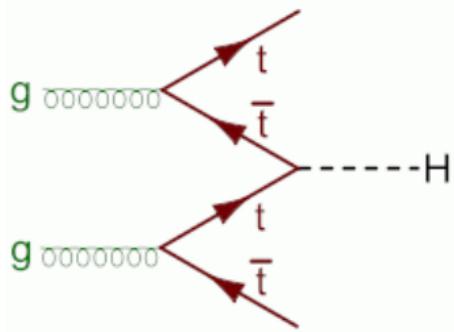
Figuur 78: Diagrammen van Higgs-strahlung

Deze Higgs-strahlung kan ook gedaan worden met quarks en er kan naast het gebruiken van een Z boson ook een W boson gebruikt worden. Dit wordt ook wel geassocieerde productie van het Higgs bij een vectorboson genoemd. Een andere mogelijkheid om Higgs bosonen te maken is de vector-boson fusie. Dit zal vooral voorkomen bij quarks maar is technisch gezien ook mogelijk bij het botsen van elektronen.



Figuur 79: Feynman diagram voor vector-boson fusie

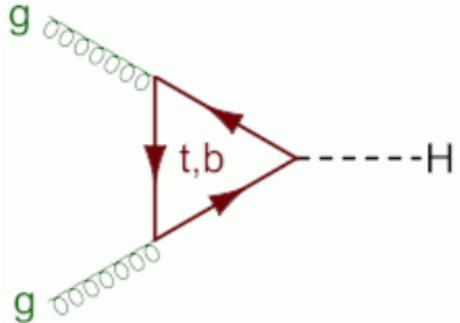
Hier stralen 2 verschillende quarks een W of Z uit om te combineren tot een Higgs boson. Nog een andere mogelijkheid die enkel mogelijk is bij hadron colliders is de $t\bar{t}$ fusie. Hier vervallen 2 gluonen tot $t\bar{t}$ paren waar de centrale $t\bar{t}$ zullen annihielen tot een Higgs boson.



Figuur 80: Feynman diagram voor $t\bar{t}$ fusie

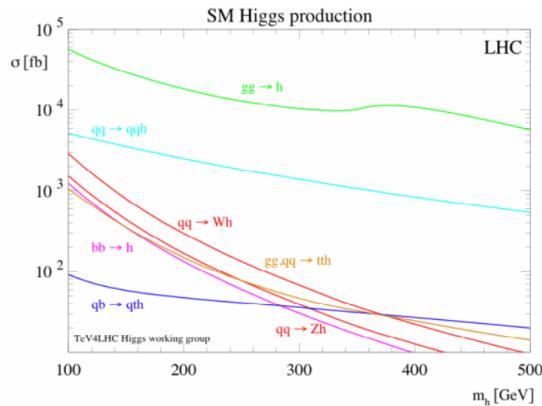
Dit is een heel handige vorm van Higgs productie, omdat de top quarks en het Higgs boson makkelijk te onderscheiden zijn. Ten laatste hebben we nog een productie die enkel mogelijk is in hadron colliders, namelijk de gluon-gluon fusie waar enkel een Higgs boson zal aangemaakt worden.

Kijken we nu eens naar de werkzame doorsneden van al deze processen in een hadron collider indien we de massa van het Higgs boson nog niet weten. In



Figuur 81: Feynman diagram voor gluon-gluon fusie

figuur 82 worden de werkzame doorsneden van alle producties uitgezet in functie van de massa van het Higgs boson.



Figuur 82: Werkzame doorsneden van Higgs productie in functie van zijn massa

Belangrijk om op te merken hier is dat de werkzame doorsneden hier de eenheid femtobarn gebruiken, wat heel klein is. Het is duidelijk dat de gluon-gluon fusie het belangrijkste kanaal zal zijn. Op de 2de plaats vinden we de vector-boson fusie.

8.11 De zoektocht naar het Higgs boson

De initiële zoektocht naar het Higgs boson is begonnen in het LEP. Dit is dus de geassocieerde productie $e^+e^- \rightarrow Z + H$. Eens het Higgs aangemaakt is, zal het voornamelijk vervallen naar b quarks ($H \rightarrow b\bar{b}$) en het Z boson zal vervallen in 3 mogelijke combinaties: $Z \rightarrow l^+l^-, \nu\bar{\nu}, q\bar{q}$. Het probleem bij deze opstelling is dat er een sterke achtergrond zal zijn voor $e^+e^- \rightarrow Z + Z^*$ waarbij het virtueel boson vervalt naar $Z^* \rightarrow b\bar{b}$. De maximale hoeveelheid energie die aangemaakt kan worden in het LEP is $\sqrt{s} = 209\text{GeV}$. Nemen we hiervan dan nog eens de

massa van het Z boson af, dan kunnen we maar zoeken naar een Higgs boson met een massa kleiner dan $m_H < \sqrt{s} - m_Z = 118\text{GeV}$. In de praktijk valt nog een kleine hoeveelheid weg door waarnemingsthresholds en zou de massa van het Higgs kleiner moeten zijn dan 114GeV .

Schakelen we over naar het Tevatron en LHC waar we veel hogere energieën kunnen bereiken. Kijken we eerst naar het Tevatron waar $p\bar{p}$ of in essentie een quark en antiquark zullen botsen met elkaar. Het grote nadeel voor de hadron colliders is natuurlijk dat deze een grote hoeveelheid achtergrond creëren. Om deze achtergrond een beetje te proberen omzeilen, kijken we het liefst naar de geassocieerde productie van Higgs bosonen. Dit omdat we hier een $t\bar{t}$ of een W of een Z wordt aangemaakt die we dan kunnen gebruiken als tags. De verschillende vervalmodes zijn:

- $b\bar{b}$: deze is geprefereerd, maar is moeilijk om waar te nemen in hadron colliders omdat er duizenden mogelijkheden zijn om deze aan te maken.
- $\tau^+\tau^-$: iets minder moeilijk, maar nog steeds moeilijk omdat je het τ zelf niet ziet vanwege zijn korte levensduur.
- W^+W^- : dit is een heel mooie vervalmode met $l_1\nu l_2\nu$ en je krijgt een elektron-positronpaar met tegengestelde impulsen. Jammer genoeg is dit moeilijk te reconstrueren vanwege de 2 onbekende impulsen van de neutrinos.
- $ZZ^* \rightarrow l_1^+ l_2^- l_3^+ l_4^-$: Dit is het gouden kanaal omdat deze heel makkelijk te reconstrueren zijn tot het reële en virtuele Z boson.
- $\gamma\gamma$: ondanks heel onwaarschijnlijk te zijn, is dit toch interessant vanwege de makkelijke detectie.

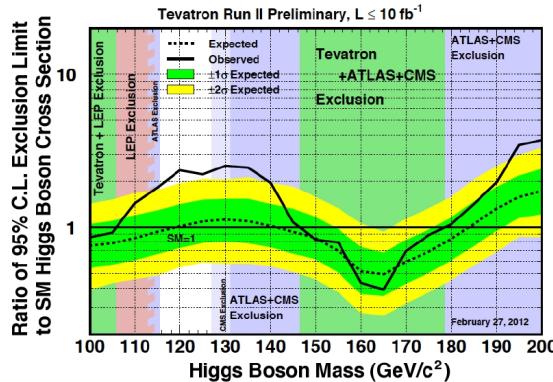
Om dit alles goed uit te voeren is het nodig een zoekcriterium in te voeren. Voor een gegeven m_H moeten de volgende stappen ondernomen worden:

1. Criterium selecteren: Kijk ik naar 2γ 's of naar 4 leptonen uit ZZ^* ?
2. Tel alle mogelijke kandidaten voor dit criterium bij bepaalde m_H .
3. Vergelijk deze met de verwachte Standaard Model achtergrond. Dit zijn dus alle mogelijke processen om bijvoorbeeld γ 's te creëren.
4. Gebruik de statistieken om de probabiliteit te berekenen dat dit een Higgs deeltje is.
5. Zo hebben we het aantal Higgs deeltjes waar we 95% zeker van zijn dat ze een Higgs deeltje zijn: N_{95} .
6. Bereken de cross sectie hiervan: $\sigma_{95} = N_{95}/(\epsilon \cdot \mathcal{L})$.
7. Vergelijk dit met de theorie: $R_{95} = \frac{\sigma_{95}}{\sigma_{SM}}$. Hierbij is σ_{SM} de werkzame doorsnede die we verwachten uit de theorie.

Als $R < 1$ dan zijn we met 95% kans zeker dat de gemeten werkzame doorsnede kleiner is dan de theorie en hebben we 95% kans dat er geen Higgs zal zijn bij deze massa.

Heel belangrijk bij deze experimenten is om een grote hoeveelheid evenementen te bekijken, zodat de werkzame doorsnede van de 95% kan uitmiddelen tegenover de achtergrond. Indien dit niet gedaan wordt, is de waarde van R zo groot dat deze irrelevant zijn.

Bekijken we eerst de resultaten die gevonden zijn in het Tevatron. Indien de massa van het Higgs boson tussen $100 - 120\text{GeV}$ uit $H \rightarrow b\bar{b}$ en tussen $139 - 184\text{GeV}$ uit $H \rightarrow WW$ zou liggen zou deze met het Tevatron zeker waargenomen worden. In figuur 83 zou die curve R onder 1 moeten komen liggen als het Higgs boson er niet zou liggen. Indien het daar wel zou liggen, zou in de experimenten R boven 1 moeten blijven liggen en ontstaat er een excess tussen de vooraf verwachte (berekende) stippellijn en de experimentele waardes. In de werkelijkheid heeft het Tevatron het Higgs boson enkel kunnen uitsluiten voor massa's tussen $100 - 103\text{GeV}$ en $147 - 180\text{GeV}$, die weergegeven worden met de groene zones. De reden waarom het niet kon uitgesloten worden voor de energieën daartussen is door de overgang van het dominante vervalkanaal van het Higgs en omdat de achtergrond proportioneel veel groter zal zijn in deze zones (zie figuur 76).

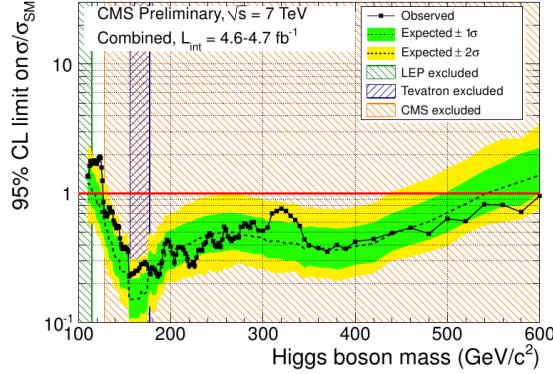


Figuur 83: R in functie van de Higgsmassa in het Tevatron experiment

Op de verwachte waarde (stippellijn) hebben we natuurlijk een bepaalde zekerheid dat ze correct zijn. De groene en gele zones rond de verwachte lijnen geven de 1σ en 2σ waarschijnlijkheid weer. Indien er wel degelijk een Higgs boson aanwezig zou zijn, moet er een excess zijn tussen de experimentele waardes en de voorspelde waarden. Dit omdat de voorspelde waarden voor R bij het meten van meer experimenten enkel kan dalen maar de experimentele R naar 1 zal moeten gaan omdat de experimentele werkzame doorsnede naar de werkzame doorsnede van het Standaard Model zal convergeren. Het Tevatron zegt dus dat er iets zal zitten rond die 124GeV waar we het Higgs nu juist verwachten. Dit excess van $\pm 2.5\sigma$ is niet groot genoeg om het Higgs boson als ontdekt te

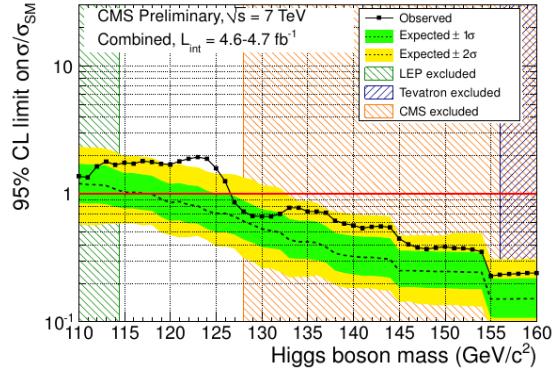
beschouwen. Eén van de grote redenen hiervoor is de breedte van het excess. Dit is zuiver uit experimentele limitaties. We hebben dus detectoren nodig die een betere resolutie hebben en meer data kunnen genereren.

Hier komt de LHC dan in het beeld met een hogere \sqrt{s} , waardoor het makkelijker is om Higgs bosonen aan te maken, en een hogere \mathcal{L} , waardoor zo goed als even veel evenementen kunnen uitgevoerd worden in 1 dag als er evenementen in een jaar kunnen aangemaakt worden in het Tevatron. Na een jaar experimentele data te verzamelen in de LHC, krijgen we de resultaten weergegeven in figuur 84.



Figuur 84: R in functie van de Higgs massa

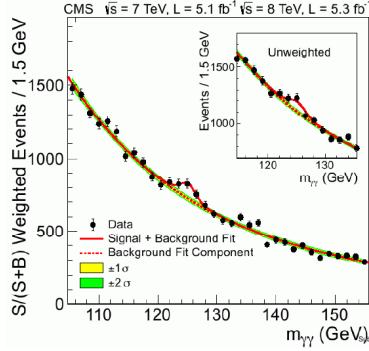
Zoals we hebben gezien in het Tevatron is er in het gebied rond 125GeV terug een excess. Alles boven de 130Gev kan nu uitgesloten worden. Blazen we dit excess nu even op in figuur 85, dan zien we dat het Higgs boson zou liggen bij de 124GeV, wat niet echt een verrassing was.



Figuur 85: Zoom van figuur 84 rond het excess

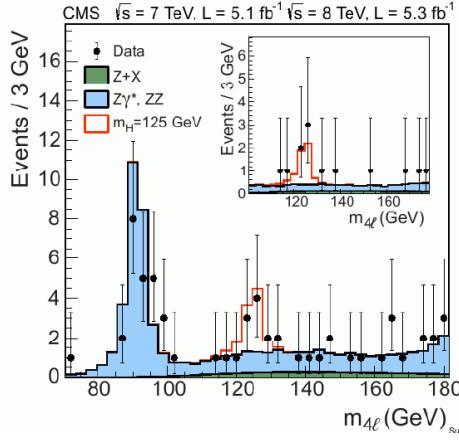
Terug een jaar later wordt onderzocht hoe de werkzame doorsnede zich gedraagt in functie van de massa. Hier worden in figuur 86 in de rode stippelijn

de verwachte werkzame doorsnedes gegeven met hun waarschijnlijkheid en in de volle rode lijn de experimentele werkzame doorsnedes gegeven.



Figuur 86: Werkzame doorsnedes van de voorspellingen en het experiment in functie van m_H

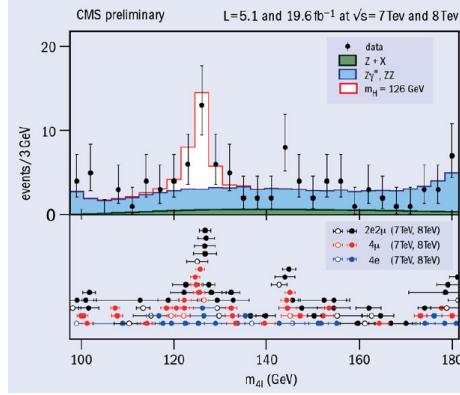
Omdat we weten uit het LEP en Tevatron dat het Higgs in bepaalde gebieden niet kon zitten, konden we een blind analyse doen om er zeker van te zijn dat we geen bias hebben in de onderzoeks methode. De gegevens werden initieel enkel geanalyseerd in de zones waar we wisten dat het Higgs niet zat om na te gaan dat alles klopt. Nu we weten dat onze analyse klopt kunnen we met dezelfde analyse kijken naar het gebied waar we het Higgs wel verwachten. Uit deze analyse zien we dan uiteindelijk met een groot genoeg exces dat het Higgs bij $m_H = 124\text{GeV}$ ligt. **Intermezzo:** Het verschil tussen de weighted en unweighted resultaten is de efficiëntie of het $\gamma\gamma$ dat gemeten is echt wel een $\gamma\gamma$ was en geen elektron of positron.



Figuur 87: Ontdekking van het H aan de hand van zijn ZZ^* verval

Deze resultaten waren tot nu toe altijd voor het $\gamma\gamma$ verval. Dezelfde resul-

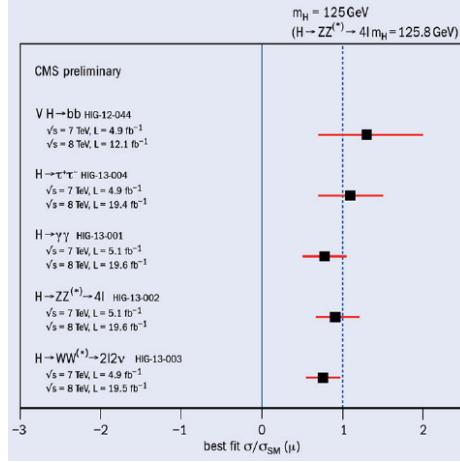
taten zijn gevonden voor het Higgs verval naar 2 Z bosonen (figuur 87). Dit kan voor alle andere vervalkanalen ook gedaan worden en als we deze samen plaatsen, krijgen we mooi 1 piek.



Figuur 88: Ontdekking van het H voor alle vervalkanalen samen

8.12 Eigenschappen van het nieuwe deeltje

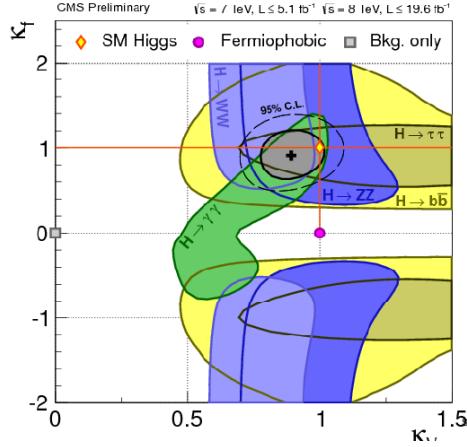
De massa van het Higgs boson is $m_H = 125.8 \pm 0.4(\text{stat}) \pm 0.4(\text{syst})\text{GeV}$ en de koppeling met verschillende deeltjes kan je vinden in figuur 89.



Figuur 89: Koppeling van H aan verschillende deeltjes

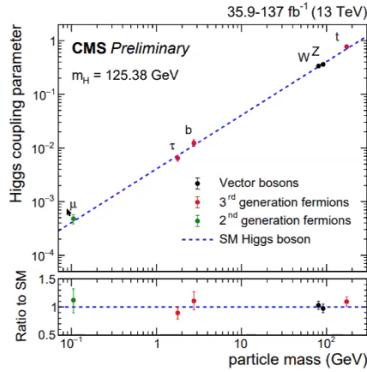
Zetten we deze koppeling nu uit in functie van de koppeling aan fermionen en aan vectorbosonen. Het Higgs boson is gemaakt om te koppelen aan de vectorbosonen, maar is niet verplicht om te koppelen aan de fermionen m.a.w.

een fermiofoob deeltje. Indien dit zo zou zijn, was dat zalig geweest en moesten we een nieuwe vorm vinden om massa te geven aan de fermionen. Jammer genoeg is dit niet het geval en zal deze wel koppelen met fermionen en hen massa geven.



Figuur 90: Koppeling van H aan vector bosonen en fermionen

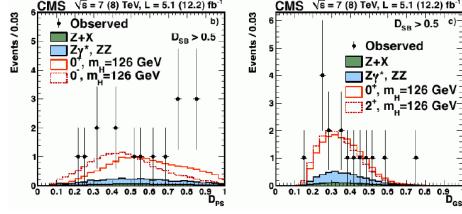
Uit de theorie hebben we gezien dat de koppelingsconstanten tussen H en andere deeltjes lineair af moeten hangen van hun massa. In figuur 91 wordt deze gemeten relatie mooi weergegeven.



Figuur 91: Relatie tussen de koppeling van H en de massa van het koppelende deeltje

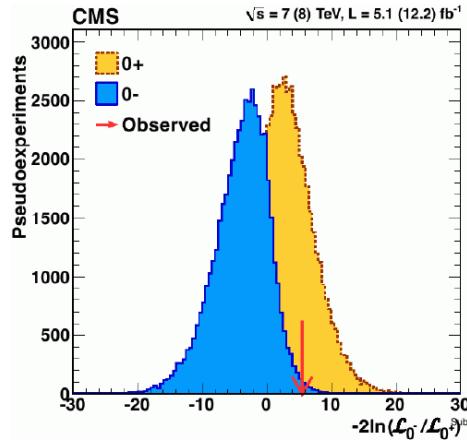
Het Higgs deeltje doet dus exact wat we verwachten, wat leuk is, maar toch spijtig, omdat we geen hints krijgen voor enige verdere fysica.

Uit het verval van het Higgs naar 2 fotonen weten we direct dat het een boson is. Om na te gaan dat het een scalair boson is met spin 0, moet er analyse gedaan worden van de hoekdistributies.



Figuur 92: Hoekdistributies van het Higgs boson

Uit verdere analyse kan ingezien worden dat dit een scalair boson moet zijn ($0+$ in figuur).



Figuur 93: Nagaan of H een scalair of pseudoscalair boson is

9 Meson mixing en oscillaties

9.1 2-state systemen

Meson mixing is niets meer dan gewone kwantummechanica. Als 2 toestanden dezelfde kwantumgetallen hebben binnen de behoudswetten, zullen deze 2 toestanden opmengen met elkaar, in essentie zijn dit dezelfde toestanden. Hebben we A en B als 2 zo een toestanden, dan krijgen we

$$\begin{aligned} A &\leftrightarrow B \\ |\phi\rangle &= c_a |\phi_a\rangle + c_b |\phi_b\rangle \\ |\phi|^2 &= |c_a|^2 + |c_b|^2 \end{aligned} \tag{223}$$

Hierbij is de uiteindelijke golffunctie van deze 2 deeltjes een opmenging van de 2. De waarschijnlijkheden voor het ene of andere deeltje kunnen afhangen van de

tijd en zullen dus oscilleren. Een opmerking hierbij is dat bijvoorbeeld een elektron niet in een positron zal kunnen oscilleren vanwege het behoud van lading. Voor de oscillatie tussen het proton en neutron is dit iets ingewikkelder. Alle krachten behalve de zwakke interactie behouden de isospin en zullen ze dus niet in elkaar laten oscilleren. Dit is niet het geval bij de zwakke interactie, die deze deeltjes met veel plezier zal laten overgaan. Alleen zo is het mogelijk dat deeltjes/antideeltjes in elkaar kunnen overgezet worden, waarbij behoud van massa,lettend op overlappende breedtes, ook behouden moet worden. Daarboven moet de lading ook behouden worden en houden we enkel neutrale toestanden over zoals neutrale mesonen en neutrinos.

9.2 Meson mixing

Met de restricties hierboven opgenoemd zijn er nog maar een aantal mogelijke mesonopmengingen. Deze zijn:

$$\begin{array}{ll} |K^0\rangle = |d\bar{s}\rangle & |\bar{K}^0\rangle = |\bar{d}s\rangle \\ |D^0\rangle = |c\bar{u}\rangle & |\bar{D}^0\rangle = |\bar{c}u\rangle \\ |B_d^0\rangle = |db\rangle & |\bar{B}_d^0\rangle = |\bar{d}b\rangle \\ |B_s^0\rangle = |s\bar{b}\rangle & |\bar{B}_s^0\rangle = |\bar{s}b\rangle \end{array} \quad (224)$$

De onderindex d of s bij het B meson wijst op het hebben van een d of s quark. De reden waarom $\pi^0 = |u\bar{u}\rangle$ hier niet bij zit, is omdat dit dezelfde quarks zijn bij uitwisseling. Historisch zagen we dat \bar{K}^0 en K^0 vervallen in 2 en 3 pionen, wat zou willen zeggen dat de pariteit van dit meson zowel ± 1 is.

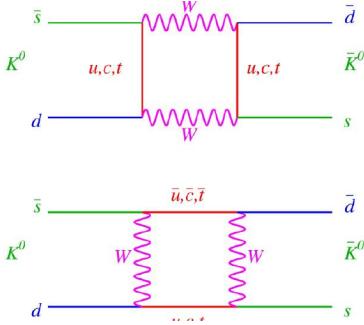
$$\begin{aligned} \bar{K}^0/K^0 \rightarrow & 2\pi \quad P = CP = +1 \\ \rightarrow & 3\pi \quad P = CP = -1 \end{aligned} \quad (225)$$

Deze oscillaties gebeuren door 2 zwakke wisselwerkingen, $K^0 \leftrightarrow (2/3)\pi \leftrightarrow \bar{K}^0$. Dit is het oude beeld dat we hiervan hebben.

9.3 Boxdiagrammen

Vandaag de dag weten we dat deze kaonen bestaan uit elk 2 quarks die aan de hand van W bosonen zullen uitwisselen.

Zoals je kan zien is dit een 2de orde zwakke wisselwerking, wat natuurlijk heel onwaarschijnlijk, maar niet onmogelijk is en de pariteit zal geschonden worden. Wat van groot belang is, is dat we intermediair naast de W bosonen ook een quark of antiquark hebben. We zijn hier dus met andere woorden gevoelig voor de koppeling tussen d of s en u , c of t . Dit is iets waar we vandaag de dag nog veel onderzoek naar doen. Op dit moment gaan we er nog van uit dat de CP pariteit behouden is.



Figuur 94: Box diagrammen van de kaon oscillaties

9.4 Mixen

We gaan er hier van uit dat CP nog behouden is, maar zien in dat \bar{K}^0 en K^0 niet de correcte eigentoestanden zijn, omdat deze in elkaar worden omgezet.

$$CP |K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle \quad CP |\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle \quad (226)$$

Het vervallen naar 2 verschillende hoeveelheden pionen is nu geen probleem meer, omdat dit niet eens eigentoestanden zijn van CP , maar wel van P . Om correct te vervallen naar 2 of 3 pionen die CP pariteit volgen, moeten we ook voor de kaonen CP eigentoestanden bepalen.

$$\begin{aligned} |K_1^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle] \quad CP = +1 \\ |K_2^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle] \quad CP = -1 \end{aligned} \quad (227)$$

Dit kan ook nog herschreven worden tot

$$\begin{pmatrix} |K_1^0\rangle \\ |K_2^0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\bar{K}^0\rangle \\ |K^0\rangle \end{pmatrix} \quad (228)$$

$$\begin{pmatrix} |m_1\rangle \\ |m_2\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |s_1\rangle \\ |s_2\rangle \end{pmatrix}$$

Dit zal dus een relatie geven tussen de massa-eigentoestanden die vrij kunnen rond bewegen en de symmetrie-eigentoestanden met definierte strangeness. In dit geval is $\theta = 45^\circ$. In essentie zijn het de s eigentoestanden van de sterke wisselwerking waarin de kaonen gemaakt worden en de m eigentoestanden van de zwakke wisselwerking die zullen vervallen naar de pionen.

Hierbij moet de CPT nog steeds behouden zijn, wat wil zeggen dat $m(\text{part}) = m(\bar{\text{part}})$ of de $m(K^0) = m(\bar{K}^0)$ moet zijn. Maar de $|\bar{K}_1^0\rangle \neq |K_2^0\rangle$ en de massa's moeten niet perse gelijk zijn aan elkaar. De massa van het kaon zal dus afhangen van hoe we ernaar kijken, met de zwakke of sterke wisselwerking.

9.5 Oscillaties

Tijdens de oscillatie zal de massa-eigentoestand propageren: $m_i(t) = m_i(0)e^{-i(m_i - i\frac{\Gamma_i}{2})t}$.

Hierbij wordt verondersteld dat de kaonen stil staan en een massa hebben. De 2de term in de exponent geeft de vervalsgesnelheid van de massatoestanden naar pionen terug.

Bekijken we nu het voorbeeld waar op tijdstip $t = 0$ een pure s_2 toestand wordt waargenomen. Dit komt overeen met $s_1(0) = 0, s_2(0) = 1$. Indien we deze toestanden nu stabiel beschouwen hebben we $\Gamma_i = 0$ en krijgen we voor de massatoestanden:

$$\begin{aligned} s_1(0) &= m_1(0) \cos \theta - m_2(0) \sin \theta = 0 \\ s_2(0) &= m_1(0) \sin \theta + m_2(0) \cos \theta = 1 \end{aligned} \quad (229)$$

Om aan dit stelsel te voldoen moet $m_1(0) = \sin \theta$ en $m_2(0) = \cos \theta$ zijn. Voeren we de tijdspropagatie door, dan krijgen we

$$\begin{aligned} s_1(t) &= m_1(t) \cos \theta - m_2(t) \sin \theta \\ &= \sin \theta \cos \theta [e^{-im_1 t} - e^{-im_2 t}] \\ &= \frac{\sin(2\theta)}{2} e^{-\frac{i(m_1+m_2)t}{2}} [e^{-\frac{i(m_1-m_2)t}{2}} - e^{-\frac{i(m_2-m_1)t}{2}}] \end{aligned} \quad (230)$$

De reden voor het herschrijven naar de uitgebreide vorm is omdat we nu mooie oscillatietermen krijgen die we kunnen herschrijven naar sinussen ($\sin(\theta) = \frac{1}{2i} (e^{+i\theta} - e^{-i\theta})$).

$$s_1(t) = \frac{\sin(2\theta)}{2} (2i) \sin\left(\frac{\Delta m \cdot t}{2}\right) e^{-\frac{i(m_1+m_2)t}{2}} \quad (231)$$

Zo kan je zien dat er een oscillatie volgens de tijd zal komen inkruipen in deze uitwerking. De waarschijnlijkheid om s_1 te vinden wordt gegeven door:

$$P(s_1) = |s_1(t)|^2 = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m \cdot t}{2}\right) \quad (232)$$

Door het kwadrateren van s_1 zal de exponentiële factor weg vallen. Belangrijk om te zien is dat de amplitude bepaald wordt door θ , met een maximale waarde bij $\sin^2(2\theta) = 1 \rightarrow \theta = 45^\circ$, en dat de periode bepaald wordt door Δm .

$$P(s_2) = 1 - |s_1(t)|^2 = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m \cdot t}{2}\right) \quad (233)$$

9.6 K^0 -systeem

Nu we weten hoe de waarschijnlijkheid eruitziet voor deeltjes die niet vervallen, kunnen we het onszelf iets moeilijker maken door de kaonen ook te laten vervallen. Kijken we naar de massatoestanden van het kaon die zo goed als dezelfde massa hebben.

$$|K_1\rangle \rightarrow 2\pi$$

$$|K_2\rangle \rightarrow 3\pi$$

- Omdat deze maar vervalt in 2 patronen is er nog veel faseruimte over (een factor $p^2 dp$ aanwezig).
- Wordt waargenomen als $|K_S^0\rangle$
- Omdat deze veel faseruimte over heeft, zal hij ook snel vervallen.

$$\tau_S = (8.954 \pm 0.004) \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

$$\Gamma_S = 7.4 \mu\text{eV}$$

$$c\tau_S = 2.6844 \text{ cm}$$

(234)

$$\tau_L = (5.116 \pm 0.021) \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$\Gamma_L = 0.013 \mu\text{eV}$$

$$c\tau_L = 15.34 \text{ m}$$

(235)

Met deze informatie bekijken we nu het voorbeeld waar bij $t = 0$ het systeem zich in een pure $|K^0\rangle$ toestand bevindt. Dit wilt dus zeggen dat $K^0(0) = 1$ en $\bar{K}^0 = 0$ of $K_1(0) = K_2(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Propageren we deze toestanden nu door de tijd dan, krijgen we op tijdstip t :

$$\begin{aligned} K^0(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K_1(t) + K_2(t)) \\ \bar{K}^0(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K_1(t) - K_2(t)) \end{aligned} \quad (236)$$

Vullen we hier de propagatie van de massatermen uit de vorige sectie in, dan krijgen we:

$$\begin{aligned} K^0(t) &= \frac{1}{2} \left(e^{-im_1 t - \frac{\Gamma_1}{2} t} + e^{-im_2 t - \frac{\Gamma_2}{2} t} \right) \\ \bar{K}^0(t) &= \frac{1}{2} \left(e^{-im_1 t - \frac{\Gamma_1}{2} t} - e^{-im_2 t - \frac{\Gamma_2}{2} t} \right) \end{aligned} \quad (237)$$

Het verschil met de vorige sectie 9.5 is nu dat de vervaltermen in de exponenten aanwezig zijn. Dit zal de berekening van de probabiliteiten wel iets moeilijker maken. De waarschijnlijkheid dat we overgaan van een K^0 naar een \bar{K}^0 kan als volgt uitgewerkt worden.

$$\begin{aligned} P(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) &= |\bar{K}^0(t)\bar{K}^{0*}(t)| \\ &= \frac{1}{4} (e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} - e^{+i\Delta m t} e^{-\Gamma t} - e^{-i\Delta m t} e^{-\Gamma t}) \\ &= \frac{1}{4} (e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} - 2 \cos(\Delta m t) e^{-\Gamma t}) \end{aligned} \quad (238)$$

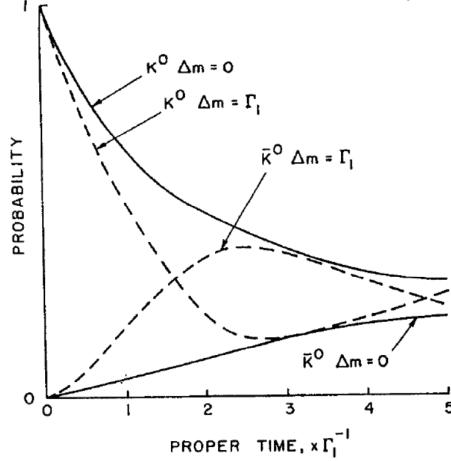
Hierbij is $\Gamma = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{2}$. De waarschijnlijkheid om van K_0 naar K_0 te gaan is nu makkelijk te vinden.

$$\begin{aligned} P(K^0 \rightarrow K^0) &= 1 - P(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) \\ &= \frac{1}{4} (e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} + 2 \cos(\Delta m t) e^{-\Gamma t}) \end{aligned} \quad (239)$$

De waarschijnlijkheid dat er nog iets over is in het kaon systeem na tijd t is

$$P(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) + P(K^0 \rightarrow K^0) = \frac{1}{2} (e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t}) \quad (240)$$

In figuur 95 worden een aantal waarschijnlijkheden geplot in de functie van de tijd onder bepaalde condities.



Figuur 95: Plot van kaon waarschijnlijkheden tijdens oscillaties

Ten eerste als we kijken naar het geval dat de massa van de kaonen gelijk zijn ($\Delta m = 0$) valt de $\cos(\Delta mt)$ weg uit de vergelijkingen en is er quasi exponentieel verval voor K_0 . In het begin van de oscillaties wordt het verval geleid door Γ_1 en later door Γ_2 . Indien Δm verschillend van 0 is, dan zal het meest waarschijnlijke deeltje afwisselen in de tijd, waarbij de amplitude tussen de probabiliteiten afneemt in de tijd.

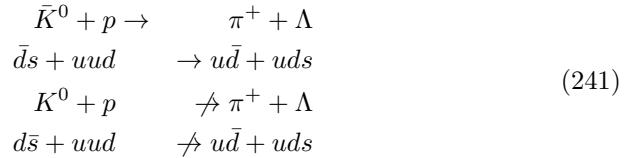
De belangrijkste puntjes die we hier moeten onthouden zijn:

- De kaonen oscilleren enkel als $\Delta m \neq 0$.
- Het exponentiële verval wordt gedomineerd door de kortste levensduur. Voor het Kaon systeem is dit K_S .

9.7 Experiment

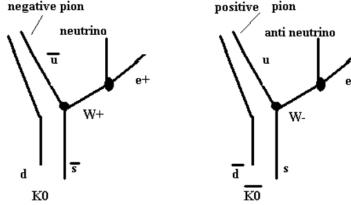
Hoe is het nu mogelijk om een onderscheid te maken tussen K^0 en \bar{K}^0 ?

Kijken we naar deze kaonen met de sterke interactie, dan zien we het volgende:



Als we kijken naar de quarks van de kaonen en het proton, zal het voor K^0 niet mogelijk zijn om \bar{s} door te geven om een Λ te maken. K^0 zal dus zo goed als niet interageren met het proton.

Aan de hand van de zwakke interactie is het ook mogelijk om het verschil tussen de kaonen aan te voelen. Het zal altijd de s quark of antiquark zijn die via een W^\pm boson zal vervallen naar een u quark of antiquark.



Figuur 96: Feynmandiagrammen van het zwak verval van kaonen

Hierdoor krijgen we verschillende einddeeltjes, die in experimenten makkelijk uit elkaar te houden zijn.

$$\begin{aligned}\bar{K}^0 &\rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e \\ K^0 &\rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e\end{aligned}\tag{242}$$

Het verval van het W boson kan natuurlijk ook hadronisch gebeuren en dan krijgen we 2 keer dezelfde uiteindelijke toestand $\pi^+\pi^-$. Bij het verval naar leptonen hebben we niet een bepaalde CP , net zoals bij de kaon toestanden.

Wat gebeurt er nu juist? We maken aan de hand van de sterke interactie een zuivere $|K^0\rangle = |\bar{d}s\rangle$ toestand aan. Het vervallen van deze toestand is enkel mogelijk via de zwakke interactie op een semi-leptonische manier (vergelijking (264)) of op een hadronische manier. Hierbij wordt er ofwel vervallen via de K^0 en \bar{K}^0 componenten of via de K_1 en K_2 componenten.

Het is dus mogelijk om aan de hand van asymmetrie van de lading van de uitkomende leptonen te weten wat de ratio aan K^0/\bar{K}^0 is.

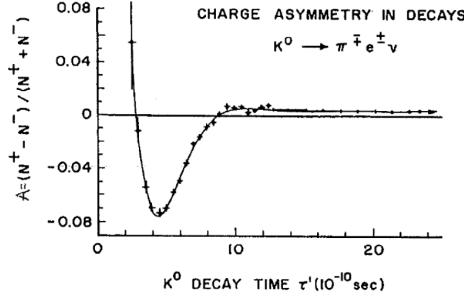
$$A = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}\tag{243}$$

Deze A zal tussen -1 en 1 variëren, waarbij 1 overeenkomt met $t = 0$ en 0 met de situatie waarin evenveel K^0 als \bar{K}^0 aanwezig zijn. Deze oscillaties zijn mooi gemeten in experimenten.

Dit gaat over heel kleine tijden, met een sterk gedempte oscillatie. Uit deze demping kunnen we het massaverschil bepalen $\Delta m = (0.5293 \pm 0.0009) \times 10^{-10} \text{ s}^{-1} = (3.484 \pm 0.006) \times 10^{-12} \text{ MeV}$. De reden waarom dit niet volledig naar 0 gaat is door CP schending, waar we later op verder gaan.

9.8 Regeneratie

Vertrekken we met een bundel kaonen K^0 of \bar{K}^0 . Die zullen direct beginnen vervallen in pionen, waarbij de K_S , met een weglenge van 3cm, na 10cm allemaal



Figuur 97: Assymetrie-onderzoek van de kaonoscillaties

vervallen zijn naar 2 pionen. We hebben dus alleen nog maar K_L over. Plaatsen we in deze bundel nu een bulkmateriaal. Kaonen zijn ongeladen deeltjes, dus zullen ze makkelijk door het materiaal bewegen. In het materiaal zullen de kaonen sterk interageren met de nucleonen (nucleaire reacties). Na de botsing kunnen we terug spreken over K^0 en \bar{K}^0 omdat deze sterke wisselwerking ondergaan zijn. Er zullen naast K_L ook terug K_S aanwezig zijn. We hebben ze als het ware geregenereerd. Dit gaat als volgt:

$$\begin{aligned}
 K_L &= K_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0) \\
 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (f K^0 - \bar{f} \bar{K}^0) = \frac{1}{2} (f(K_S + K_L) - \bar{f}(K_S - K_L)) \quad (244) \\
 &= \frac{1}{2} ((f - \bar{f}) K_S + (f + \bar{f}) K_L)
 \end{aligned}$$

In het geval dat $f \neq \bar{f}$ zien we dat K_S zal geregenereerd worden. Kijken we alleen al naar de interactie van de kaonen met het proton (vergelijking (241)), dan zien we al direct dat f groter zal zijn dan \bar{f} .

9.9 Tijdsafhankelijkheid

We hebben al gezien dat de tijdsafhankelijkheid bepaald wordt door Δm . Integreren we dit over de tijd, dan kunnen we zien wat de waarschijnlijkheid was om van K^0 naar \bar{K}^0 te gaan in vergelijking tot de totale oscillaties.

$$\chi = \frac{\int_0^\infty P(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) dt}{\int_0^\infty (P(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) + P(K^0 \rightarrow K^0)) dt} = \frac{1}{2} \frac{x^2 + y^2}{1 + x^2} \quad (245)$$

met $x = \frac{\Delta m}{\Gamma}$ en $y = \frac{\Delta \Gamma}{2\Gamma} = \frac{\Gamma_L - \Gamma_S}{\Gamma_L + \Gamma_S}$. Hierbij zal $0 \leq \chi \leq 0.5$ variëren. Ryckbosch zegt dat het een goed idee is om deze integralen eens uit te rekenen, maar zegt letterlijk dat dit geen examenleerstof is. Deze vergelijking zal iets zeggen over de opmenging. De x zegt ons dat er enkel opmenging zal zijn als Δm en Γ van dezelfde grootte-orde zijn.

9.10 Kaonsysteem resultaten

We zitten hier naar een effect te kijken van $\Delta m_K = (3.483 \pm 0.006) \times 10^{-6} \text{ eV}$ tegenover de massa $m_K = 450 \text{ MeV}$. Dit betekent dat we kijken naar een effect dat bij $\sim O(10^{-15})$ kleiner dan zijn massa nog steeds mooi zichtbaar is. De vervalbreedte van dit systeem komt overeen met $\Gamma = \frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2} \approx \frac{\Gamma_S}{2} = 3.7 \times 10^{-6} \text{ eV}$. Hier is het duidelijk dat x ongeveer 1 zal zijn en de oscillatie zal doorgaan.

$$\begin{aligned} x_K &= 0.94 \\ y_K &= 0.998 \\ \chi_K &= 0.499 \end{aligned} \tag{246}$$

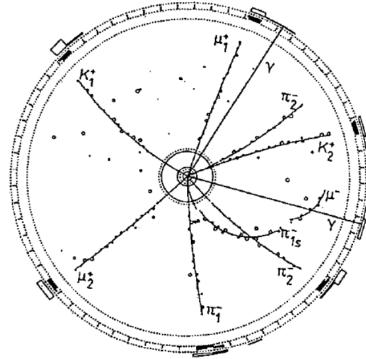
x vertelt ons hoeveel oscillaties we krijgen per levensduur, wat in dit geval dus 1 is.

9.11 B -mesonsysteem

Het kaonsysteem is een beetje een uitzondering op het vlak van het aantal vervalkanalen. Deze heeft er veel minder dan de andere mesonen, waardoor y veel groter is dan bij de andere mesonen, waar y eerder 0 zal zijn.

Kijken we naar de B mesonen, die zwaar zijn ($\approx 5.3 \text{ GeV}$). Dit wil zeggen dat er veel vervalkanalen zijn en $\tau \approx 1.5 \text{ ps}$ of $c\tau \approx 450 \mu\text{m}$. Om dit probleem van de korte levensduur te ontwijken, geven we ze een Lorentzboost. In dit geval kunnen ze een afstand $d = \gamma\beta c\tau$ afleggen. Het aanmaken van B mesonen kan op verschillende manieren gedaan worden. In LEP werd dit gedaan aan de hand van Z bosonen, $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow b\bar{b} \rightarrow B^0\bar{B}^0$. Met een massa van het Z boson rond de 90 GeV hebben de b quarks ongeveer 45 GeV aan energie. Een andere manier is de asymmetrische B -factories ($e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$). Het verschil in energie tussen de initiële elektronen en positronen zal een boost geven aan de B mesonen. De B oscillaties zijn voor het eerst waargenomen in 1986 in het ARGUS experiment, waar het volgende verval is waargenomen:

$$e^+e^- \rightarrow \Upsilon \rightarrow B^0\bar{B}^0 \rightarrow B^0B^0.$$



Figuur 98: ARGUS experiment

In de resultaten die we hier zien in het ARGUS experiment zit heel veel informatie. We kunnen in de tracking kamer veel deeltjes waarnemen, maar niet de B mesonen. Deze worden pas gedetecteerd in de calorimeter. Wat hier mooi is, is dat we geen B^0 en \bar{B}^0 waarnemen, maar eerder 2 B^0 . Dit is interessant om te bekijken. Er zijn 2 vervallen die zullen gebeuren.

$$\begin{aligned}
 B_1^0 &\rightarrow D_1^{*-} \mu_1^+ \nu_1 \\
 D_1^{*-} &\rightarrow \pi_1^- \bar{D}^0 \\
 \bar{D}^0 &\rightarrow K_1^+ \pi_1^- \\
 B_2^0 &\rightarrow D_2^{*-} \mu_2^+ \nu_2 \\
 D_2^{*-} &\rightarrow \pi^0 D^- \\
 D^- &\rightarrow K_2^+ \pi_2^- \pi_2^-
 \end{aligned} \tag{247}$$

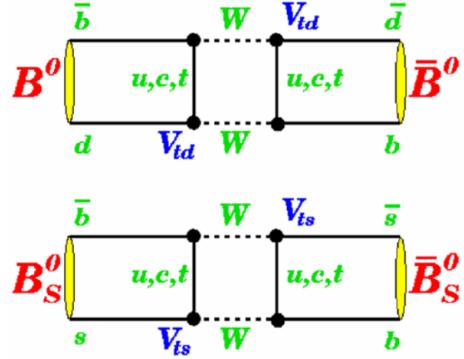
Voor beide gevallen hebben we een $B^0 = d\bar{b}$, waarbij de b antiquark zal vervallen aan de hand van de zwakke interactie, wat een W boson geeft ($\bar{b} \rightarrow \bar{c} + W^+$) dat zal vervallen in een muon en een neutrino. Voor B_1^0 krijgen we uiteindelijk 5 uitgaande deeltjes: μ_1^+ , ν_1 , π_1^- , K_1^+ en π_1^- , waarbij het neutrino natuurlijk niet gedetecteerd wordt. Het pion dat wordt aangemaakt bij het verval van het geëxciteerde D^{*-} meson is laagenergetisch, omdat er bijna geen verschil is tussen de massa van het geëxciteerde D meson en de grondtoestand ($2010\text{GeV} \rightarrow 1865\text{GeV}$).

$$\begin{array}{ll}
 B^0 & 5280\text{GeV} \\
 \downarrow \mu & \\
 D^{*0} & 2010\text{GeV} \\
 \downarrow \pi_s & \\
 D^0 & 1865\text{GeV} \\
 \downarrow \mu & \\
 K^+ & 494\text{GeV}
 \end{array} \tag{248}$$

Dit kan ook gezien worden in figuur 98, waar we 1 pion kunnen zien dat veel meer afbuigt dan de rest. Dit is het pion met lage snelheid. Omdat we al een B^0 hebben, zouden we verwachten dat het tweede B boson \bar{B} zou zijn en we dus een μ^- zouden waarnemen. Dit zien we in het experiment niet, want μ_2 beweegt hier nog steeds in wijzerzin en is dus ook positief geladen. In dit geval krijgen we 6 uitgaande deeltjes: μ_2^+ , ν_2 , π^0 , K_2^+ en 2 keer π_2^- . Het neutrino wordt opnieuw niet waargenomen en het π^0 zien we als 2 fotonen. Het belangrijke is hier toch het feit dat beide B mesonen vervallen aan de hand van een W^+ boson. Dit wilt dus zeggen dat \bar{B}^0 zo snel is geoscilleerd naar B^0 dat het zelf geen tijd heeft gehad om te vervallen.

9.12 Boxdiagrammen voor B mesonen

De reden waarom we vooral kijken naar V_{td} en V_{ts} is omdat de bottom quark zo goed als altijd aan de top quark zal binden. Deze boxdiagrammen zijn van

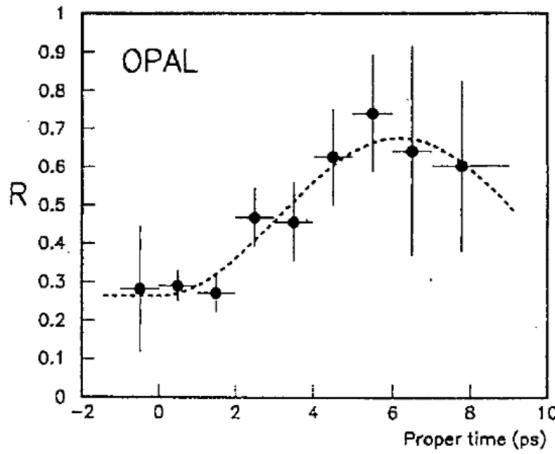


Figuur 99: Boxdiagrammen van de B mesonen

hoog belang om te meten, omdat dit de enige manier is om de elementen van de CKM-matrix te bepalen.

9.13 Experimentele methodes voor B mesonen

Experimenteel gaan we op dezelfde manier te werk als bij de K mesonen (sectie 9.7). De vervalkanalen die we bekijken zijn $B^0 \rightarrow l^+ \nu X$ en $\bar{B}^0 \rightarrow l^- \bar{\nu} X$, waar X eender welk ander deeltje kan zijn, zoals bijvoorbeeld een D meson. Deze B mesonen zijn zwaar en vervallen snel. Omdat het voor allebei de vervallen zo kort is, kan je geen onderscheid maken tussen long of short. Het onderscheid zal hier gemaakt worden aan de hand van de massa, met H voor heavy en L voor light. Hierbij hebben we nog steeds dat $\Delta m = m_H - m_L > 0$. We verwachten ook dat $y = \frac{\Delta\Gamma}{2\Gamma} \ll 1$. De eerste goede metingen van de oscillatie zelf zijn gedaan in OPAL.



Figuur 100: OPAL onderzoek naar B mesonoscillaties

Hier zien we de asymmetrie van deze deeltjes uitgezet in functie van de eigentijd van de B mesonen. Na 1 oscillatie kunnen we zien dat de foutenvlaggen heel groot worden. De mesonen zullen dus vervallen zijn.

9.14 B -oscillaties resultaten

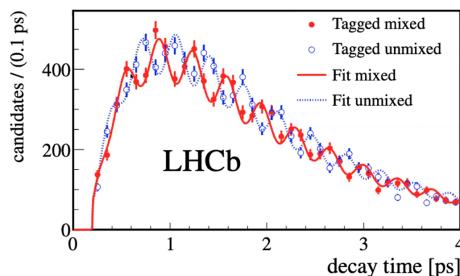
Voor het B meson met een d quark hebben we:

$$\begin{aligned}\Delta m_d &= (3.337 \pm 0.033) \times 10^{-4} \text{ eV} \\ \Delta m_d &= (0.507 \pm 0.004) \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \\ x_d &= 0.770 \pm 0.008 \\ \chi_d &= 0.1862 \pm 0.0023\end{aligned}\tag{249}$$

Voor B mesonen met een s quark is dit een stuk moeilijker en zijn deze resultaten maar in 2006 gevonden.

$$\begin{aligned}\Delta m_s &= (116.4 \pm 0.5) \times 10^{-4} \text{ eV} \\ \Delta m_s &= (17.69 \pm 0.08) \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \\ x_s &= 26.49 \pm 0.29 \\ \chi_s &= 0.499292 \pm 0.000016\end{aligned}\tag{250}$$

Voor B_S^0 hebben we experimenteel gevonden dat deze 26 keer oscilleert voor hij vervalt.



Figuur 101: Huidige resultaten van de experimenten van B_S oscillaties

Het belangrijkste in deze grafiek is dat er zo veel oscillaties gebeuren. Wat mixed en unmixed betekent is niet echt belangrijk. Regeneratie zal niet mogelijk zijn, omdat zowel B_H als B_L ongeveer op hetzelfde moment zullen vervallen. We krijgen dus geen zuivere bundel van één van de 2 en het is niet mogelijk om het andere te regenereren. Je zou hier denken dat deze toestanden makkelijk in elkaar kunnen oscilleren wegens de grote hoeveelheid oscillaties voor ze vervallen, maar dit is niet correct. Het gemak van oscilleren wordt bepaald door de amplitude, niet de frequentie. De frequentie leidt terug naar dat massaver- schil en wil dus zeggen dat we zitten te kijken naar de heel kleine overlap in de staarten van deze mesonen. Het zal dus juist heel onwaarschijnlijk zijn om deze oscillaties tegen te komen.

9.15 D -oscillaties

D mesonen zijn de enige mesonen waar een up quark aanwezig zal zijn.

$$\begin{aligned} D^0 &\leftrightarrow \bar{D}^0 \\ c\bar{u} &\leftrightarrow \bar{c}u \end{aligned} \tag{251}$$

Dit is extreem moeilijk om waar te nemen omdat $\Delta m \ll \Gamma$, met als gevolg dat $x \ll 1$. De reden voor het heel brede verval kanaal is omdat de c quark binnen zijn doublet vervalt, wat veel makkelijker is dan vervallen van de 3de naar 2de generatie voor de K en B mesonen. Het zal dus vervallen voordat het zal oscilleren. Het is voor het eerst waargenomen in de 2013, waar ze keken naar

$$R = \frac{\sigma(D^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{\sigma(D^0 \rightarrow K^- \pi^+)} \tag{252}$$

De cross sectie van de teller is deze van het geoscilleerd meson ($D^0 = \bar{c}u \rightarrow \bar{s}u + W^+ \rightarrow K^+ \pi^-$). Hoe zijn we nu zo zeker dat we begonnen waren met D^0 en niet \bar{D}^0 ? Dit zijn we niet zeker. Het moment dat ze aangemaakt worden weten we alleen dat $R = 0$ is, omdat er even veel c als \bar{c} 's worden aangemaakt. We hebben waargenomen aan LHC dat er over een bepaalde tijd meer kans is om een $\bar{c}u$ te zien vervallen dan $c\bar{u}$.

9.16 Meson oscillaties

De reden om deze oscillaties te onderzoeken hebben we al aangehaald in sectie 9.12. We willen de matrixelementen van de CKM matrix bepalen. Hoeveel van alle virtuele quarks aanwezig zal zijn, hangt af van de hoeveelheid faseruimte die er is voor de mesonen. Om deze te kunnen onderzoeken moeten we eerst eens terugkijken naar de theorie van de CKM-matrix.

9.17 Cabibbo mixing

Historisch gezien komt dit uit de jaren 60, waar in het zwakke verval kleine afwijkingen worden waargenomen. Volgens het quark model dat we toen hadden, zouden $\mu^- \rightarrow \nu_\mu e^- \bar{\nu}_e$ en $d \rightarrow ue^- \bar{\nu}_e$ voor de zwakke interactie gelijk moeten zijn. Het enige verschil dat we hier mogen waarnemen zijn de verschillen in hoeveelheden faseruimte, waar we makkelijk voor kunnen corrigeren. Uit deze vervallen is het mogelijk om de zwakke koppelingsconstante te bepalen, die voor beide gelijk moet zijn.

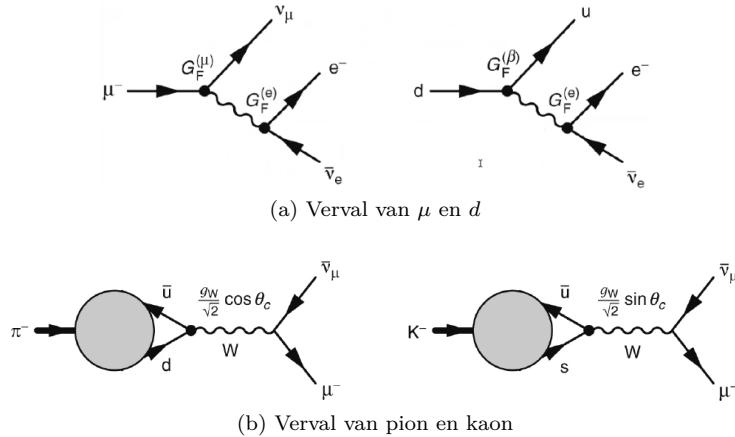
$$\begin{aligned} G_F^{(\mu)} &= (1.1663787 \pm 0.0000006) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2} \\ G_F^{(\beta)} &= (1.1066 \pm 0.0011) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2} \end{aligned} \tag{253}$$

In de werkelijkheid zien we dat deze niet binnen elkaar fout liggen en dus niet gelijk zijn. Er is dus iets meer aan de hand. Een gelijkaardige afwijking is waargenomen bij $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ en $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$. De quark theorie zegt opnieuw

dat deze gelijk zouden moeten zijn aan elkaar en dus even snel zouden moeten vervallen, op de faseruimtecorrecties na. Er is echter gemeten dat K 20 keer minder waarschijnlijk zal zijn om te vervallen dan het pion. Cabibbo komt met de oplossing dat de sterke eigentoestanden d en s zullen zwak opmengen. Het zijn dus d' en s' die koppelen aan de zwakke interactie.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (254)$$

De koppeling van de W bosonen aan de quarks is dus niet meer een zuivere term, maar wordt nu ook vermenigvuldigd met een sinus of cosinus van de Cabibbo hoek. Voeren we dit in bij de Feynmandiagrammen van de vervallen, dan kunnen we inzien wat er gebeurt.



Figuur 102: Feynmandiagrammen van zwakke quark mixing

De onderdrukking van het kaon kan hieruit makkelijk aangetoond worden, omdat met $\theta_c \approx 12^\circ$ de sinus veel kleiner zal zijn dan de cosinus.

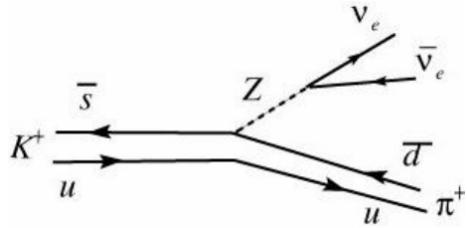
9.18 Cabibbo theorie

Deze theorie was niet zonder zijn fouten. Dit geeft aanleiding tot het zogenaamde flavour changing neutral current probleem.

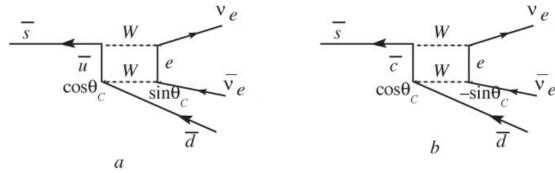
Dit verval is nog nooit waargenomen. Dit veranderen van flavour met behulp van een Z boson is enkel mogelijk als s via s' kan vervallen naar d .

9.19 GIM-mechanisme

Het is maar een paar jaar later dat de s quark samen met de c quark in een doublet wordt samengebracht. Dit zorgt voor extra termen in de Lagrangiaan die elkaar opheffen in alle ordes.



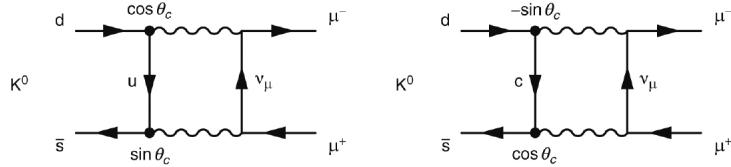
Figuur 103: Voorbeeld van het flavour changing neutral current probleem



Figuur 104: Opheffing van de opmengende termen in de GIM theorie

We gaan hier niet verder in op de uitwerking van de Lagrangiaan. Uit dit GIM-mechanisme komt wel dat er nu geen Flavour Changing Neutral Currents meer zijn. De prijs die we hiervoor moeten betalen is de toevoeging van de *c* quark, die in 1974 dan ook is ontdekt (J/Ψ).

9.20 Meer FCNC (= flavour changing neutral current)



Figuur 105: Boxdiagrammen voor kaonverval naar muonen

Indien we enkel de Cabibbo theorie zouden hebben, is enkel het eerste diagram mogelijk en zouden de waarschijnlijkheden veel te groot zijn voor de vervallen (branching fraction is te groot). In de GIM theorie zullen de 2 diagrammen met *u* en *c* elkaar opheffen.

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_u &\propto g_W^4 \cos \theta_C \sin \theta_C \\ \mathcal{M}_c &\propto -g_W^4 \cos \theta_C \sin \theta_C \\ |\mathcal{M}|^2 &= |\mathcal{M}_u + \mathcal{M}_c|^2 \approx 0 \end{aligned} \quad (255)$$

Het totale matrixelement zal niet volledig 0 zijn, omdat de massa's van *c* en *u* niet volledig hetzelfde zijn. De massa van *c* is groter en dus minder waarschijn-

lijk. In combinatie met de experimentele resultaten van de branching fraction van deze vervallen was het mogelijk om de massa van de c quark te voorspellen.

9.21 CKM matrix

In 1979 was er dan, in tegenstelling tot het ontdekken van het c quark, een “echte” revolutie in de deeltjes fysica. De ontdekking van de derde generatie quarks is gebeurd.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (256)$$

Dit moet een unitaire matrix zijn, omdat 1 quark in de ene toestand nog steeds 1 quark moet zijn in de andere. Dit is gegeven door het behoud van waarschijnlijkheid. Dit is in het geval dat er maar 3 quarks mixen, wat we natuurlijk willen testen. Een unitaire matrix van dimensie N heeft $(N - 1)^2$ vrijheidsgraden. Deze zijn de 3 Eulerhoeken en een fase.

Deze matrix kan op verschillende manieren geparametriseerd worden. Een eerste mogelijkheid is aan de hand van de CC interacties

$$(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t}) \hat{O}_{CC}^\mu \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \quad (257)$$

Origineel zag die er niet zo uit.

$$\begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (258)$$

Hierbij is $c_1 = \cos \theta_1$ de cos van de Cabibbo hoek en $s_1 = \sin \theta_1$ de sin van de Cabibbo hoek. De indexen refereren naar de generatie. Dit kan nog uitgebreid worden naar:

$$\begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & s_{23} c_{13} \\ s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & -c_{12} s_{23} - s_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & c_{23} c_{13} \end{pmatrix} \quad (259)$$

Ten laatste hebben we nog een alternatieve notatie met als naam Wolfenstein.

$$\begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4) \quad (260)$$

Focussen we eerst op de uitgebreide CKM-matrix uit vergelijking (259). Deze kunnen we herschrijven in 3 aparte matrices.

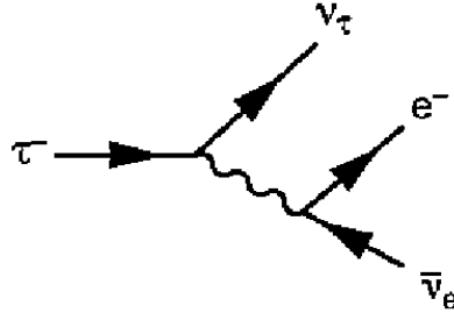
$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (261)$$

Het is, zoals eerder gezegd, mogelijk om deze matrix te beschrijven met de Eulerhoeken $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ en de fase δ . De relaties tussen de verschillende vormen zijn makkelijk uit te rekenen.

$$\begin{aligned} s_{12} &= \lambda = \frac{|V_{us}|}{\sqrt{|V_{us}|^2 + |V_{ud}|^2}} \\ s_{23} &= A\lambda^2 = \lambda \left| \frac{V_{cb}}{V_{us}} \right| \\ s_{13}e^{i\delta} &= V_{ub}^* = A\lambda^3(\rho + i\eta) \end{aligned} \quad (262)$$

9.22 CKM matrixelementen

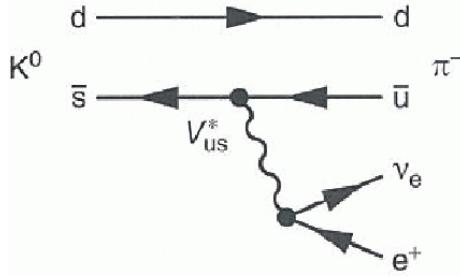
Hoe bepalen we deze elementen nu? Eerst moeten we met hoge precisie bepalen wat de zwakke koppelingsconstante G_F is. Dit kunnen we doen door het onderzoek van het zwakke verval van leptonen.



Figuur 106: Feynmandiagram van leptonverval

$$\begin{aligned} \Gamma(\mu^- \rightarrow \nu_\mu e^- \bar{\nu}_e) &= \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} (1 + \delta_e^\mu) \\ \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e) &= \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3} (1 + \delta_e^\tau) \\ &= \frac{B(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e)}{\tau_\tau} \end{aligned} \quad (263)$$

Wat we zien in deze vergelijkingen is de waarschijnlijkheid dat het lepton vervalt in zijn neutrino, een elektron en een antineutrino. In deze waarschijnlijkheid hebben we een G_F in het kwadraat omdat er 2 vertices zijn aan het W boson. Dit is zuiver leptonisch, dus komen hier geen Cabibbo hoeken aan te pas. De reden voor de massa tot de 5de term is het gevolg van het vervallen van 1 deeltje in 3. Dit geeft ons 2 vrijheidsgraden, dus dit geeft ons een $p^2 p^2 dp$, wat ons E^5 geeft. De enige energievrijheidsgraad die we hebben is de massa van ons initieel deeltje, dus hebben we een m^5 term. δ is een correctie term voor al de fysica die we hier niet in acht hebben genomen, zoals de massa van het elektron, de radiatieve correcties... We moeten hier natuurlijk opletten dat we niet naar de totale breedte van de leptonen kijken, maar eerder naar de branching fractie $B(\dots)$ naar specifiek het verval aan de hand van een W^- boson in verhouding tot de levensduur van het lepton. Nu we weten wat G_F is, kunnen we overgaan naar zwakke vervallen van de quarks in mesonen die wel een Cabibbo hoek bevatten.



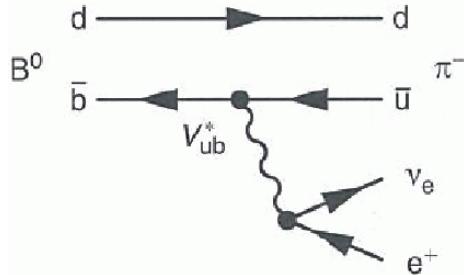
Figuur 107: Feynmandiagram van het zwak kaonverval

$$\begin{aligned}\Gamma(K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e) &= \frac{G_F^2 m_K^5}{192\pi^3} (1 + \delta_e^K) |V_{us}|^2 \\ &= \frac{B(K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e)}{\tau_K}\end{aligned}\quad (264)$$

De vertex voor het verval van W^+ naar het positron en het neutrino is niets anders dan G_F . Voor de koppeling van W aan de quarks hebben we naast G_F nog een extra term $|V_{us}|^2$ met het kwadraat omdat dit een waarschijnlijkheid moet zijn. d is hier alleen een bijstaander en als deze iets zou bijdragen aan deze vergelijking, is het verwerkt in de correctieterm δ . Uit de experimenten is het dus mogelijk om $|V_{us}|$ te bepalen en niet V_{us} . We krijgen $|V_{us}| = 0.2252(9)$. Hetzelfde kan gedaan worden voor B mesonen.

$$\begin{aligned}\Gamma(B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e) &= \frac{G_F^2 m_B^5}{192\pi^3} (1 + \delta_e^B) |V_{ub}|^2 \\ &= \frac{B(B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e)}{\tau_B}\end{aligned}\quad (265)$$

We vinden nu dat $|V_{ub}| = (4.15 \pm 0.49) \times 10^{-3}$ is.

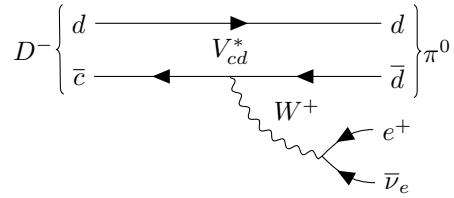


Figuur 108: Feynman diagram van het zwak kaon verval

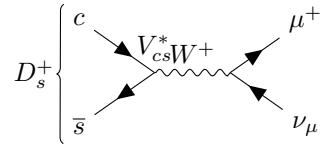
Uit het verschil tussen $|V_{us}| > |V_{ub}|$ kunnen we direct inzien dat het verval via W^+ naar een pion veel onwaarschijnlijker is voor het B meson dan voor het K meson.

Zo is het mogelijk om voor een aantal andere CKM-matrixelementen deze ook experimenteel te bepalen:

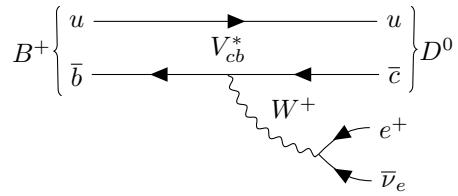
- Superallowed nucleair β verval $\Rightarrow |V_{ud}| = 0.97425(22)$
- $D^\pm \rightarrow \pi^0 l^\pm \nu_l \Rightarrow |V_{cd}| = 0.230(11)$



- $D_s^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \Rightarrow |V_{cs}| = 1.006 \pm 0.023$



- $b \rightarrow l \nu c \Rightarrow |V_{cb}| = (40.9 \pm 1.1) \times 10^{-3}$



Het is uiteindelijk mogelijk om op verschillende manieren deze koppelingen te bepalen en we zien dat deze altijd binnen elkaar fout vallen.

De laatste overgebleven matrixelementen moeten we halen uit de boxdiagrammen van de mesonoscillaties:

- B^0 oscillaties: $|V_{td}| = (8.4 \pm 0.6) \times 10^{-3}$
- B_S^0 oscillaties: $|V_{ts}| = (42.9 \pm 2.6) \times 10^{-3}$

Intermezzo: Wat zijn de quark combinaties van de mesonen?

K mesonen bestaan uit een s quark met een andere quark:

$$\begin{aligned} K^+ &= |u\bar{s}\rangle \\ K^- &= |\bar{u}s\rangle \\ K^0 &= |d\bar{s}\rangle \\ \bar{K}^0 &= |\bar{d}s\rangle \end{aligned} \tag{266}$$

D mesonen bestaan uit een c quark met een andere quark:

$$\begin{aligned} D^+ &= |c\bar{d}\rangle \\ D^- &= |\bar{c}d\rangle \\ D^0 &= |c\bar{u}\rangle \\ \bar{D}^0 &= |\bar{c}u\rangle \end{aligned} \tag{267}$$

B mesonen bestaan uit een b quark met een andere quark:

$$\begin{aligned} B^+ &= |u\bar{b}\rangle \\ B^- &= |\bar{u}b\rangle \\ B^0 &= |d\bar{b}\rangle \\ B_S &= |s\bar{b}\rangle \end{aligned} \tag{268}$$

Er wordt op het examen echt wel verwacht dat je dit kan. Voor D^0 en B^0 hangt het kiezen van wie de quark en antiquark is af van de charmness of bottomness. Dit moet voor de mesonen positief zijn en voor de antimesonen negatief.

9.23 Unitariteit van de CKM-matrix

Vanwege het behoud van waarschijnlijkheid moet de matrix unitair zijn. De sommaties van de kwadraten van de elementen in een rij of kolom moeten dus gelijk zijn aan 1. Dit nemen we ook waar:

- 1ste rij: $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9999(6)$
- 2de rij: $|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1.067(47)$
- 1ste kolom: $|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 1.002(5)$

- 2de kolom: $|V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 = 1.065(46)$

Tot op eerste orde kunnen we dus zien dat de unitariteit is behouden. Indien er dus nog een 4de generatie aan quarks zou bestaan, mag deze niet koppelen aan de eerste 3 generaties. Fitten we de matrixelementen nu aan deze uitkomsten, dan krijgen we een CKM-matrix die er als volgt uit ziet doordat deze unitair moet zijn:

$$\begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.974 & 0.225 & 0.004 \\ 0.225 & 0.973 & 0.041 \\ 0.009 & 0.040 & 0.999 \end{pmatrix} \quad (269)$$

Het is duidelijk te zien aan de diagonalelementen die zo goed als 1 zijn dat we vooral binnen de generatie zelf blijven. De koppeling tussen de eerste en 2de generatie is vrij groot, dit is de Cabibbo hoek $\theta_{12} = 12.9^\circ$. De koppeling tussen de 2de en 3de generatie is een stuk kleiner met een koppelingshoek $\theta_{23} = 2.4^\circ$. En ten laatste koppelt de eerste en 3de generatie zo goed als niet ($\theta_{13} = 0.2^\circ$).

10 CP violation

Zoals we kunnen zien hebben we in de CKM-matrix (vergelijking 259), naast de contributies van de hoeken, ook een fase δ . Deze fase kan eender waar gestoken worden, maar bij conventie hebben we deze tussen generatie 1 en 3 gestoken. Indien deze fase $\delta_{13} \neq 0, \pi$ (of $\eta \neq 0$ in de Wolfenstein representatie vgl. (260)), is het mogelijk dat er CP schending plaatsvindt. In de Cabibbo 2x2 matrix is het onmogelijk dat er CP schending voorkomt, er is maar 1 vrijheidsgraad, de Cabibbo hoek, die niet imaginair is. Er zijn dus direct een aantal dingen die we ons afvragen. Is er wel degelijk CP schending? Is δ_{13} hier de bron van of is er meer? Hoe meten we dit nu juist?

10.1 De nood aan CP schending

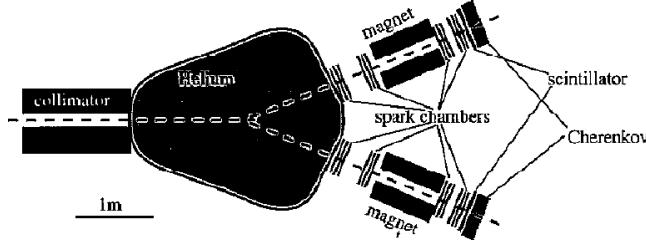
A. Sacharov toont in 1966 al aan dat er nood is aan CP schending. De kosmische achtergrondstraling is ontdekt en er wordt aangetoond dat het heelal ontstaan is uit de big bang. Dit is een toestand van extreem hoge energie en densiteit die geconcentreerd is in deeltjes. Bij het opsplitsen van energie in quark antiquark paren zal het baryongetal niet veranderen. Initieel moet $\mathcal{B} = 0$. Vandaag de dag zien we dat het heelal bestaat uit zo goed als alleen baryonen $\mathcal{B} > 0$. We weten dus dat \mathcal{B} niet behouden zal zijn. Ergens in het Standaardmodel moeten er dus nog fouten zitten omdat deze het baryongetal wel behoudt. Hetzelfde zien we voor het leptongetal. We moeten ons ook in een niet-equilibrium toestand bevinden. Dit is voldaan omdat de Big Bang bezwaarlijk een “equilibrium” toestand is. Ten derde hebben we dat C en CP zullen moeten geschonden worden.

10.2 Eerste observaties

Kijken we nu eerst naar de CP schending. Deze hebben we eigenlijk al gezien in 1964 bij de K meson opmengingen.

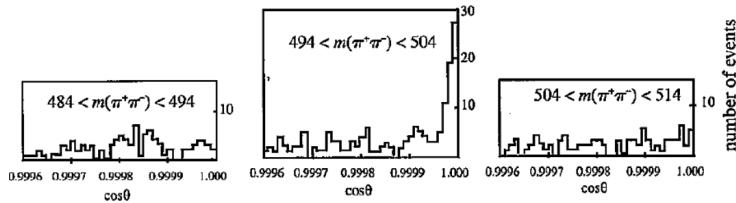
$$\begin{aligned} K^0 &\leftrightarrow K_1 \rightarrow 2\pi \leftrightarrow K_S^0 \\ \bar{K}^0 &\leftrightarrow K_2 \rightarrow 3\pi \leftrightarrow K_L^0 \end{aligned} \quad (270)$$

We beginnen met een K^0 of \bar{K}^0 straal. Die mengen op naar K_1 en K_2 en vervallen naar respectievelijk 2 en 3 pionen. Dit namen we dan ook waar. De K_1 vervallen veel sneller dan de K_2 's en noemen we dan ook K_S^0 en K_L^0 . Na een aantal levensduren van de K_S hebben we alleen nog K_L^0 over. We verwachten hier enkel nog 3 pionen vervallen. Dit wordt nu ook nagegaan in de experimenten.



Figuur 109: Onderzoek naar het verval van K mesonen

De binnenkomende K_L^0 's vervallen in de helium kamer en worden opgevangen door 2 magneten, één voor π^+ en één voor π^- . We verwachten dat dit verval zowel een π^+ , een π^- en een π^0 heeft. Bij het recombineren van de waargenomen π^+ en π^- verwachten we dus niet dat dit volledig overeen zal komen met de massa van K_L^0 (135MeV moet aan π^0 meegegeven worden). Kijken we nu naar de resultaten in figuur 110, dan zien we resultaten die we niet zouden verwachten. Als de massa van de samengestelde pionen buiten de zone van de eigenmassa van K_L^0 liggen zijn deze mooi uniform in functie van de hoek waaronder ze van elkaar weg gaan. Dit is niet het geval als hun samengestelde massa gelijk is aan de rustmassa van K_L^0 . Hier krijgen we een piek voor als ze in elkaars tegengestelde richting vervallen. Dit wil dus zeggen dat K_L^0 is vervallen in alleen $\pi^+\pi^-$. Dit toont aan dat de CP wordt geschonden met een branching ratio: $B(K_L^0 \rightarrow 2\pi) = 2 \times 10^{-3} \neq 0$



Figuur 110: Resultaten van het kaonverval onderzoek

10.3 Mogelijkheden tot CP schending

Er zijn verschillende manieren om de CP schending in het vorige experiment te verklaren.

- De K_S^0 en K_L^0 zijn geen CP eigentoestanden. Dit noemen we de indirecte CP schending.
- CP schending in het verval. Het is de interactie verantwoordelijk voor dit verval, de zwakke wisselwerking, die CP rechtstreeks schendt. Dit noemen we directe CP schending.
- Interferentie met oscillaties. Hier komen we later op terug.

10.4 Kaonsysteem

Onderzoeken we nu deze mogelijke manieren om de CP te schenden op het kaonsysteem. Eerst onderzoeken we de indirecte schending. We veronderstellen dat de vrije kaonen CP eigentoestanden zijn en dat $K_S^0 \neq K_1^0$ en $K_L^0 \neq K_2^0$ zijn. Dit voeren we in door de CP eigentoestanden op te mengen. Bij deze opmengingen wordt er telkens maar een kleine fractie ϵ van de andere eigentoestand toegevoegd.

$$\begin{aligned}
|K_S^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (|K_1^0\rangle + \epsilon |K_2^0\rangle) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle + \epsilon (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)) \\
&= \frac{1+\epsilon}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} |K^0\rangle + \frac{1-\epsilon}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} |\bar{K}^0\rangle \\
&= p_K |K^0\rangle + q_K |\bar{K}^0\rangle \\
|K_L^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} (\epsilon |K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle) \\
&= p_K |K^0\rangle - q_K |\bar{K}^0\rangle
\end{aligned} \tag{271}$$

Herschrijven we deze schending nu tot η_{+-} en dus in functie van de fase, dan vinden we:

$$\begin{aligned}
\eta_{+-} &= |\eta_{+-}| e^{i\delta_{+-}} = \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \\
|\eta_{+-}|^2 &= \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \\
\eta_{00} &= |\eta_{00}| e^{i\delta_{00}} = \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)} \\
|\eta_{00}|^2 &= \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)}
\end{aligned} \tag{272}$$

De A refereert hier naar amplitudes, die in een ratio herleid kunnen worden tot hun vervalbreedtes. Voor η_{+-} is het verval in de teller verboden volgens CP en de noemer toegelaten. De η_{00} doet hetzelfde maar dan voor het verval naar $\pi^0\pi^0$. Indien $\eta_{+-} = \eta_{00} = \epsilon$, dan hebben we enkel indirecte CP schending. Indien deze η 's niet gelijk zijn aan elkaar, zal er ook directe CP schending voorkomen.

Er wordt hier voor deze vergelijkingen niet verwacht dat je ze volledig kan uitwerken en opschrijven. Er wordt wel verwacht dat je het verhaal kan vertellen dat η_{+-} overeen komt met de $\pi^+\pi^-$ vervallen en η_{00} voor het verval naar $\pi^0\pi^0$ en dat het verschil tussen de 2 uiteindelijk overeenkomt met de directe vs. indirecte CP schending. Je moet ook kunnen zeggen wat deze 2 soorten CP schending zijn.

In het meest algemene geval krijgen we:

$$\begin{aligned}\eta_{+-} &= \epsilon + \epsilon' \\ \eta_{00} &= \epsilon - 2\epsilon'\end{aligned}\tag{273}$$

met ϵ de indirecte CP schending en ϵ' de directe. Om het verschil tussen ϵ en ϵ' te weten, moeten we de η 's meten.

10.4.1 Experiment

We moeten dus onderzoek doen naar $K^0 \rightarrow \pi\pi$ met de pionen zowel geladen als neutraal. Die experimenten zijn vroeger al gedaan, maar worden tot de dag van vandaag nog steeds verbeterd. We hebben vandaag de dag voor de η 's de volgende resultaten:

$$\begin{aligned}|\eta_{+-}| &= (2.232 \pm 0.011) \times 10^{-3} \\ |\eta_{00}| &= (2.220 \pm 0.011) \times 10^{-3}\end{aligned}\tag{274}$$

Om tot deze waarschijnlijkheid te meten is heel veel experimentele ingeniositeit aan te pas moeten komen. Desondanks de vele uren en energie die hier ingestoken zijn, is het niet goed genoeg om te zien of er directe CP schending is. We zijn met deze metingen 100% zeker dat er CP schending is, maar om te zien of we aan directe CP schending doen, moet er met nog hogere precisie gemeten

worden. Wat we nu zo precies willen meten is de ratio tussen de η 's.

$$\begin{aligned}
R &= \left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right|^2 \\
&= \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \cdot \frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} \\
&= \left| \frac{\epsilon - 2\epsilon'}{\epsilon + \epsilon'} \right|^2 = \left| \frac{1 - 2\epsilon'/\epsilon}{1 + \epsilon'/\epsilon} \right|^2 \\
&\approx \left| 1 - 3 \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|^2 \approx 1 - 3 \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} + \frac{\epsilon'^*}{\epsilon^*} \right) \\
&= 1 - 6 \Re \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right)
\end{aligned} \tag{275}$$

De reden waarom we overstappen naar deze ratio is omdat $\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}$ en $\frac{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)}$ veel preciezer kunnen worden dan η_{+-} en η_{00} .

Dit is een heel typisch voorbeeld van dubbele ratios die gebruikt worden om veel nauwkeurigere metingen te doen omdat we de tellers en noemers kunnen herschikken in ons voordeel. In dit geval zullen door de herschikte ratios de fluxen van K_L^0 en K_S^0 wegvalLEN.

Zo was het uiteindelijk mogelijk om deze ratio heel exact te gaan meten.

$$\begin{aligned}
\left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right| &= 0.9951 \pm 0.0008 (\neq 1) \\
\Re \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right) &= (1.65 \pm 0.26) \times 10^{-3} \\
|\epsilon| &= (2.228 \pm 0.011) \times 10^{-3}
\end{aligned} \tag{276}$$

Het is vandaag de dag dus duidelijk dat er zowel directe als indirecte CP schending zal plaats vinden, m.a.w. de tijdsomkering is niet exact. Het vervallen van K^0 of het vormen van K^0 zal dus niet met exact dezelfde waarschijnlijkheid doorgaan.

10.5 Materie vs antimaterie

Wat heeft dit nu te maken met materie en antimaterie? Gaan we terug naar de kaonoscillaties. Daar hebben we dat $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$ en $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l$, wat zuivere leptonische zwakke vervallen zijn. Zoals we gezien hebben in sectie 9.7 is het mogelijk aan de hand van de lading van het lepton om te zien of een K^0 of \bar{K}^0 is vervallen. Vertrekken we met een zuivere K^0 bundel, dan zien we enkel positief geladen leptonen en zal A veel groter dan 0 zijn. Na enkele picoseconden zal deze oscilleren in \bar{K}^0 en zien we een dal in A . Uiteindelijk gaan deze toestanden over naar de K_L^0 toestand (alle K_S^0 zijn vervallen) die uit even veel K^0 als \bar{K}^0 bestaat. Voor t groot genoeg moet A dus naar 0 gaan.

In de werkelijkheid zien we dat deze niet helemaal naar 0 gaat, er is een kleine asymmetrie. A is iets groter dan 0, wat wil zeggen dat we iets meer positieve leptonen hebben en dus iets meer K^0 over hebben. De grafiek die dit visualiseert is gegeven in figuur 97. Het is nu mogelijk om deze asymmetrie uit te schrijven voor de K_L^0 's door gebruik te maken van vergelijkingen (271).

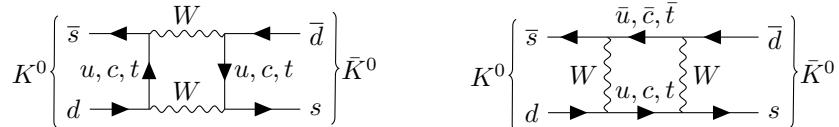
$$\begin{aligned} A_L = \delta_L &= \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) - \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) + \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})} \\ &= \frac{|p_K|^2 - |q_K|^2}{|p_K|^2 + |q_K|^2} \\ &= \frac{|1 + \epsilon|^2 - |1 - \epsilon|^2}{|1 + \epsilon|^2 + |1 - \epsilon|^2} = \frac{2\Re(\epsilon)}{1 + |\epsilon|^2} \end{aligned} \quad (277)$$

In deze uitwerking verwaarlozen we de directe CP schending (deze is ook niet waargenomen hier). We zien dus dat dit een effect is van niet meer dan een aantal promille. Het mooie is dat de ϵ die we hier meten overeenkomt met het onderzoek van het pionisch verval.

De experimentele waarde voor de asymmetrie is gegeven door $A_L = (3.32 \pm 0.06) \times 10^{-3}$. Nu is het mogelijk om een definitie te geven aan materie en antimaterie. Materie wordt gedefinieerd als: een atoom waarvan de lading van de kern gelijk is aan de lading van het meest waarschijnlijke lepton in het K_L verval (positief), is wat wij materie noemen. Dit is contra-intuïtief, omdat we meer elektronen tegenkomen dan positronen. Bij het ontstaan van het universum zijn de elektronen en positronen hoofdzakelijk niet gemaakt via dit kanaal, maar eerder via de neutrinos. Dit zal duidelijker worden in het volgende hoofdstuk.

10.6 Matrixelement van kaonoscillaties

De vraag is nu of dit consistent is met wat we al hadden. Kijken we hiervoor terug naar de boxdiagrammen van deze oscillaties en hun matrixelementen.



Bij elke vertex in deze diagrammen zien we dat de CKM-matrixelementen tevoorschijn zullen komen. Zo krijgen we uiteindelijk voor elke mogelijk intermediaire quark een matrix element $\mathcal{M}_{qq'} \propto V_{qd} V_{qs}^* V_{q's}^* V_{q'd}$. Het totale matrix element zal dan ongeveer overeen komen met $\mathcal{M} \approx \mathcal{M}_{uu} + \mathcal{M}_{uc} + \mathcal{M}_{cu} + \mathcal{M}_{cc}$. De matrixelementen waar een top quark voorkomt zullen verwaarloosbaar klein zijn vanwege zijn grote massa. We hebben enkel opmenging van de eerste en 2de generatie hier, wat wil zeggen dat we kunnen gebruik maken van de Cabibbo hoeken:

$$\begin{aligned} V_{ud} &\approx V_{cs} \approx \cos \theta_C \\ V_{us} &\approx -V_{cd} \approx \sin \theta_C \end{aligned} \quad (278)$$

Dit kan dan uitgewerkt worden (zie hiervoor Thompson, dit is niet echt verwacht vanbuiten te kunnen in deze cursus) en dan krijgen we een massaverschil dat er als volgt uitziet:

$$\Delta m \approx \frac{G_F^2}{3\pi^2} \sin^2 \theta_C \cos^2 \theta_C f_K^2 m_K \frac{(m_c^2 - m_u^2)^2}{m_c^2} \quad (279)$$

De G_F^2 komt van de koppelingen aan de 2 W bosonen, wat een 2de orde zwakke wisselwerking is. De sinus en cosinus termen komen van de CKM-matrixelementen en de massatermen komen van het uitwerken van de matrixelementen. Wat belangrijk is om te in te zien aan deze massatermen, is dat als m_c gelijk zou zijn aan m_u , dat er geen massaverschil zou zijn tussen K^0 en \bar{K}^0 . De kaonen zouden nog steeds opmengen met elkaar, maar de oscillaties zouden volledig gedempt zijn. Ten laatste hebben we ook nog een f_K^2 vormfactor term over om de hadronische kaonen te beschrijven. Dit is niet mogelijk om te doen aan de hand van first principles.

Theoretisch uitgerekend komen we uit dat het massaverschil $\Delta m \approx 5 \times 10^{-12} \text{ MeV}$ moet zijn en experimenteel vinden we $3.5 \times 10^{-12} \text{ MeV}$, wat vrij goed overeen komt.

Waar is Ryckbosch vooral in geïnteresseerd? Het kunnen uitleggen waarom G_F^2 , de sinussen en cosinussen... aanwezig zijn. Niet echt in de wiskunde van hoe de matrixelementen worden uitgewerkt. Daar is geen tijd voor in een semestervak.

10.7 CP schending

Deze berekeningen zeggen misschien iets over de oscillaties, maar niets over de CP schending. Om dit theoretisch te kunnen bekijken moeten we er de 3de generatie matrixelementen aan toevoegen: $\mathcal{M}_{12} \propto V_{qd} V_{qs}^* V_{td} V_{ts}^*$. De reden hiervoor is dat het fase-element werkt tussen de eerste en 3de fase. Deze faseterm zal dus alleen maar voorkomen in \mathcal{M} als V_{td} daarin zal voorkomen. Bekijken we nu deze matrixelementen als we aan tijdsinversie doen.

$$K^0 \left\{ \begin{array}{c} \bar{s} \xrightarrow{\quad} \\ \downarrow u, c, t \\ \bar{d} \xleftarrow{\quad} \end{array} \right. \begin{array}{c} W \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \diagdown \quad \diagup \\ W \end{array} \left. \begin{array}{c} \bar{d} \xrightarrow{\quad} \\ \downarrow u, c, t \\ \bar{s} \xleftarrow{\quad} \end{array} \right\} \bar{K}^0$$

$$\bar{K}^0 \left\{ \begin{array}{c} \bar{d} \xrightarrow{\quad} \\ \downarrow u, c, t \\ \bar{s} \xleftarrow{\quad} \end{array} \right. \begin{array}{c} W \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \diagdown \quad \diagup \\ W \end{array} \left. \begin{array}{c} \bar{s} \xrightarrow{\quad} \\ \downarrow u, c, t \\ d \xleftarrow{\quad} \end{array} \right\} K^0$$

$$\mathcal{M}_{12} \propto V_{qd} V_{qs}^* V_{td} V_{ts}^* \quad \mathcal{M}_{21} \propto V_{qd}^* V_{qs} V_{td}^* V_{ts} = \mathcal{M}_{12}^* \quad (280)$$

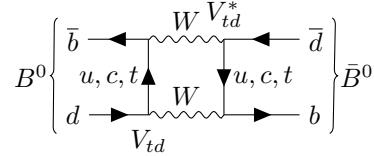
Er zal CP schending plaatsvinden als $\mathcal{M}_{12} \neq \mathcal{M}_{12}^*$ is (dit komt van CPT die behouden moet worden). In de standaard parametrisatie is het alleen mogelijk dat deze afwijken door de imaginaire delen in de koppeling van de eerste met derde generatie V_{ub} en V_{td} .

Het is mogelijk om aan te tonen (zie de Thomson) dat de indirecte CP schending wordt gegeven door:

$$|\epsilon| \approx \frac{\Im(\mathcal{M}_{12})}{\sqrt{2}\Delta m} \quad |\epsilon| \propto \eta(1 - \rho + cst.) \quad (281)$$

Uit ϵ is het dus mogelijk om de faseterm in de CKM-matrix te bepalen. Het probleem hierbij is dat dit moeilijk te bepalen is met de lichte kaonen. We willen het liefst een zwaarder meson bekijken dat een b quark bevat die bijna uitsluitend bindt met de t quark. De perfecte kandidaat hiervoor is het B meson.

10.8 B -systeem



Omdat de bottom quark zo goed als alleen zal koppelen met de top quark, hebben we nog maar 1 matrix element over.

$$\mathcal{M}_{12} \propto (V_{td} V_{tb}^*)^2 \quad (282)$$

Zoals voor het kaonsysteem kunnen we hier terug het massaverschil berekenen en zien dat $\Delta m_d \propto |V_{td}|^2$. Het is nu mogelijk om die fase te bekijken: $V_{td} = |V_{td}| e^{-i\beta}$. De reden waarom er verschillende notaties worden gebruikt voor de fase is omdat er op dit moment nog veel onderzoek naar wordt gedaan en de benaming nog niet echt vastligt.

Bekijken we nu de opmenging:

$$\begin{aligned} |B_L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\bar{B}^0\rangle) \\ |B_H\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\bar{B}^0\rangle) \end{aligned} \quad (283)$$

We hebben hier deze fase aan B_L en B_H toegevoegd, waardoor de verdeling niet perfect 50-50 meer zal zijn. Deze zal de indirecte CP schending weergeven. Dit onderzoek werd voor het eerst gedaan aan BaBar, waar het verval $B^0 (\bar{B}^0) \rightarrow J/\Psi K_S^0$ werd bekeken. Hier zijn we terug geïnteresseerd in de CP van de toestanden.

$$\begin{aligned} CP|J/\Psi\rangle &= +|J/\Psi\rangle \\ CP|K_S^0\rangle &= +|K_S^0\rangle \\ \Rightarrow CP(|J/\Psi K_S^0\rangle) &= -1 \end{aligned} \quad (284)$$

Hoe komen we nu aan de CP van J/Ψ ? De pariteit hiervan is heel makkelijk. Dit is een vector boson dus $P = -1$ en $S = 1$. Voor C moeten we naar de symmetrie van het deeltje kijken.

Het radiaal deel is positief wegens in de grondtoestand te zitten en het spin-gedeelte is positief wegens een totale spin van 1 te hebben. Omdat de totale golffunctie negatief moet zijn, moet het C pariteit gedeelte negatief zijn. Zo

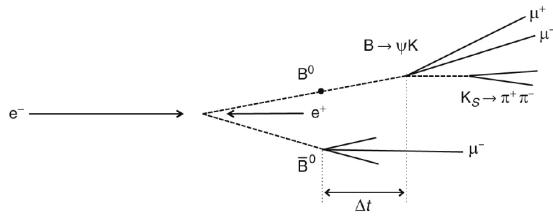
Tabel 13: Symmetrie van J/Ψ

Ψ	$\Phi(r)$	$t(s)$	$\psi(c)$
-	+	+	-

krijgen we dus dat CP positief wordt. Omdat J ook moet behouden zijn en de spin van alle andere deeltjes dan J/Ψ nul is, moet $L = 1$ zijn om aan een J van 0 te geraken. Zo krijgen we uiteindelijk $CP(|J/\Psi K_S^0\rangle) = -1$.

Het is nu mogelijk dat $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S$ en $B^0 \rightarrow \bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_S$ vervallen interfereren met elkaar. Hierdoor worden we gevoelig voor de verschillen tussen $B^0 \rightarrow \bar{B}^0$ en $\bar{B}^0 \rightarrow B^0$.

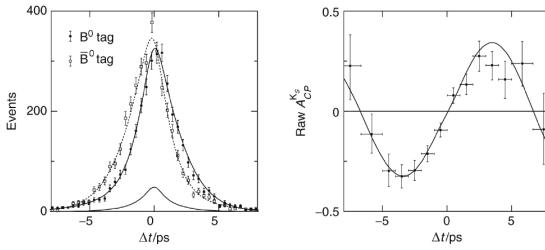
Babar is een asymmetrisch experiment, waar een positron en elektron worden omgezet in B mesonen.



Figuur 111: Babar experiment om CP schending te bekijken

De lading van de leptonen tonen zoals bij de kaonoscillaties of een B^0 en \bar{B}^0 vervallen is. Dit gebruiken we natuurlijk om de asymmetrie te onderzoeken. Wat we nu precies willen onderzoeken is het tijdverschil tussen het verval van \bar{B}^0 en dat van B^0 .

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0) - \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0)}{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0) + \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi K_S^0)} = \sin(\Delta m_d \cdot \Delta t) \sin(2\beta) \quad (285)$$



Figuur 112: Babar resultaten van CP schending

De reden dat er voor grotere negatieve Δt geen vervallen zijn is omdat de B mesonen nog niet aangemaakt zijn. De reden voor de lage waarden voor positieve Δt is dat we aan het einde van de detector zijn gekomen en niet meer

kunnen meten. Het kleine verschil dat je ziet in de curves zal neerkomen op een mooie oscillatie met frequentie $\Delta m_d \cdot \Delta t$ en amplitude afhankelijk van β . We vinden uiteindelijk dat $\sin(2\beta) = 0.685 \pm 0.032$ is.

10.9 Unitaire driehoek

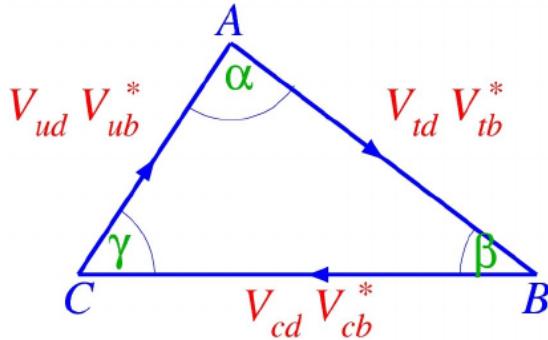
We hebben al gekeken naar de som van de kwadraten van de rijen en kolommen van de CKM-matrix. We kunnen nu nog een stap verder gaan.

$$V^\dagger V = \begin{pmatrix} V_{ud}^* & V_{cd}^* & V_{td}^* \\ V_{us}^* & V_{cs}^* & V_{ts}^* \\ V_{ub}^* & V_{cb}^* & V_{tb}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (286)$$

De vermenigvuldiging van een rij met de kolom moet natuurlijk ook 0 of 1 zijn als we kijken naar het matrixproduct.

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0 \quad (287)$$

Bekijken we deze vergelijking in het complex vlak, dan komt dit overeen met een driehoek.



Figuur 113: Driehoekvoorstelling van matrixvermenigvuldiging

De cd en cb componenten zijn bij constructie reëel en de andere 2 termen hebben een imaginaire component. Het is zo mogelijk om uit te rekenen dat:

$$\frac{V_{ub}^* V_{ud}}{V_{cb}^* V_{cd}} = (\rho + i\eta) \left(\frac{\lambda^2}{2} - 1 \right) = \bar{\rho} + i\bar{\eta} \quad (288)$$

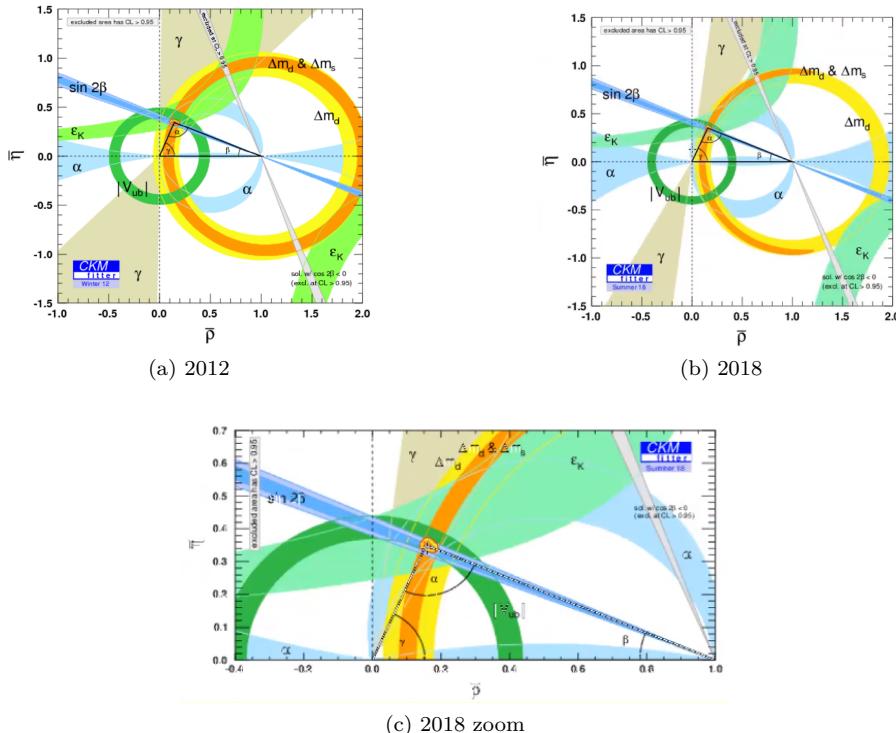
Zo bekomen we dat de coördinaten van deze driehoek gegeven worden door $C = (0, 0)$, $B = (1, 0)$ en $A = (\bar{\rho}, \bar{\eta})$.

Dit kan nu op meerdere manieren gemeten worden:

- CA zijde: $V_{ub}^* = A\lambda^3(\rho + i\eta)$, al deze componenten hiervan hebben we al experimenteel bepaald. V_{ud} is reëel en is zeer goed gekend.

- AB zijde: $V_{td} = A\lambda^3(1-\rho-i\eta)$, samen met $V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}$ is het mogelijk om in te zien dat $\tan \beta = \frac{\eta}{1-\rho}$.

We willen dus eigenlijk de coördinaten van A bepalen. Dit kunnen we doen op verschillende manieren, die we samenvoegen in 1 plot (figuur 114).



Figuur 114: Alle metingen samengevoegd om A te bepalen

De zijde CA kon gehaald worden uit $|V_{ub}|$ en de zijde AB door $|V_{td}|$ en $|V_{tb}|$ of specifiek de metingen van Δm_d (oscillatie B^0/\bar{B}^0 systeem) en Δm_s (oscillatie B_S/\bar{B}_S systeem). Deze metingen zijn enkel gevoelig voor de som van de reële en imaginaire delen. Om nu enkel het imaginaire gedeelte te bepalen, moeten we bijvoorbeeld kijken naar de CP schending in het kaonsysteem, ε_K , of CP schending in het B systeem, $\sin 2\beta$. We zien uiteindelijk dat er maar een klein gebied is waar overlap tussen al deze metingen mogelijk is. We kunnen hieruit afleiden dat alle metingen die we gedaan hebben consistent zijn met een overeenkomstig punt in (ρ, η) . De CKM-matrix is dus unitair.

Dit betekent dat alle indirecte CP schending die we waarnemen consistent is. Zo begrijpen we ook dat er juist 3 generaties zijn in het heelal, die we in essentie niet zouden moeten hebben om een werkend heelal te beschrijven. Kijken we nu nog eens terug naar de Wolfenstein representatie van de CKM-matrix, dan

zien we dat we alle parameters hebben bepaald.

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4)$$

$$\lambda = 0.2253 \pm 0.0007 \quad (289)$$

$$A = 0.811^{+0.022}_{-0.012}$$

$$\rho = 0.13 \pm 0.02$$

$$\eta = 0.345 \pm 0.014$$

10.10 Conclusies CP schending

Wat hebben we nu allemaal geleerd van de oscillaties?

- Deeltjes worden vaak als flavour eigentoestanden gecreëerd via de sterke wisselwerking.
- Deze deeltjes propageren als fysische massa-eigentoestanden.
- Uiteindelijk vervallen ze als ofwel flavour toestanden of CP eigentoestanden, afhankelijk van wat de eindtoestand is.

Over de CP schending hebben we geleerd dat:

- De CP schending komt van de complexe fase in de CKM-matrix.
- We hebben dit zowel in het K^0 als B^0 systemen waargenomen. We zouden dit ook graag zien in D systemen, maar daar zijn we nog maar juist in staat om de oscillaties waar te nemen.
- Alle metingen die we doen zijn consistent met 1 complexe fase.

Hier is nog niet alles mee opgelost. De CP schending die we hier waarnemen is te klein om de CP schending in het universum te verklaren. We moeten hier natuurlijk opletten wat we zeggen. De CP schending in het kaon systeem en deze van het universum zijn niet dezelfde grootheden. De CP schending van 10^{-10} van het universum komt van het verschil in aantal baryonen en foto-
nen in het universum. Deze foto-
nen komen uiteindelijk van baryon-antibaryon (lepton-antilepton) annihilatie. Indien er geen CP schending zou zijn, moeten alle baryonen en antibaryonen annihielen in elkaar in foto-
nen. Wat we vandaag de dag zien is dat we zo goed als 10^{10} keer meer foto-
nen hebben dan baryonen m.a.w. er moet in de vroege fase van het heelal een heel klein onevenwicht ge-
weest zijn tussen baryonen en antibaryonen van de orde 10^{-10} zodat we vandaag de dag nog een kleine overmaat aan baryonen waarnemen die niet geannihileerd zijn. In deze CP schending (mesonoscillaties) komt de baryon schending totaal niet aan te pas. Die moet er nog bovenop geplaatst worden. Dit zit niet echt verwerkt in het Standaardmodel. Om dit uit te rekenen moet je aan niet-perturbatieve QCD doen, wat buiten de scope van deze cursus ligt. Indien je

dit zou doorwerken, zien we dat we met de faseterm in de CKM-matrix niet toekomen om het heelal te beschrijven. Hetzelfde probleem van de baryonen hebben we ook bij de leptonen, wat we in het volgende hoofdstuk bekijken.

11 Neutrinos

Als bijnaam hebben de neutrinos de naam “ghost” particles. De reden hiervoor is dat ze alleen zwak interageren, wat hen een kleine werkzame doorsnede geeft en waardoor ze dus moeilijk te detecteren zijn. Bij deze deeltjes hebben we een hoop vragen die nog niet opgelost zijn.

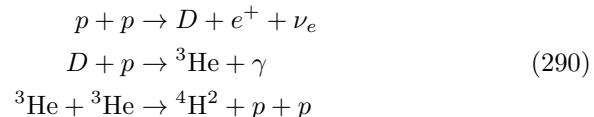
- Zijn dit Dirac of Majorana fermionen?
- Wat is hun massa?
- Wat zijn hun oscillatie-eigenschappen?
- Is er CP schending in de leptonsector?
- Zijn er rechtshandige neutrinos?
- Zijn er meer dan 3 types neutrinos?

Vandaag de dag hebben we enkel een antwoord op de vraag wat hun oscillatie-eigenschappen zijn. Dit alles zullen we bespreken in dit hoofdstuk.

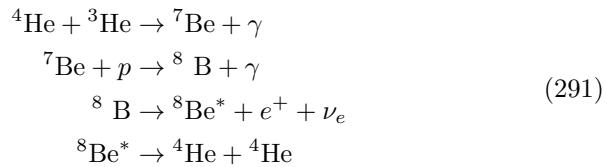
11.1 Neutrino bronnen

Door het moeilijk te detecteren zijn, is het belangrijk dat we er veel aanmaken. De belangrijkste bronnen zijn:

- Zonneneutrinos: Ontstaan uit nucleaire reacties in de zon en dus met een energie in de MeV's. Om te zien hoe de zon neutrinos maakt, moeten we kijken naar hoe deze brandt. De zon zal protonen fuseren tot ^4He kernen (pp -cyclus).



We moeten hier uiteindelijk 4 protonen omzetten in 2 protonen en 2 neutronen. Dit omzetten kan enkel gebeuren via de zwakke wisselwerking. We mogen blij zijn dat de zon zal branden aan de hand van de zwakke wisselwerking, omdat deze anders heel snel opgebrand zou zijn. Naast deze pp -cyclus hebben we ook nog de Boron-cycle



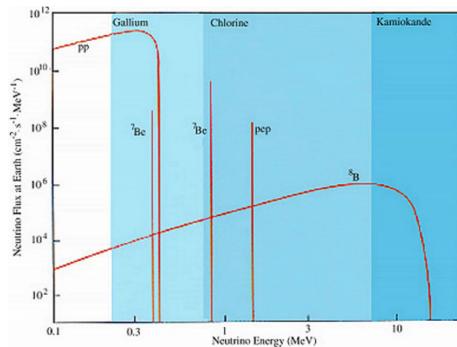
waar terug een zwakke wisselwerking component zit, de Be-capture



wat een zwakke wisselwerking is en de *pep* reactie

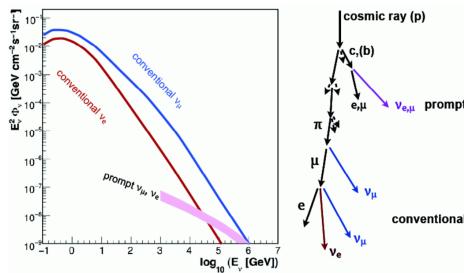


De 2 laatste processen zullen een mono-energetisch neutrino aanmaken. Zo ziet het neutrino spectrum er als volgt uit.



Figuur 115: Spectrum van de zonneneutrinos

- Atmosferische neutrinos: Ontstaan uit hoogenergetische reacties van kosmische straling die botst op de atmosfeer. De orde van de energie van deze neutrinos is van de orde GeV-PeV. De invallende protonen van kosmische straling hebben zo een hoge energie ($10^{21}\text{eV}=1\text{ZeV}$) dat we dit het “Oh My God particle” noemen. Deze botsen op de atmosfeer, wat van alle soorten deeltjes geeft die kunnen vervallen naar hoogenergetische neutrinos. Dit gebeurt typisch op 15 kilometer hoog.



Figuur 116: Verval van kosmische straling in de atmosfeer

- Kernreactoren: Deze hebben energie in de orde van MeV's. In de nucleaire reactoren zijn er een hoop kernen aanwezig met een overmaat aan

neutronen. Deze zetten een kettingreactie in gang waar de ene na de andere neutronrijke kern aan fissie productie doet. Dit is een β^- verval $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.

- Neutrinobundels: Deze worden gemaakt uit het verval van pion bundels $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu \rightarrow e + 2\nu_\mu + \nu_e$. De orde van de energie is in de GeV's.

11.2 Zonneneutrino detectoren

De allereerste detector om neutrinos te detecteren maakt gebruik van het invers β^- verval ($\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$). In 1964 wordt dit geïmplementeerd in het Homestake mine experiment. John Bacall is een theoretische astrofysicus die in detail uitrekende hoeveel neutrinos er uit de zon zouden moeten komen. Hij schat dat er enkele duizenden tot tienduizenden neutrinos per cm^2/s zouden moeten vrijkomen. Samen met Davis probeert hij dit nu experimenteel na te gaan. Zoals gewoonlijk wordt dit voorstel afgewezen omdat het niet meetbaar zou zijn. Na bewijs dat het wel degelijk meetbaar is, wordt het een 2de keer afgewezen omdat ze zeggen dat we toch weten uit berekeningen hoeveel neutrinos er uit de zon komen. Ze zijn hier toch mee verder gegaan met een groot vat aan droogkuisproduct. Hier zit chloor in dat de neutrinos kan opvangen.



De threshold voor deze reactie is $E_\nu > 0.814\text{MeV}$. Het zou makkelijker zijn om het elektron van deze reactie te meten in plaats van het bubbeltje aan argon gas, maar er zijn zo weinig evenementen dat het zo goed als onmogelijk is om deze waar te nemen.

$$\begin{aligned} R(\text{Cl}, SSM) &= 8.1 \pm 1.3 \text{SNU} \\ R(\text{Cl}, \text{exp.}) &= 2.56 \pm 0.16 \pm 0.16 \text{SNU} \end{aligned} \quad (295)$$

SNU is hier de solar neutrino unit. De foutenvlag van het standaard zonnemodel komt van de onzekerheden van de astrofysische modellen die we hebben van de zon. In het experiment zien we maar 30% van de voorspelde neutrino flux.

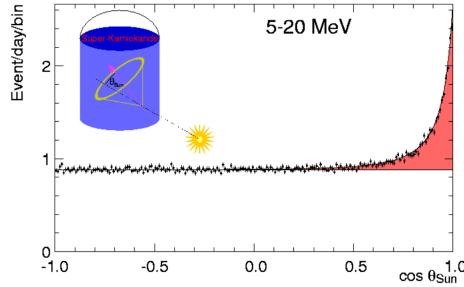
De reacties hierop zijn voorspelbaar. Langs de ene kant wordt door theoretici gezegd dat ze niet kunnen meten en de experimentatoren zeggen dat een slechte voorspelling is gemaakt. Als je zo een verschil ziet, probeer je het experiment opnieuw maar beter uit te voeren om zeker te zijn wat we hebben waargenomen. Het is beter om dit experiment met gallium capture van neutrinos uit te voeren.



Het voordeel bij deze reactie is dat de energie threshold kleiner is, $E_\nu = 0.233\text{MeV}$. Met deze threshold is het mogelijk om neutrinos uit de pp -cyclus waar te nemen. Het probleem bij dit experiment is dat gallium niet makkelijk te verkrijgen is en dus duur is. Dit onderzoek is gedaan in het GALLEX en SAGE experiment. SAGE staat voor sovjet american gallium experiment. In 1992 is de Sovjet unie gevallen en was het te gevaarlijk geworden om het SAGE experiment verder te

zetten in het Caucasus gebergte. Het heeft geduurd tot eind de jaren 90 om de zaken terug onder controle te krijgen. Hieruit kregen we terug dat er te weinig neutrinos werden waargenomen.

Het probleem bij dit soort experimenten was dat enkel het aantal waargenomen neutrinos werd geteld, niet hun richting. We waren dus niet zeker dat deze neutrinos van de zon kwamen. Het is dus nodig een experiment te ontwerpen dat dit wel kan. Het Kamiokande experiment probeert de neutrinos waar te nemen aan de hand van elastische botsingen, $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$. Hier is een gigantische hoeveelheid ultra zuiver water, waarin een elektron kan versneld worden aan de hand van de elastische botsing. Dit elektron zal in het water sneller dan het licht gaan en doet aan Cherenkov straling. Projecteer je deze straling op een detector, dan krijg je Cherenkov ringen. Aan de hand van de grootte van de ring kan een idee gekregen worden over de snelheid van het elektron. Belangrijker kan aan de hand van de oriëntatie van deze ring de richting van het elektron bepaald worden. Het nadeel hierbij is dat er hoge threshold energie nodig is. Zetten we het aantal evenementen nu uit in functie van de hoek naar de zon (figuur 117), dan zien we duidelijk dat er een overschat is aan neutrinos die komen van de zon.



Figuur 117: Resultaten van het Kamiokande experiment

Bekijken we nu alle resultaten van deze experimenten samen:

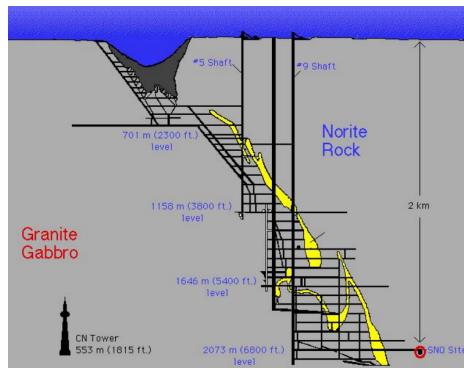
$$\begin{aligned}
 R(\text{Cl}, SSM) &= 8.1 \pm 1.3 \text{SNU} \\
 R(\text{Cl}, \text{exp.}) &= 2.56 \pm 0.16 \pm 0.16 \text{SNU} \\
 R(\text{Ga}, SSM) &= 126 \pm 10 \text{SNU} \\
 R(\text{Ga}, \text{GALLEX}) &= 69.3 \pm 4.1 \pm 3.6 \text{SNU} \\
 R(\text{Ga}, \text{SAGE}) &= 70.8^{+5.3+3.7}_{-5.2-3.2} \text{SNU} \\
 \Phi_{SSM} &= (5.69 \pm 0.91) \times 10^{10} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1} \\
 \Phi_{SK} &= (2.35 \pm 0.02 \pm 0.08) \times 10^{10} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}
 \end{aligned} \tag{297}$$

Zoals bij het initiële zonne neutrino experiment is er in GALLEX en SAGE experiment ook een tekort gevonden met maar 70% van de hoeveelheid voor-spelde neutrinos waargenomen. Ook voor Kamiokande vinden we maar 1/2 van de voorspelde neutrinos. Uit deze resultaten concluderen we dat een deel van

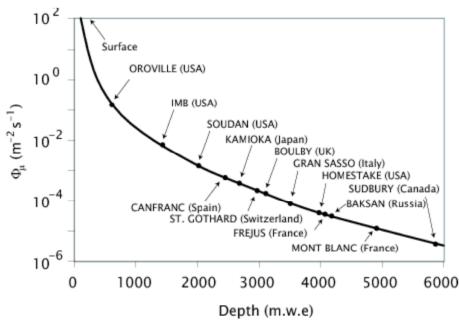
de neutrinos verdwijnen onderweg van het centrum van de zon naar ons. Een mogelijkheid zou zijn dat de zon is gestopt met branden. De reden waarom dat mogelijk is, is omdat het 10000 jaar zou duren voor de energie, protonen, elektronen... om van het centrum van de zon naar de rand te geraken. Daar tegenover zullen de centrale neutrinos hier zijn in 8 minuten. Zo is het mogelijk dat we het stoppen van het branden van het centrum van de zon wel al kunnen zien in de neutrinos maar niet aan de zon zelf. Dit is een absurde stelling die we niet echt in acht moeten nemen.

11.3 SNO (=Sudbury Neutrino Observatory)

Waar de neutrinos naartoe gaan, wordt aangetoond in 2002 in het SNO experiment.



Figuur 118: Schematische voorstelling van het SNO experiment



Figuur 119: Muonachtergrond in functie van de diepte

Het SNO laboratorium is een clean room 2 kilometer onder de grond in een mijn. De reden waarom we zo diep onder de grond gaan, is om de muonachtergrond van kosmische straling, waar deze detectoren heel gevoelig voor zijn, te minimaliseren. Het speciale aan deze detector was het gebruik van zwaar wa-

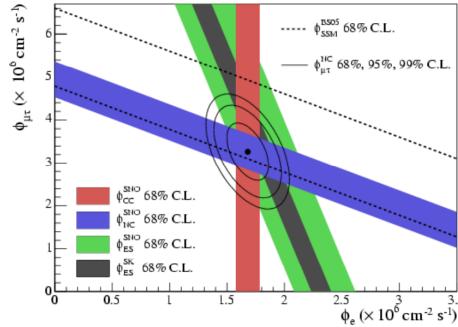
ter in de Cherenkov detector. Wat zijn nu de mogelijke interacties die kunnen plaatsvinden in deze detector?

- elastische botsingen: $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$
- charged current reactie: $\nu_e + D \rightarrow p + p + e^-$
- neutral current reactie: $\nu_x + D \rightarrow p + n + \nu_x$

De geladen reactie zal niet genoeg energie hebben om een muon aan te maken, de andere reacties zijn wel gevoelig aan alle flavours met de elastische botsing gevoeliger voor elektronen, omdat deze meer Feynmandiagrammen hebben.

$$\begin{aligned} \text{CC} &\propto \phi(\nu_e) \\ \text{NC} &\propto \phi(\nu_e) + \phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau) \\ \text{ES} &\propto \phi(\nu_e) + 0.154 [\phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau)] \end{aligned} \quad (298)$$

Nu we weten wat er hier gebeurt, kunnen we de resultaten van dit experiment bekijken.



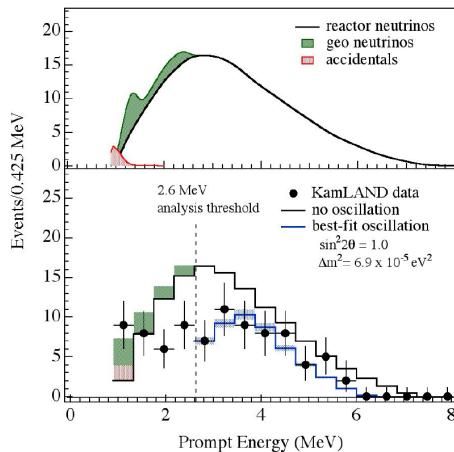
Figuur 120: Resultaten van SNO experiment

In deze resultaten hebben we horizontaal de flux aan elektronneutrinos en verticaal de flux aan muon- en tauneutrinos. In het rood zien we wat de charged current reactie geeft, die natuurlijk enkel flux voor elektronen geeft. Deze flux is veel lager dan wat we verwachten in het Standaardmodel. Deze zouden voor het Standaardmodel buiten de figuur liggen. In het blauw zien we de resultaten van de neutral current reacties, wat de sommatie is van de verschillende neutrinos samen is. Wat mooi is, is dat deze neutrinos samen wel het standaardmodel (stippellijnen in grafiek) volgen. Al de metingen die gedaan zijn komen samen tot 1 punt waar we zien dat maar 1/3 van de neutrinos van de zon bestaan uit ν_e .

Hiermee hebben we ten eerste bewezen dat we begrijpen hoe de zon werkt op enkele procenten na, ten tweede dat de neutrinos er wel degelijk uitkomen en dat we ze kunnen detecteren en ten derde dat de neutrinos aangemaakt worden als μ_e , maar onderweg opmengen met de andere flavours, ze zijn er in geoscilleerd.

11.4 KamLAND

Verder bewijs van deze oscillaties komt in 2002 in het KamLAND experiment (Kamioka Liquid Scintillator Anti-Neutrino Detector). Hier wordt er gekeken naar $\bar{\nu}_e$ antineutrinos afkomstig van Japanse en Zuid-Koreaanse kerncentrales met een gemiddelde afstand van $L \approx 180\text{km}$. Van al de reactoren die ze gebruiken kunnen ze aan de hand van hun vermogen bepalen hoeveel antineutrinos moeten vrij komen. De detector maakt gebruik van een vloeibare scintillator waar aan elastische verstrooiing kan gedaan worden: $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$. De bewegende elektronen zullen getracked worden in de scintillator. Omdat we de energie van de elektronen kunnen bepalen, is het mogelijk om het spectrum van neutrinos te bepalen.



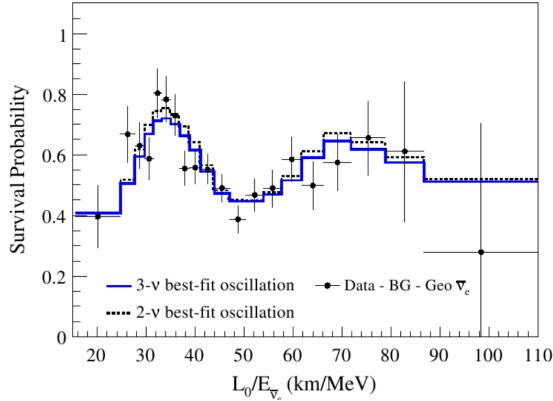
Figuur 121: Energiespectrum van neutrinos in KamLAND

De bovenste grafiek toont het spectrum dat we verwachten uit de theorie. Naast de neutrinos van de reactoren in het zwart en de achtergrond in het rood verwachten we nog een interessant soort neutrinos te vinden, de geoneutrinos. Dit zijn neutrinos die ontstaan in de aarde van radioactieve kernen aanwezig in de aarde. De extra hoeveelheid warmte die de aarde uitstraalt en die niet van de zon komt, moet komen van dit radioactief verval binnenin de aarde. In de onderste grafiek zien we de theorie omgevormd tot het zwarte histogram. Wat we waarnemen zijn de zwarte stippen, wat helemaal anders is. Zetten we de overlevingsprobabiliteit van de neutrinos nu uit in functie van de ratio van de afgelegde afstand op zijn energie, dan krijg je figuur 122.

In deze uitzetting kan je mooi zien dat de antineutrinos oscilleren.

11.5 Oscillaties: 2 generaties

Om het onszelf makkelijk te houden op dit moment, kijken we alleen naar oscillaties tussen 2 generaties, ν_e en ν_μ . De massa-eigentoestanden kennen we uit



Figuur 122: Overleving probabiliteit in functie van de afstand en energie

de Schrödingervergelijking. Deze gedragen zich als een vlakke golf.

$$|\nu_i(t)\rangle = |\nu_i\rangle e^{i(\vec{p}_i \cdot \vec{x} - E_i t)} = |\nu_i\rangle e^{-i\phi_i} \quad (299)$$

Omdat $\vec{p}_i \cdot \vec{x} - E_i t$ vrij lang is om op te schrijven, hebben we dit samengevoegd in een fase ϕ_i . De relatie tussen de massa-eigentoestanden en flavour eigentoestanden is weer niets anders dan een rotatie over de hoek θ . Wat gebeurt er hier nu? We creëren in reacties flavour eigentoestanden. Omdat deze neutrinos geen lading hebben, zullen deze opmengen met elkaar.

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (300)$$

Indien de fases van de verschillende massa-eigentoestanden gelijk zijn, zijn er geen oscillaties. Dit is het geval in het Standaardmodel, omdat neutrinos daar geen massa hebben. In tegenstrijd met het Standaardmodel hebben we waargenomen dat neutrinos wel massa hebben en dus zullen oscilleren. Gaan we ervan uit dat we ons op $t = 0$ in een pure neutrino ν_e toestand bevinden.

$$|\psi(0)\rangle = \cos \theta |\nu_1\rangle + \sin \theta |\nu_2\rangle \quad (301)$$

Na tijd T op afstand L hebben we:

$$|\psi(L, T)\rangle = \cos \theta |\nu_1\rangle e^{-i\phi_1} + \sin \theta |\nu_2\rangle e^{-i\phi_2} \quad (302)$$

Hierbij hebben we voor elke massa-eigentoestand een verschillende fase. Schrijven we dit nu uit in functie van de flavour eigentoestanden aan de hand van vergelijking (300):

$$\begin{aligned} |\psi(L, T)\rangle &= (e^{-i\phi_1} \cos^2 \theta + e^{-i\phi_2} \sin^2 \theta) |\nu_e\rangle \\ &\quad - (e^{-i\phi_1} - e^{-i\phi_2}) \cos \theta \sin \theta |\nu_\mu\rangle \end{aligned} \quad (303)$$

We hebben nu aangetoond dat we na zekere tijd een opmenging krijgen met ν_μ , met als voorwaarde dat $\theta \neq 0$ en de fases niet gelijk zijn. Dit verschil in fase is enkel mogelijk als er een verschil in massa is. Rekenen we dit verder uit, dan krijgen we:

$$\begin{aligned} |\psi(L, T)\rangle &= e^{-i\phi_1} [(\cos^2 \theta + e^{i\Delta\phi_{12}} \sin^2 \theta) |\nu_e\rangle \\ &\quad - (1 - e^{i\Delta\phi_{12}}) \cos \theta \sin \theta |\nu_\mu\rangle] \\ &= c_e |\nu_e\rangle + c_\mu |\nu_\mu\rangle \end{aligned} \quad (304)$$

We verkrijgen dus een zekere waarschijnlijkheid c_e^2 om ν_e te krijgen en c_μ^2 om ν_μ te krijgen. De waarschijnlijkheid om ν_e om te zetten in een ν_μ is gegeven door:

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= c_\mu c_\mu^* = (1 - e^{i\Delta\phi_{12}}) (1 - e^{-i\Delta\phi_{12}}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta\phi_{12}}{2}\right) \end{aligned} \quad (305)$$

$$\Delta\phi_{12} = (E_1 - E_2) T - (p_1 - p_2) L$$

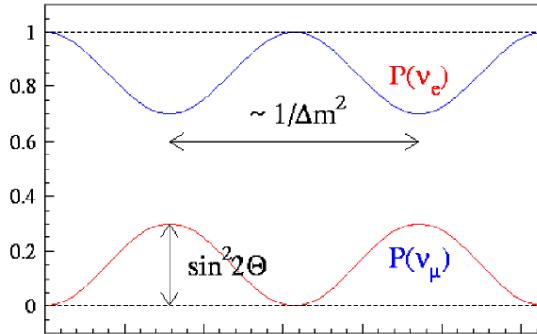
Het is terug duidelijk dat $\theta \neq 0$ en dat er een faseverschil moet zijn om opmenging te kunnen krijgen. Het verder uitwerken van dit faseverschil moet normaal gedaan worden aan de hand van golfpakketpropagatie. Wat er uiteindelijk gebeurt, is de generatie van een golfpakket bij $t = 0$ dat je identificeert als een elektronneutrino. Dat golfpakket propageert zich in de tijd op een niet-triviale manier beschreven door de Schrödinger vergelijking. Deze golfvergelijking zal op een bepaald moment interageren met de golffunctie van de kern om het golfpakket te detecteren. Dit zou allemaal op een heel propere manier moeten uitgewerkt worden. Dit alles kan benaderd worden met als voorwaarde dat de productie en detectie op afstand ver genoeg van elkaar gebeuren, zodat het golfpakket als een vlakke golf kan benaderd worden. Indien we dit doen en we stellen $p_1 = p_2 = p$ of $E_1 = E_2 = E$ of $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ gelijk aan elkaar, dan leiden ze allemaal tot hetzelfde faseverschil:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{12} &= (E_1 - E_2) T = \left[p \left(1 + \frac{m_1^2}{p^2} \right)^{\frac{1}{2}} - p \left(1 + \frac{m_2^2}{p^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] T \\ &\approx \frac{m_1^2 - m_2^2}{2p} L \end{aligned} \quad (306)$$

Dit resultaat zal ook bekomen worden voor de mooie uitwerking met golfpakketpropagatie. Nu we dit hebben, kunnen we de waarschijnlijkheden van de opmengingen verder uitwerken:

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{(m_1^2 - m_2^2) L}{4E_\nu}\right) \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(1.267 \frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{km}]}{E_\nu [\text{GeV}]}\right) \\ P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{(m_1^2 - m_2^2)^2 L}{4E_\nu}\right) \end{aligned} \quad (307)$$

De factor 1.267 komt van het omzetten in de verschillende eenheden. Zoals bij de mesonoscillaties zien we nu terug een afhankelijkheid van de oscillaties aan het massaverschil van de neutrinos, maar deze is niet helemaal hetzelfde. Bij de mesonen hebben we een factor $\Delta m \cdot t$, hier hebben we Δm^2 zonder een tijdsafhankelijkheid. Vanwaar komt dit verschil? We hebben dezelfde berekeningen uitgevoerd. Het verschil zit hem in de initiële fase $\vec{p}_i \cdot \vec{x} - E_i t$. In het geval van de CKM opmenging hebben we de sterke en zwakke eigentoestanden laten opmengen in elkaar en hadden we enkel een opmenging in de tijd. Hier bij de neutrinos zijn het de massa-eigentoestanden die we laten propageren, die geen sterke eigentoestanden zijn. Omdat neutrinos zo een kleine massa hebben, zullen deze altijd aan zo goed als de lichtsnelheid bewegen. Het is dus onmogelijk om te kijken naar het COM systeem van de neutrinos. Voor deze propagatie van de neutrinos kijken we ernaar van uit het LAB frame. Dit zorgt ervoor dat we nu naar het verschil tussen E en \vec{p} zitten te kijken, waar de massa in verwerkt zit. Reken je dit uit, dan krijg je de massa in het kwadraat. **Dit verschil in vergelijkingen tussen meson- en neutrino-oscillaties begrijpen is heel belangrijk.**



Figuur 123: Plot van de neutrino flavour waarschijnlijkheden

11.6 Oscillaties: 3 generaties

Voegen we nu de 3de generatie aan neutrinos toe. Dit zal ons in de plaats van de eenvoudige 2×2 opmengingsmatrix nu een 3×3 matrix geven tussen de flavour eigentoestanden en de massa-eigentoestanden:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle$$

$$U = \begin{pmatrix} U_{\alpha 1} & U_{\alpha 2} & U_{\alpha 3} \\ U_{\beta 1} & U_{\beta 2} & U_{\beta 3} \\ U_{\gamma 1} & U_{\gamma 2} & U_{\gamma 3} \end{pmatrix} \quad (308)$$

met ν_i de massa-eigentoestanden en ν_α de flavour eigentoestanden. Deze matrix kan op een gelijkaardige manier geparametriseerd worden als de CKM-matrix.

De naam van deze matrix is de “Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) matrix”.

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (309)$$

Hierbij zijn $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ en δ de CP -schendende fase. Ook zoals bij de CKM-matrix is het mogelijk om de PMNS-matrix te herschrijven als volgt:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (310)$$

We zien dat er voor de neutrinos extra CP -schendende termen (α_1 en α_2) moeten toegevoegd worden aan de matrix indien het Majoranadeeltjes zouden zijn. Dit alles zal ons iets meer ingewikkelde waarschijnlijkheden geven, waar de sinussen en cosinussen vervangen zijn door de PMNS-matrixelementen.

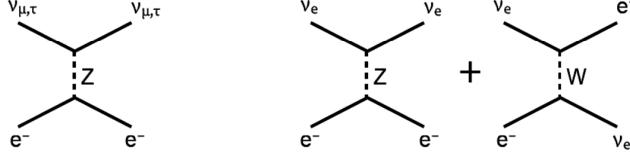
$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= |\langle \nu_\beta(t) | \nu_\alpha(t=0) \rangle|^2 \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j>i} U_{\alpha i} U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E_\nu} \right) \end{aligned} \quad (311)$$

met $U_{\alpha i}$ reëel als $\delta = 0$ is. Wat we opmerken is dat we een sinus kwadraat hebben en dus ongevoelig zijn voor het teken van Δm^2 . Het zal dus mogelijk zijn om het verschil in massa tussen 2 neutrino flavours te bepalen, maar het is niet mogelijk om te zeggen welke de lichtste zal zijn.

11.7 MSW effect

We willen eigenlijk echt wel weten welk neutrino welke massa heeft. Wat we nodig hebben om dit probleem op te lossen is een materie-effect. Als we de neutrinos nu eens laten propageren door materie in plaats van een vacuüm, dan zullen deze interageren met die materie, in het bijzonder de elektronen. Naast de gewone elastische botsingen krijgen we naast de neutrale stroom ook een geladen stroom interactie.

Zoals de W en Z bosonen massa krijgen door te interageren met het Higgs veld en zo inertie te krijgen en de protonen die een wolk van quarks en gluonen om zich hebben, zullen de neutrinos constant met het zwakke interactieveld interageren en creëren zo een wolk van elektronen, Z bosonen en W bosonen rond zich. Deze wolk interageert met de elektronen in de materie en de neutrinos krijgen een effectieve massa. Dit zal zich vertonen als een aanpassing van de

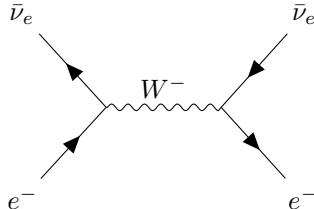


Figuur 124: Feynmandiagrammen van mogelijke neutrinoreacties in materie

massaterm in de oscillaties.

$$\begin{aligned} \Delta m_M^2 &= \Delta m^2 \times \xi \\ \xi &= \sqrt{\sin^2(2\theta) + \left(\cos(2\theta) - \frac{A_{CC}}{\Delta m^2}\right)^2} \\ \sin(2\theta_M) &= \frac{\sin(2\theta)}{\xi} \\ A_{CC} &= \pm 2\sqrt{2}E_\nu G_F N_e \end{aligned} \quad (312)$$

In deze aanpassing zit de afhankelijkheid van de charged current reactie, A_{CC} . In deze term zit natuurlijk de zwakke wisselwerkingsconstante en een gevoeligheid voor de densiteit aan elektronen. De reden voor \pm in A_{CC} is dat de charged current interactie ook kan gebeuren in een t-channel met antineutrinos.

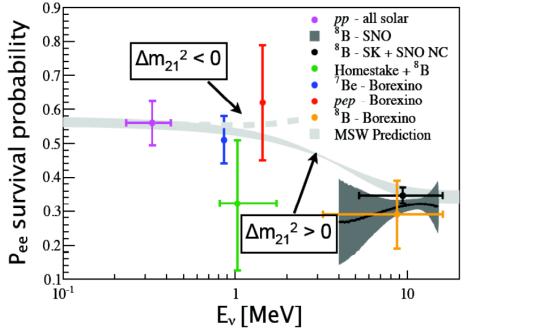


Hier kan mee aan de slag gegaan worden. We hebben een maximale mixing ($\sin(2\theta_M) = 1$) als $A_{CC} = \Delta m^2 \cos(2\theta)$ is. Zo krijgen we de afhankelijkheid van de elektron densiteit

$$N_e^R = \frac{\Delta m^2 \cos(2\theta)}{2\sqrt{2}E_\nu G_F} \quad (313)$$

die bij de energie van het neutrino een resonantiepiek zal hebben. Het mooie is dat we hierbij gevoelig zijn voor het teken van het massa kwadraat verschil. Dit kunnen we nu dus meten.

Hierbij bekijken we de survival probabiliteit van de elektron neutrinos in functie van hun energie. Het verschil in de hoeveelheid waargenomen neutrinos bij de verschillende experimenten kan nu begrepen worden. De hoeveelheid neutrinos die wordt waargenomen hangt af van de energie waarbij we deze waarnemen. Hier kunnen we nu dus uit bepalen welk neutrino zwaarder is. Omdat de waarschijnlijkheid afneemt bij hogere energie, wil dit zeggen dat de 2de massaeigenstoestand zwaarder zal zijn dan de eerste.



Figuur 125: Resultaten voor het massaeffect

11.8 Bepalen van θ_{12} , Δm_{21}^2

Na al dit meten is het nu mogelijk om θ_{12} en Δm_{21}^2 te bepalen. Dit doen we aan de hand van de experimenten op zonneneutrinos en het Kamiokande experiment. Als deze overeen zouden komen is de CP behouden. Bekijken we al deze experimenten samen, dan zien we dat in het centrale gebied de metingen overeen zullen komen met elkaar. Vandaag de dag hebben we voor deze parameters de volgende waarden:

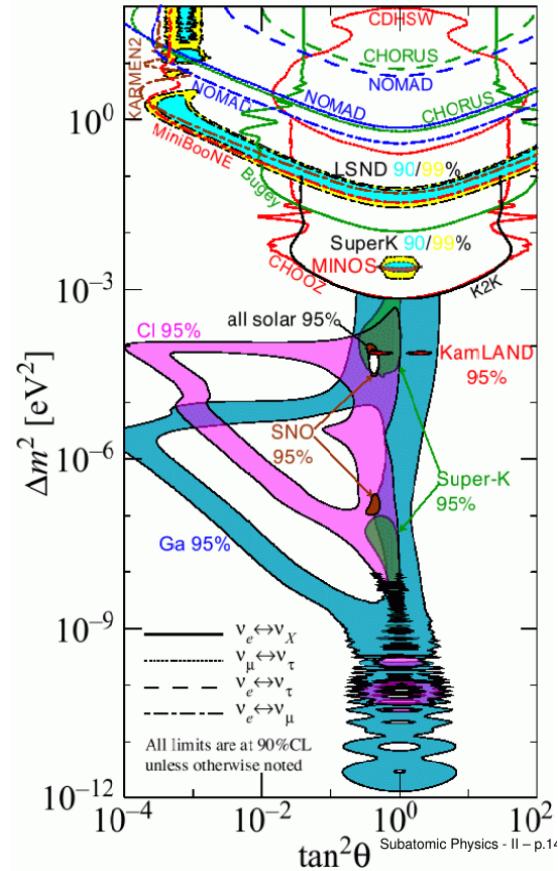
$$\begin{aligned}\Delta m_{21}^2 &= m_2^2 - m_1^2 = (7.6 \pm 0.2) \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \\ \sin^2(2\theta_{12}) &= 0.87 \pm 0.04\end{aligned}\quad (314)$$

Wat dit ons zegt is dat 1 van de 2 massa moeten hebben. Het is dus perfect mogelijk dat één van de 2 een massa van 0 heeft.

11.9 2de generatie

De μ en τ neutrinos kunnen ook opmengen met elkaar. Dit hoeft eigenlijk niet, dus onderzoeken we dit. Om dit te onderzoeken kijken we naar atmosferische neutrinos. Deze bestaan vooral uit ν_μ , omdat de gecreëerde pionen in de atmosfeer vervallen tot muonen en hun neutrinos. Zoals gewoonlijk is het moeilijk om deze te detecteren. Zelfs neutrinos van de andere kant van de aarde zijn in staat om aan het experiment te komen. Deze hoogenergetische neutrinos zijn voor het eerst waargenomen in 2005 in het SuperKamiokande experiment. Figuur 127 geeft de resultaten van dit experiment weer.

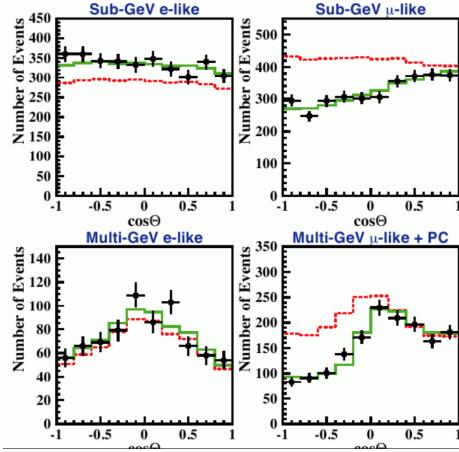
Het is mogelijk om een onderscheid te maken tussen elektron- en muonneutrinos door te kijken hoe diffuus de Cherenkov ring is. De elektronenring is door de vele interacties veel diffuser dan de muon ring, die tientallen meters kan afleggen voor deze interageert. In de resultaten wordt het aantal events uitgezet in functie van de invalshoek met $\Theta = 1$ deeltjes die van bovenaf komen en $\Theta = -1$ deeltjes die van beneden komen en dus eerst door de aarde zijn gegaan. Voor de elektronneutrinos zien we dat de voorspellingen vrij goed worden gevuld, maar bij de laagenergetische elektronneutrinos zien we over het algemeen een 10-tal



Figuur 126: Samenvoeging van een groot deel van van de neutrino-experimenten

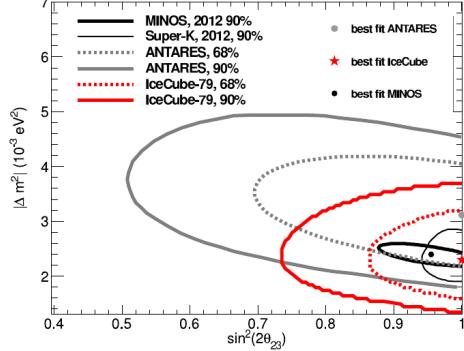
percent meer elektronen dan verwacht (komt van muonoscillatie naar τ neutrinos en dan naar elektronneutrinos). Voor de muonneutrinos zien we iets totaal anders. In zowel hoog- als laagenergetische muonneutrinos zien we voor deze die door de aarde gaan maar de helft van wat we verwachten. Deze zijn duidelijk geoscilleerd in neutrinos met een andere flavour. Deze afwijkingen wijzen er op dat de muonneutrinos vooral in τ neutrinos zullen oscilleren, omdat we geen overmaat zien in de elektronneutrinos. De reden waarom elektronneutrinos niet oscilleren, is omdat ze nog niet genoeg tijd hebben gehad om te oscilleren, de muonneutrinos blijkbaar wel. Kijken we terug naar de relatie gegeven in vergelijking (307) is dit verschil hier omdat het massaverschil bij de muonneutrinos groter zal zijn dan bij de elektronneutrinos. De hoek tussen de eerste en 3de generatie θ_{13} zal dus klein moeten zijn, omdat de percentuele afwijking van de elektronneutrinoaarnemingen klein is.

In de resultaten van IceCube zien we sterke oscillaties met $\sin^2(2\theta_{23})$ van de



Figuur 127: Resultaten van SuperKamiokande voor atmosferische neutrinos

orde 1 en massaverschillen tussen de 2de en derde generatie van $2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$. We merken direct op dat de nauwkeurigheid hier een pak minder is vanwege de moeilijkheidsgraad om deze te detecteren.



Figuur 128: Resultaten van het IceCube experiment

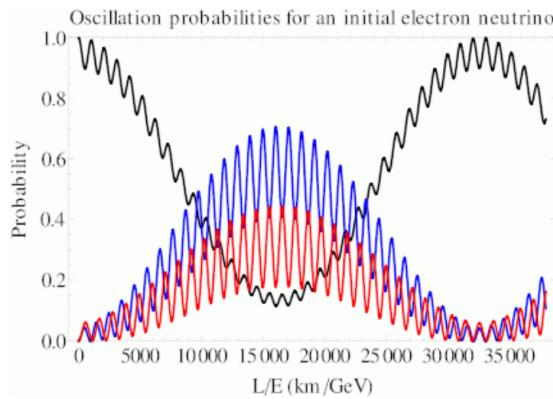
Vandaag de dag hebben we de volgende resultaten:

$$\begin{aligned} |\Delta m_{32}^2| &= |m_3^2 - m_2^2| = (2.3 \pm 0.1) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{21}^2 &= m_2^2 - m_1^2 = (7.6 \pm 0.2) \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \\ \sin^2(2\theta_{23}) &> 0.92 \\ \sin^2(2\theta_{12}) &= 0.87 \pm 0.04 \end{aligned} \tag{315}$$

De massa van de derde generatie aan neutrinos zal duidelijk groter zijn dan deze van de eerste en 2de generatie en de amplitude tussen de tweede en derde generatie is ongeveer 1, wat vrij hoog is. Dit zien we niet bij de quarks, waar we naar heel kleine effecten moeten kijken om de oscillaties waar te nemen.

11.10 Relatie tussen eerste en derde generatie

Uit vorig experiment hebben we gezien dat de amplitude θ_{13} tussen de eerste en derde generatie heel klein moet zijn. Met andere woorden zou er geen CP schending mogen zijn. Je hebt opmengen van deze 2 generaties nodig om CP schending te laten optreden. Hoe kunnen we die CP schending nu gaan meten? Dit doen we aan de hand van figuur 129. Hier bekijken we de waarschijnlijkheid dat een elektronneutrino zal oscilleren naar een andere flavour in functie van de afstand/energie.

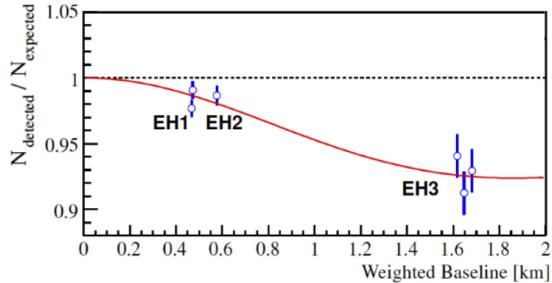


Figuur 129: Waarschijnlijkheid dat een elektronneutrino oscilleert in een andere flavour

Hier kunnen we oscillatiefrequenties uit halen. De ene is een oscillatie met grote amplitude en lage frequentie van de orde $15000L/E$ in μ en τ neutrinos, dit is de oscillatie tussen de eerste en 2de generatie. Dan hebben we ook een oscillatie tussen de eerste en 3de generatie, met een veel hogere frequentie die vergelijkbaar is met de frequentie tussen de 2de en 3de generatie. Omdat de energie van de neutrinos te laag is, is het voor de muon- en τ neutrinos niet mogelijk om muonen of τ 's aan te maken en is het niet mogelijk om de blauwe en rode functies te onderscheiden.

Om θ_{13} waar te kunnen nemen, moeten we in de plaats van te kijken over afstanden van honderden kilometers gaan kijken over een afstand van een aantal kilometer. In 2010 wordt hier onderzoek naar gedaan, waar 3 verschillende detectoren op verschillende afstanden van 4 verschillende reactoren worden geplaatst. Uit deze experimenten was duidelijk dat ν_e oscilleert in ν_τ over deze kleine afstand.

Na 1.5km kan je zien dat er een kleine oscillatie van elektron naar τ neutrinos zal plaatsgevonden hebben. Vandaag de dag weten we dat het massaverschil tussen de eerste en derde generatie en tussen tweede en derde generatie gelijk zijn omdat het massaverschil tussen de eerste en tweede generatie verwaarloosbaar klein is. De opmengingshoek in tegenstelling tot de andere opmengingshoeken zal hier klein zijn: $\sin^2(2\theta_{13}) \approx 0.10 \pm 0.01$.



Figuur 130: Onderzoek naar CP schending bij neutrinos

11.11 PMNS matrix

De PMNS-matrix ziet er nu als het volgt uit:

$$\begin{pmatrix} |U_{e1}| & |U_{e2}| & |U_{e3}| \\ |U_{\mu 1}| & |U_{\mu 2}| & |U_{\mu 3}| \\ |U_{\tau 1}| & |U_{\tau 2}| & |U_{\tau 3}| \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.85 & 0.50 & 0.17 \\ 0.35 & 0.60 & 0.70 \\ 0.35 & 0.60 & 0.70 \end{pmatrix} \quad (316)$$

We zien hier dat de eerste en 2de generatie vrij sterk opmengen met waarden 0.5 en 0.35, dat de 2de en 3de generatie ook sterk opmengen met waarden 0.7 en 0.6 en ten laatste zien we dat de eerste en 3de generatie het minst zullen opmengen, maar veel meer dan de opmenging in de quark sector met waarden 0.35 en 0.17. We zien dat deze matrix bijna vlak is, met grote opmengingshoeken $\theta_{12} \approx 35^\circ$, $\theta_{23} \approx 45^\circ$ en $\theta_{13} \approx 10^\circ$. Het is hier dus mogelijk dat er CP schending zou zijn omdat $\theta_{13} \neq 0$. De vraag is nu of deze PMNS-matrix unitair is. Binnen de grote foutenmarges die we op dit moment hebben is deze matrix perfect unitair. De volgende vraag is natuurlijk wat de CP schendende fase is. Hiervoor moeten we natuurlijk kijken naar de CP schendende fase van de neutrino-oscillaties, wat een probleem is.

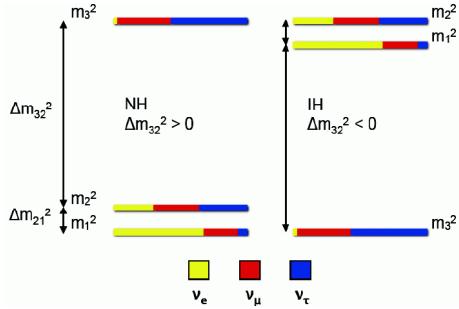
11.12 Neutrino massahierarchie

Het eerste probleem waar we naar kijken is de Δm_{32}^2 , waar we het teken nog niet van hebben kunnen vastleggen. Voor de eerste en 2de generatie hebben we het teken gemeten aan de hand van het massa-effect, wat niet mogelijk is bij deze generaties. Er zijn dus 2 mogelijkheden voor de massahierarchie, weergegeven in figuur 131. Dit zijn de normale en inverse hiërarchie.

Hier kan je ook zien dat je niet zal kunnen zeggen welke flavour toestanden nu het zwaarst zijn. We kunnen alleen iets zeggen over de massa-eigentoestanden.

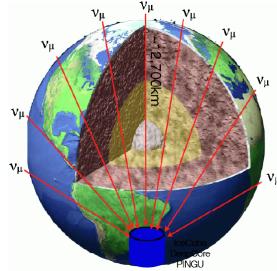
11.13 Neutrino-oscillaties in IceCube

Om het massaverschil tussen de 2de en 3de generatie te bepalen, maken we weer gebruik van een massa-effect, deze keer tussen de μ en τ neutrinos. Eén van de



Figuur 131: Mogelijke massahierarchieën voor de verschillende neutrinos

experimenten die daar zeer gevoelig voor zijn is het IceCube experiment. Dit is een grote neutrino detector in het ijs aan de Zuidpool. Naast de neutrinos te bekijken die boven de Zuidpool zijn gemaakt, is het ook mogelijk om neutrinos door de aarde waar te nemen. Zo is het mogelijk, afhankelijk van waar op de aarde de muonneutrinos binnenkomen, dat ze een andere hoeveelheid materiaal zullen doorkruist hebben voor ze gedetecteerd worden.

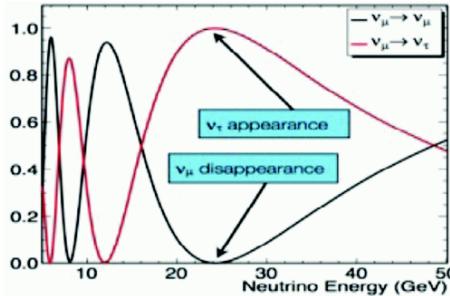


Figuur 132: Voorstelling van verschillende muonpaden door de aarde naar IceCube

In dit experiment worden neutrinos over grote energie ranges en padlengtes bekeken, wat essentieel is voor de systematische controle. Het is nu mogelijk om dit in detail te gaan bekijken. Voor afstanden van de diameter van de aarde zal het eerste minimum in $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ (de verdwijning van de muonneutrinos) rond de energie van $E_\nu \approx 25\text{GeV}$ liggen.

Op hetzelfde moment zouden dan ook τ neutrinos waargenomen moeten kunnen worden, wat heel moeilijk is.

Waar komt het massaeffect nu aan te pas? Voor neutrinos die schuin binnen komen en enkel door de mantel van de aarde gaan, zal het massa effect vrij klein moeten zijn en is het verschil tussen de normale en geïnverteerde hiërarchie vrij klein. Anderzijds is het ook mogelijk dat de neutrinos dwars door de aarde gaan en dus ook door de heel dichte kern van de aarde gaan en dus een heel ander effect zullen zien. We zullen tussen de 2 hiërarchieën dus 2 heel andere oscillaties



Figuur 133: Neutrino waarschijnlijkheden in functie van hun energie

waarnemen. Om dit te doen moet heel het model doorgerekend worden. We verwachten om hier binnen 5 jaar meer over te weten.

11.14 CP schending

Het meten van de CP schending doen we aan de hand van het verschil tussen wat neutrinos doen en wat antineutrinos doen. Je kijkt dus naar de oscillatie van elektronneutrinos in muonneutrinos en van elektronantineutrinos in muonantineutrinos.

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) - P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu) \quad (317)$$

Uit de zon is het mogelijk om de elektronneutrinos te onderzoeken en de anti-elektronneutrinos kunnen onderzocht worden bij reactoren. Met de fouten die we hebben op onze experimenten, kunnen we zien dat het verschil ten hoogste een paar percent is (dit is enkel een boven limiet). Dit is heel veel in vergelijking tot de quark sector, waar het gaat over enkele promille.

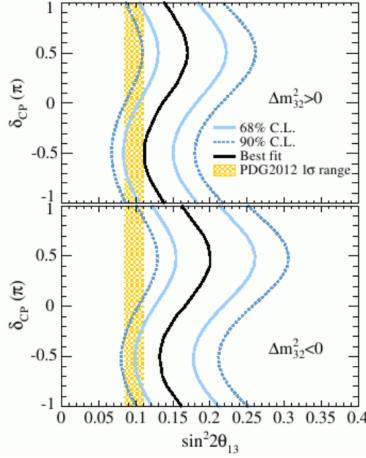
Een beter experiment is het onderzoeken van een ν_μ -beam experiment, waar het gemakkelijk is om ν_μ en $\bar{\nu}_\mu$ aan te maken. Deze bundels kunnen gemaakt worden uit het verval van $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \bar{\nu}_\mu/\nu_\mu$. Met de mogelijkheid om te bepalen wat de dominant is (neutrinos of antineutrinos) is het mogelijk om de oscillatie van muon(anti)neutrinos in elektron(anti)neutrinos te bekijken.

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) \quad (318)$$

De resultaten van een paar jaar geleden zijn in figuur 134 te vinden. Daar wordt δ_{CP} in functie van $\sin^2 2\theta_{13}$ gegeven.

Voor $\Delta m_{32}^2 < 0$ krijgen we CP schending van de orde -0.5 wat 90 graden is. Voor $\Delta m_{32}^2 > 0$ ziet dit er ook zo uit. Deze ondervindingen zijn een aantal weken geleden geüpdatet en daarbij worden de eerdere waarden bevestigd (figuur 135).

Zoals je kan zien aan de foutenvlaggen zijn dit enkel nog maar aanwijzingen. “Alles” is nog mogelijk. Op dit moment lijkt het er gewoon op dat er veel CP schending zit in de neutrino sector en dat is binnen de komende jaren meetbaar. De reden waarom de CP schending in de lepton sector zo belangrijk is, is omdat we op dit moment denken dat bij de big bang het universum eerst een leptogenese



Figuur 134: Resultaten uit het T2K

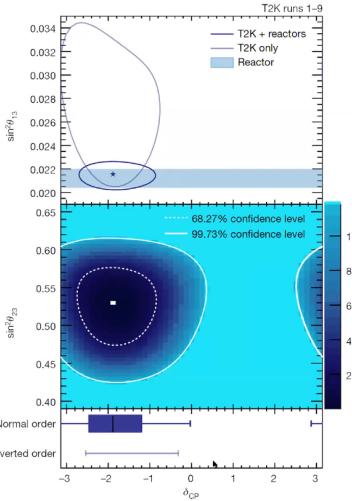
is ondergaan vóór een baryogenese. We denken dat het onderscheid tussen materie en antimaterie eerst is gemaakt in de lepton sector, niet de quark sector. Deze leptonen zijn dan aan de hand van CP schending en het sphaleron effect deels omgezet in baryonen.

11.15 Dirac vs Majorana

Het vreemde aan de neutrinos is dat we enkel rechtshandige neutrinos hebben, geen linkshandige. Alle andere fermionen in het Standaardmodel zijn Dirac deeltjes. Dit betekent dat deze zowel links- als rechtshandig zijn, $f_R, f_L, \bar{f}_R, \bar{f}_L$. Indien de massa van het fermion groter is dan 0, zou het altijd mogelijk moeten zijn om een rechtshandig fermion aan de hand van een Lorentzboost om te zetten in een linkshandig fermion. Dit kan niet gedaan worden voor deeltje antideeltjes. Voor de neutrinos met een massa zo goed als nul hebben we maar 2 staten geobserveerd: ν_L en $\bar{\nu}_R$. Dit zijn natuurlijk verschillende objecten. In 1937 stelt Majorana een andere theorie voor, die ook zal werken om neutrale deeltjes te beschrijven en die heel goed zal lijken op de Diracvergelijking. In de vergelijking van Majorana zullen de deeltjes en antideeltjes gelijk zijn aan elkaar.

$$\begin{aligned} f &= \bar{f} \\ \nu_L &= \bar{\nu}_L \\ \nu_R &= \bar{\nu}_R \end{aligned} \tag{319}$$

Voor deeltjes met massa gelijk aan 0 zal er geen verschil zijn tussen de Dirac en Majorana deeltjes. Indien de deeltjes wel massa hebben, zal het wel mogelijk zijn om een onderscheid te gaan maken en is het mogelijk om te werken met de eerder aangehaalde Lorentzboost. In de linkshandige neutrino zal een stuk rechtshandige component zitten, m.a.w. er zal een stuk antineutrino inzitten.



Figuur 135: Geüpdatet waarden uit het T2K

Kijken we nu eens naar het verval van een pion in onder andere een neutrino.

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad (320)$$

In het Standaardmodel is het enkel mogelijk om het neutrino waar te nemen aan de hand van de volgende interactie: $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p$. Indien neutrinos Majoranadeeltjes zijn, zou het mogelijk zijn dat de rechtshandige component zich voordoet als $\bar{\nu}_\mu$, die dan ook kan interageren met een proton: $\nu_M P \rightarrow \mu^+ n$. Dit is echter maar een heel kleine component. Deze reactie, die mogelijk zou zijn met Majorananeutrinos, zal het leptongetal niet behouden: $\Delta L = -2$. Door maar een heel kleine component aan linkshandige antideeltjes te hebben, zal dit een heel klein effect zijn, $O(m_\nu^2/m_\mu^2) \sim 10^{-22}$. De enige manier dat we op dit moment kennen om te zien of neutrinos Majoranadeeltjes zijn, is aan de hand van 0ν dubbel β verval.

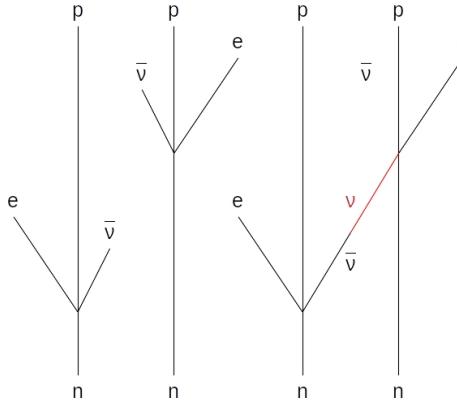
In het dubbel β verval vervallen 2 neutronen in 2 protonen met emissie van 2 elektronen en 2 anti-elektronneutrinos. In het geval dat we Majorananeutrinos hebben, kan de rechtshandige antineutrino worden omgezet in een linkshandige neutrino en samenvoegen met een neutron om een proton en elektron te krijgen. Als dit zo is, zal alle energie die vrijkomt in de 2 elektronen zitten en niet in neutrinos. Zo krijgen we dat de energie van de elektronen samen een piek zullen ondervinden in plaats van uit gespreid te zijn.

De experimenten om dit waar te nemen worden op dit moment gedaan.

11.16 Steriele neutrinos?

Uit het Z^0 verval zien we 3 types lichte neutrinos, ν_e, ν_μ, ν_τ . Dit is gehaald uit de vervalbreedtes van Z naar de verschillende neutrinos, er is geen extra breedte

Dirac deeltjes Majorana deeltjes



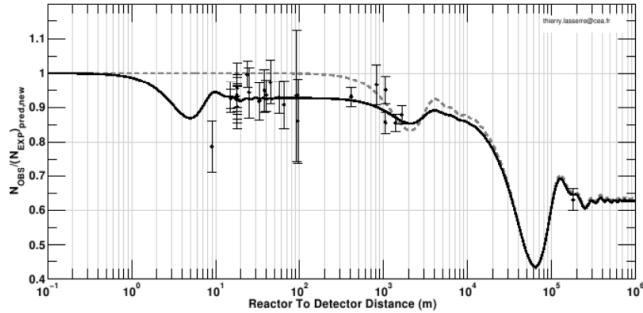
Figuur 136: Dubbel β verval voor Dirac- en Majorananeutrinos

over waar Z naar een 4de neutrino zou kunnen vervallen. Er zijn uiteindelijk wel andere mogelijkheden om een 4de neutrino te maken die niet koppelen aan het Z boson. Op dit moment spreken we over theorie Beyond the Standard Model. Stel je voor dat er een rechtshandige neutrino is dat niet interageert met het Z boson; wie weet koppelt de 4de generatie niet aan W en Z maar aan een volgende generatie W' en Z' . Dit zou als gevolg hebben dat deze niet via de zwakke wisselwerking interageren, maar enkel heel zwak interageren met materie door de oscillatie van een neutrino in een steriel neutrino ν_S .

De aanwijzingen om mogelijks een 4de generatie te hebben, komen uit de weinige statistiek die we hebben in de experimenten. Binnen de weinige statistiek die we hebben, zien we allerlei afwijkingen die van de orde 3σ zijn. Bekijken we bijvoorbeeld het spectrum van elektronneutrinos uit pionbundels, blijken daar anomalieën in te zitten, maar te klein om te zeggen dat er iets is ontdekt. De Galliumanomalie is hier 1 van, waargenomen bij het kalibreren van de detector aan de hand van een β bron. Zowel SAGE als GALLEX zien kleine afwijkingen van 6 a 7% efficiëntie tussen de verwachting en de meting, er zijn iets te weinig neutrinos, maar net binnen de fout. Een 2de anomalie is de reactoranomalie. Daarvoor kijken we naar figuur 137. Vlak bij de detectoren worden de hoeveelheid antineutrinos ook gemeten, zodat we de onwaarschijnlijkheden van het aantal gecreëerde neutrinos kunnen wegdelen. Uit al deze metingen vlak bij de detectoren zien we dat ze allemaal ongeveer 6% te laag liggen. Het is dus mogelijk dat er voor deze meting al een oscillatie plaatsvindt in een steriel neutrino met een massaverschil van $\Delta m^2 \approx 1\text{eV}^2$.

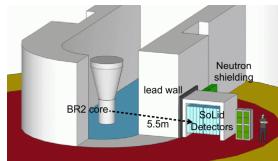
11.17 Soli ∂ experiment

Onderzoek naar de korte afstand oscillaties worden nu gedaan met Li detectoren. Dit wordt onder andere onderzocht aan de reactoren in Mol, omdat deze een



Figuur 137: Uitzetting van het aantal gedetecteerde antineutrinos in functie van de afstand tot de detector

zeer compacte beryllium core heeft.



Figuur 138: Rudimentaire voorstelling van het soli θ experiment

De detectoren maken gebruik van het invers β verval, waar het neutron zal opgevangen worden door de lithium kern, die vervalt naar tritium en helium, wat je kan meten.

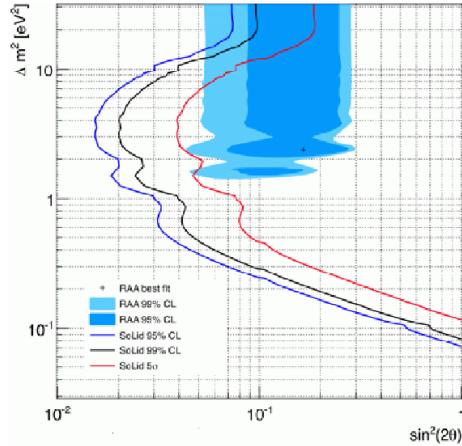


De detector bestaat uit 5x5x5 blokjes van scintillatormateriaal waar de uitkomsten van de reacties worden opgevangen door bijvoorbeeld de shifting draad. Ondertussen loopt het experiment al een 3-tal jaar, met als bedoeling om het aangegeven gebied uit te sluiten. Op dit moment is het nog niet mogelijk om een deel van de blauwe zones uit te sluiten.

12 Fysica voorbij het Standaardmodel

12.1 Het standaardmodel: wat zit daar nu allemaal in?

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \\ u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \\ c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \\ t \\ b \end{pmatrix} \quad \gamma, W^+, W^-, Z, g, H \quad (322)$$



Figuur 139: Huidige resultaten uit Soli θ

Dit zijn alle deeltjes die we nodig hebben om het Standaardmodel te laten werken. Deze zijn ook allemaal gevonden.

Waarom beperken we ons hier tot 4 generaties (Dit moet omdat de CP schending niet meer zou kloppen), zijn er nog andere uitwisselingsdeeltjes, zijn er nog andere interacties, zijn er parameters die we nog niet kennen?

12.2 4de generatie fermionen

12.2.1 Leptonen

Indien we een vierde generatie leptonen zouden hebben, zou de massa van de 4de generatie groter moeten zijn dan 45GeV. Voor de geladen leptonen weten we dat $m_l > 101\text{GeV}$, omdat we nog geen resonantie zijn tegen gekomen in $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ tot $\sqrt{s} = 209\text{GeV}$.

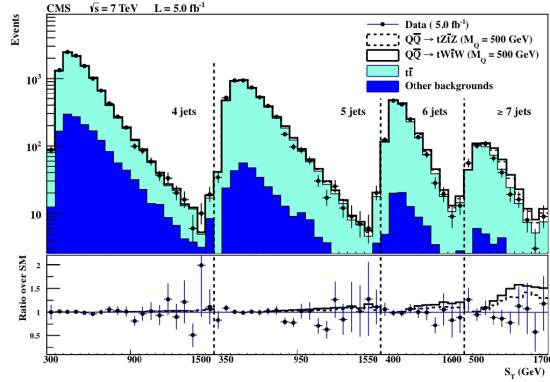
12.2.2 Quarks

Uit de unitariteit van de CKM-matrix is het duidelijk dat daar niet veel zal zitten. We doen hier ook direct onderzoek naar op het LHC, maar er is nog niets gevonden.

Uit de proton proton botsingen kunnen zowel 4, 5, 6 of 7 jets komen. Berekenen we alle mogelijke productiekanalen van deze jets, dan zien we dat we bij de metingen niet echt afwijken van de voorspellingen. Er zit daar dus niet echt een 4de generatie aan quarks.

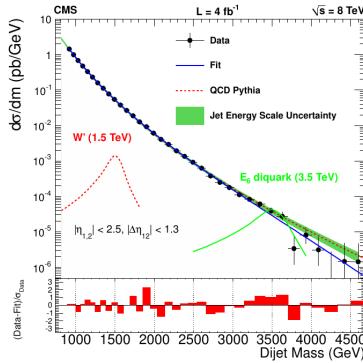
12.3 Nieuwe uitwisselingsbosonen

Waarom zouden er geen extra W' en Z' bosonen bestaan. Misschien koppelen deze aan rechtshandige fermionen. Wie weet is Z een samengestelde toestand



Figuur 140: Zoektocht naar 4de generatie quarks in LHC

en bestaat daar een aangeslagen toestand van.

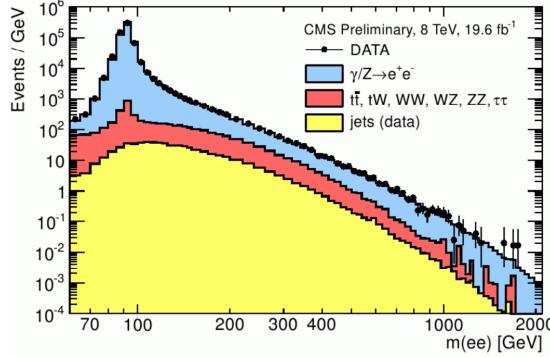


Figuur 141: Zoektocht naar W' en Z' in LHC

We gaan hier kijken naar 2-jet fenomenen, waar we hun gecombineerde massa uitzetten in vergelijking tot de werkzame doorsnede. De groene lijn is wat we verwachten en de blauwe lijn is wat we meten. We zien hier niet de spectra indien een W' of diquark zou bestaan. Er is dus geen ruimte om af te wijken van het standaardmodel hier. Hetzelfde kunnen we vinden als we kijken naar de elektron positron vervallen. Er is hier ook geen plaats om de nieuwe intermediaire deeltjes toe te voegen aan het model.

12.4 Zwarte gaten

Het is nu ook mogelijk om te zoeken naar zwarte gaten. Deze worden voorspeld door string theory. Deze voorspelt dat er nog veel meer dimensies zijn. In de opgerolde dimensies zou de zwaartekracht veel groter moeten zijn. Indien we deze dimensies zouden beginnen raken als we onze deeltjes maar dicht genoeg bij

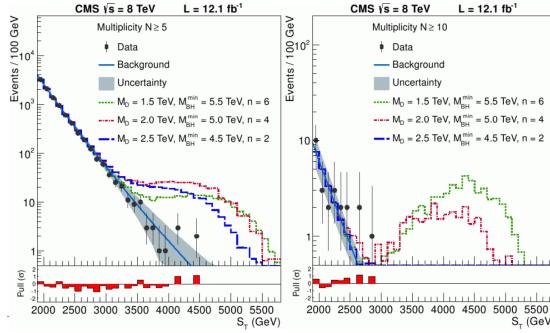


Figuur 142: Zoektocht naar W' en Z' in LHC aan de hand van elektronen en positronen

elkaar brengen, zou het mogelijk moeten zijn om mini zwarte gaten te kunnen maken.

$$pp \rightarrow BH + X \quad (323)$$

Deze zijn heel klein en zouden zo goed als instant vervallen (verdampen) aan de hand van Hawkingradiatie. Bij het maken van deze zwarte gaten zou een hoge multipliciteit aan finale toestanden moeten zijn van veel jets en leptonen. Om dit te onderzoeken kijken we of we zo evenementen kunnen vinden met grote jet aantallen.

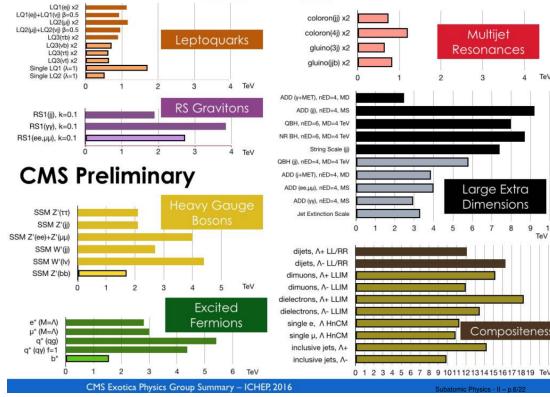


Figuur 143: Zoektocht naar zwarte gaten

In het blauw kan je de verwachtingen zien, wat perfect zal kloppen met wat we waarnemen. Indien we zwarte gaten zouden hebben met de massa's gegeven in de grafieken, zouden we een grotere hoeveelheid aan evenementen verwachten bij grote S_T .

12.5 Huidige toestand van direct onderzoek

Op dit moment hebben we nog niets gevonden, maar we kunnen mogelijke uitbreidingen van het standaardmodel uitsluiten tot op bepaalde hoeveelheden energie.



Figuur 144: Huidige toestand op deeltjes voorbij het Standaardmodel

Uiteindelijk is het een zoektocht naar hints die ons verder kunnen helpen in de zoektocht naar een meer complete theorie.

12.6 Standaardmodel

Is het standaardmodel nu het ultieme model voor de wereld? Dat zou mogelijk kunnen zijn. Hierbij beschrijft de Diracvergelijking de fermionen, QFT de interacties tussen de deeltjes. De interacties worden afgeleid uit een lokaal ijk-principe. Het Higgsmechanisme dient om elektrozwakke symmetrie te breken en op die manier massa te creëren. Het ongemakkelijke in dit model is dat we al die parameters experimenteel moeten bepalen. Dit beschrijft alles wat we waarnemen, op enkele plaatsen zit daar spanning op, maar hebben nog nooit een duidelijke afwijking gezien van het standaardmodel.

Al deze eigenschappen zijn er in gestoken. We weten hoe de Lagrangiaan eruit ziet, maar niet waarom deze zo is. Wat we nu aan het onderzoeken zijn is waarom het Standaardmodel er zo uit ziet.

Wat zijn al deze vrije parameters nu in dit Standaardmodel?

Indien er maar 1 van deze parameters er een beetje anders zou uit zien, dan zou het heelal er totaal anders uit zien. De 26ste parameter, de CP schending van de sterke wisselwerking, is de enige die we nog niet hebben waargenomen. Indien er CP schending voor de sterke wisselwerking zou zijn, zouden we een dipoolmoment van het neutron waarnemen.

Tabel 14: Fermionsector

m_{ν_1}	m_{ν_2}	m_{ν_3}
m_e	m_μ	m_τ
m_d	m_s	m_b
m_u	m_c	m_t

Tabel 16: CKM, PMNS sector

$$\begin{array}{cccc} \lambda & A & \rho & \eta \\ \theta_{12} & \theta_{13} & \theta_{23} & \delta \end{array}$$

Tabel 17: Higgssector

$$v \quad m_H$$

Tabel 15: Ijksector

$$\alpha \quad G_F \quad \alpha_S$$

Tabel 18: QCD CP schending

$$\theta_{CP}$$

12.7 Behouden grootheden

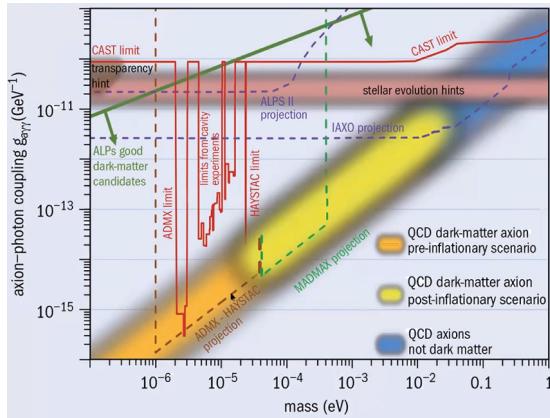
In de ruimte-tijd symmetrieën hebben we het behoud van energie, impuls, draaimoment en pariteit. We zijn vrij zeker dat deze allemaal behouden worden binnen de beperkingen van het Heisenbergprincipe. Het behoud van lading, zwakke lading en kleur komen telkens overeen met een ijkveld, een veldsymmetrie. Het baryongetal \mathcal{B} wordt blijkbaar behouden tot op zekere hoogte. Anders zou het universum vandaag de dag even veel baryonen als antibaryonen hebben. We zien dat het massa- en het baryongetal verbonden zijn met elkaar door een massaloos veld dat eruit ziet als zwaartekracht. Er zit een kleine afwijking tussen het baryongetal en het massagetel vanwege de nucleaire binding. Het onderzoek naar dit massaloos veld is gedaan, maar daar is niets gevonden. De koppeling van baryonen aan dit veld zou een stuk kleiner moeten zijn dan de koppeling van de zwaartekracht ($K < 10^{-9}G$). Het is dus niet duidelijk waarom het baryonen leptongetal behouden worden in het Standaardmodel.

Vandaag de dag zien we dat de sterke interactie CP niet zal schenden, $\theta_{CP} \approx 0$. Hier is geen a priori reden voor. Indien we zien dat iets behouden wordt, zijn we geneigd om daar een nieuw ijkveld aan te hangen, in dit geval een pseudoscalair veld. Indien er een nieuw ijkveld is, wordt er automatisch een nieuw ijkboson toegevoegd. In dit geval is de voorgestelde naam een axion, wat een licht ($\sim 1\mu\text{eV-eV}$) neutraal pseudoscalair deeltje is. De eigenschappen van dit deeltje zijn slecht bepaald, wat niet van belang is. Het moet er gewoon zijn en op een of andere manier koppelen aan de bestaande deeltjes. Dit geeft een lading en zou het CP behoud verklaren. Dit zou dus opmengen met andere pseudoscalaire deeltjes zoals π^0 en η , die dan vervallen in 2 fotonen. Dit geeft een koppeling van axionen naar 2 fotonen. Het fuseren van 2 fotonen in een axion kan gebruikt worden om daar onderzoek naar te doen.



Figuur 145: Feynmandiagrammen waar we experimenteel naar op zoek zijn om het axion te vinden.

Hier annihiert een foton met een virtueel foton uit een magneetveld om een axion te maken, dat dan terug in een magneetveld kan vervallen naar 2 fotonen. CAST doet dit onderzoek door fotonen te laten invallen in een magneet van het LHC. Centraal staat een blok lood die de fotonen zal tegenhouden, maar niet de aangemaakte axionen die zo goed als niet interageren met materie. Deze axionen interageren achter het loodblok terug met het magneetveld en ze kijken dan of ze enige fotonen kunnen waarnemen.

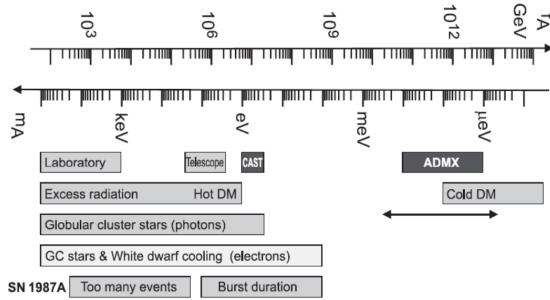


Figuur 146: Resultaten voor het onderzoek naar axionen

Verticaal in de resultaten zichtbaar in figuur 146 zie je de koppelsterkte van axionen aan fotonen, die niet a priori gegeven is, en horizontaal de massa van de axionen. De blauwe, gele en oranje band geven aan waar het axion zou moeten zitten als het de juiste eigenschappen zou moeten hebben om het QCD CP probleem op te lossen. Wat we uit de werking van sterren al kunnen zien, is dat de fotonen niet al te sterk mogen koppelen aan de axionen, omdat deze anders niet zouden werken zoals ze nu doen. De roze band geeft aan wat mogelijk zal zijn in functie van wat sterren doen. Indien de massa van de axionen iets hoger zou zijn, dan is het mogelijk dat deze donkere materie zijn. Eén van de grootste redenen dat we denken dat er nog iets meer is dan het Standaardmodel dat we nu kennen is het bestaan van donkere materie. We willen de link kunnen leggen tussen de subatomaire fysica en de astrofysica. Vandaag de dag met het Standaardmodel beschrijven we maar 4 a 5% van de massa van het heelal. Momenteel zijn we nog gelimiteerd in de limieten van onze metingen, we zijn nog niet in staat om preciezer te kijken dan de interstellaire limiet. Vandaag zien de uitgesloten gebieden eruit als in figuur 147.

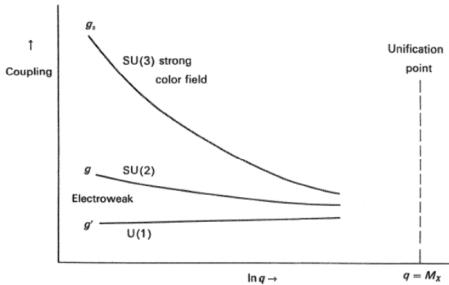
12.8 Grand Unified Theories

Voor het uitwisselen van kleine hoeveelheden energie zien we dat de koppelconstante van de sterke, zwakke en elektromagnetische wisselwerking grote verschillen tonen. We hebben ook gezien dat dit lopende koppelingsconstante



Figuur 147: De verboden gebieden van de axionen

zijn. Voor grotere en grotere hoeveelheden aan energie lijken deze naar elkaar toe te gaan. Extrapoleren we wat we vandaag de dag kennen, dan verwachten we dat bij het uitwisselen van $q = M_X \sim 10^{15} \text{ GeV}$ de krachten even sterk zouden moeten zijn.



Figuur 148: Lopende koppelingsconstantes in de Grand Unified Theory

In 1974 waren de eerste ideeën er al om deze krachten te unificeren. Hier zouden ze $SU(1)$, $SU(2)$ en $SU(3)$ samen te brengen tot 1 grotere ijksymmetrie $SU(5)$. Deze $SU(5)$ groep zou zo goed als automatisch uiteenvallen in de 3 groepen die we nu al hebben. Deze theorie zou 24 ijkbosonen bevatten. Deze zijn

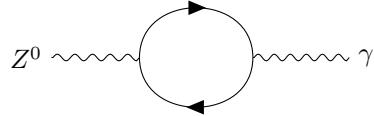
- 8 gluonen
- 3 zwakke bosonen, de W en Z bosonen
- het foton
- 12 nieuwe ijkbosonen Y en X , de leptoquarks

Zoals de elektrozwakke symmetrie die wordt gebroken door het Higgs boson, zal de Grand Unified Theory symmetrie ook gebroken worden. Deze breuk zou moeten leven bij ongeveer $m_Y \sim m_X \sim 10^{15} \text{ GeV}$ (zelfs bij kosmische stralingsfysica komen we maar aan 10^{12} GeV). Naast de massa van de Y en X bosonen

moeten er ook GUT-Higgs bosonen zijn. Uit de theorie zijn de massa van de bosonen gegeven door: $Q_Y = -\frac{1}{3}$ en $Q_X = -\frac{4}{3}$. Ze hebben naast een lading ook 3 mogelijke kleuren wat in het totaal 12 verschillende mogelijkheden moet geven. Omdat ze een massa hebben, zouden deze moeten vervallen in onze deeltjes die we al kennen. Een aantal voorbeelden van zo een vervallen zijn: $X_1 \rightarrow e^- d, \bar{u}\bar{u}$ en $X_2 \rightarrow \mu^- c, \bar{c}\bar{s}$. De multipletten die we bij deze theorie nu krijgen zijn vrij verschillend, we krijgen hier quintetten en decupletten.

$$\begin{aligned} \bar{5} &= \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \\ \bar{d}_R \\ \bar{d}_B \\ \bar{d}_G \end{pmatrix}_{LH} \\ 10 &= \begin{pmatrix} 0 & e^+ & d_R & d_B & d_G \\ -e^+ & 0 & u_R & u_B & u_G \\ -d_R & -u_R & 0 & \bar{u}_G & \bar{u}_B \\ -d_B & -u_B & -\bar{u}_G & 0 & \bar{u}_R \\ -d_G & -u_G & -\bar{u}_B & -\bar{u}_R & 0 \end{pmatrix}_{LH} \end{aligned} \quad (324)$$

Wat we zien gebeuren, is dat de som van de ladingen in de multipletten 0 zal moeten zijn, $\sum_i Q_i = 0$. Dit verklaard waarom we de $-1/3$ en $2/3$ lading hebben voor onze quarks en de gelijkheid $Q(\nu) - Q(e) = Q(u) - Q(d)$.

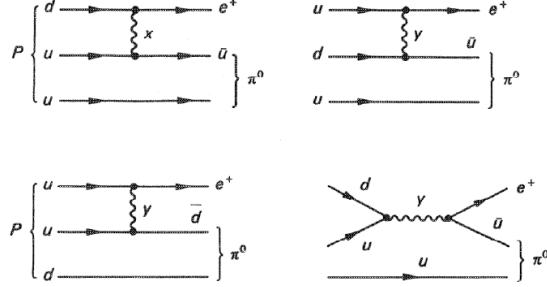


Technisch gezien is het Feynmandiagram hierboven waar te nemen. Voor het Standaardmodel weten we uit de elektrozwakke theorie dat die orthogonaal moeten staan op elkaar bij constructie: $\langle Z^0 | \gamma \rangle = 1$. Bij de berekening van het matrixelement via de Grand Unified Theory zien we iets anders tevoorschijn komen.

	I_3	Q
$(\nu_e)_{LH}$	+1/2	0
$(e^-)_{LH}$	-1/2	-1
$(\bar{d}_R)_{LH}$	0	+1/3
$(\bar{d}_B)_{LH}$	0	+1/3
$(\bar{d}_G)_{LH}$	0	+1/3

$$\begin{aligned} \sum Q (I_3 - Q \sin^2 \theta_W) &= 0 \\ \Rightarrow \sin^2 \theta_W (M_X^2) &= \frac{\sum Q I_3}{\sum Q^2} = \frac{3}{8} \end{aligned} \quad (325)$$

Zo is het mogelijk om $\sin^2 \theta_W$ te bepalen bij de GUT schaal. Evolueren we dit terug naar de schaal waar we de massa van het Z boson kennen aan de hand van $g'/g = \tan \theta_W$, dan vinden we $\sin^2 \theta_W (M_Z^2) \approx 0.21$, wat dicht bij de waarde ligt die we vandaag de dag kennen van 0.23, maar dit is nog buiten de fout. Eén groot probleem dat we nu zien, is dat het proton kan vervallen $p \rightarrow e^+ \pi^0$.



Figuur 149: Feynmandiagrammen van het protonverval

Ten eerste hebben we hier geen behoud van het baryongetal en leptongetal. We zijn dus duidelijk voorbij het Standaardmodel. Deze vervallen zullen vooral gedomineerd worden door hoe waarschijnlijk het is dat een deeltje met massa M_X aangemaakt wordt. Het dominante deel in de propagator is $\frac{1}{q^2 + M_X^2}$. Wat de levensduur betreft zal deze door de inclusie van deze massa tot de 4de macht heel groot zijn $\tau \approx \frac{1}{\alpha^2} \frac{M_X^4}{M_p^5} \sim 10^{31}$ yr. Experimenteel is dit sinds het begin van het universum nog nooit waargenomen en hebben we $\tau(p \rightarrow e^+ \pi^0) \geq 8.4 \times 10^{33}$ yr. Dit onderzoek was initieel gedaan aan Kamiokande, waar ze gewoon kijken naar een grote hoeveelheid water waar er mogelijks opeens een proton zou vervallen. Uit al deze problemen zijn we zeker dat de $SU(5)$ implementatie van de GUT zeker niet de oplossing zal zijn. Maar dit wil niet zeggen dat we er niet dicht bij komen. Er zijn hier al veel correcte elementen aanwezig. We gaan dus zoeken of een complexer alternatief wel het goede antwoord zou geven. Het probleem hierbij is dat deze steeds meer ijkbosonen geven die we niet hebben waargenomen. Het onderzoek naar leptoquarks wordt natuurlijk ook gedaan bij HERA ($e + q \rightarrow X/Y \rightarrow qq$), waar we nog niets hebben gevonden. Dit geeft aan dat er niets zou zijn tussen M_{EW} en M_{GUT} . Als ze zouden bestaan maar we nog niet aan hun massa komen, zouden we er toch al gevoelig voor moeten zijn. Denk aan de lusdiagrammen die kunnen optreden in vorige hoofdstukken.

12.9 Compositeness

Een concept dat in het verleden al heel succesvol is geweest, is veronderstellen dat de deeltjes die we nu kennen bestaan uit sub-deeltjes, gebonden door een heel sterke interactie. Deze deeltjes noemen we preonen. Een voorbeeld van zo een theorie is de Rishon-theorie. Deze introduceert 2 nieuwe deeltjes T en V , met als ladingen $Q_T = +1/3$ en $Q_V = 0$. Deze kunnen we gebruiken om de

gekende deeltjes te beschrijven:

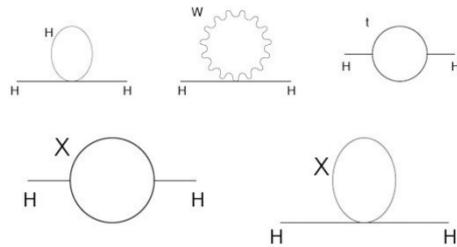
$$\begin{aligned}
 |e^+\rangle &= |TTT\rangle \\
 |\nu_e\rangle &= |VVV\rangle \\
 |u\rangle &= |TTV\rangle, |TVT\rangle, |VTT\rangle \text{ for 3 colours} \\
 |\bar{d}\rangle &= |TVV\rangle, |VT\bar{V}\rangle, |VVT\rangle \text{ for 3 colours} \\
 |W^+\rangle &= |TTTVVV\rangle
 \end{aligned} \tag{326}$$

Er is hier 1 fundamenteel probleem. Uit de diep inelastische verstrooiing hebben we voor de afmeting voor het elektron en het quark ten hoogste 10^{-18}m . Als we die deeltjes op zo een kleine plaats willen opsluiten, weten we door het Heisenbergprincipe dat de impuls van T en V rond de 200GeV zal moeten zitten. Om die 600GeV aan energie te reduceren naar enkele $m_f \sim \text{MeV}$ moeten we een bindingsenergie van de orde een $O(100s)\text{GeV}$ hebben. Het groot zijn en elkaar juist opheffen om die enkele MeV te bekomen zit niet goed. Dit is de reden waarom we denken dat we aan de effectieve bouwstenen zitten van het universum met de elementaire deeltjes.

We zouden ook nog verwachten dat onze elementaire deeltjes aangeslagen toestanden hebben. Hierbij zouden de verschillende generaties overeen komen met een hyperfijnstructuur. Indien dit zo is, zouden we deze moeten zien vervallen $f^* \rightarrow f\gamma$ en $q^* \rightarrow qg, q\gamma$, wat we ook nog niet hebben gevonden.

12.10 Supersymmetrie

Indien we geloven dat GUT bestaat, komt er 1 groot probleem naar boven, dit noemen we het hiërarchieprobleem. Bij deze schalen van $\Lambda_{GUT} \sim 10^{16}\text{GeV}$ of $\Lambda_P \sim 10^{19}\text{GeV}$ zal het Higgs boson naast de typische loopdiagrammen op de eerste rij ook de loopdiagrammen hebben met het X boson.

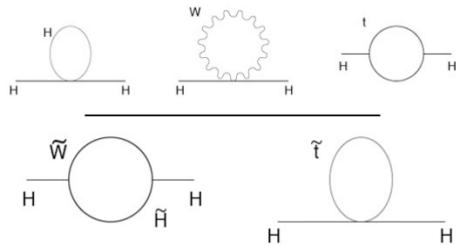


Figuur 150: Loopdiagrammen van het Higgs bij GUT en Planck schaal

Zoals eerder in kwantumveldentheorie is aangetoond, is de massa van het Higgs boson zijn naakte massa plus al de loopdiagrammen die we hier hebben.

$$M_H^2 = M_0^2 + \sum_i c_i \Lambda^2 \tag{327}$$

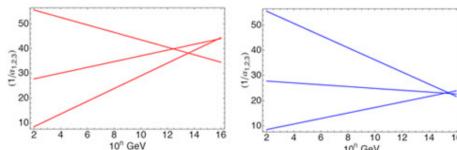
De toevoeging van de loopdiagrammen met X zullen een gigantische hoeveelheid extra massa geven aan het Higgs boson. Als er iets is voorbij het Standaardmodel, en dat moet er bijna zijn, zal bij deze schalen de zelfkoppeling van die deeltjes de massa van het Higgs boson flink opdrijven. Het probleem is dat ons Higgsdeeltje licht is, om goed te zijn zou het veel zwaarder moeten zijn. De diagrammen die we nu hebben toegevoegd zouden dus moeten gecompenseerd worden met nog andere diagrammen.



Figuur 151: Invoeren van equivalenten aan het W boson en t quark interacties

Hoe kunnen we die cancellaties nu implementeren? Introduceren we nieuwe deeltjes die koppelen aan het Higgs. Voor elke koppeling van het Higgs aan het W deeltje krijgen we een koppeling aan het \tilde{W} deeltje en hetzelfde voor de t quark en alle andere koppelingen. Door de koppeling van W te linken aan de koppeling van \tilde{W} aan het Higgs is de cancellatie ingebouwd in de theorie. Indien de overeenkomstige deeltjes zelf perfect hetzelfde zijn, heft alles elkaar op en heeft het Higgs een massa van 0. Het invoeren van dit concept is de supersymmetrie (=SUSY). Dit zou al moeten werken voor SUSY deeltjes met $M_{SUSY} < 1\text{TeV}$. In het LHC hadden we verwacht dat het Higgs boson moeilijk te vinden zou geweest zijn, maar dat we ook SUSY deeltjes zouden gevonden hebben.

Hoe zien de SUSY deeltjes er nu uit? Om dit te bekijken vergelijken we de krachten van de $SU(5)$ theorie en de supersymmetrie.



Figuur 152: Vergelijking van de krachten in $SU(5)$ en SUSY

Je ziet direct dat de krachten voor de $SU(5)$ theorie niet zullen convergeren tot 1 punt, de SUSY krachten doen dit wel bij $\sim 10^{-16}\text{GeV}$. Dit komt door de extra ingebouwde vrijheidsgraad, de massaschaal van die deeltjes. Daar kan je dus mee spelen. De voorwaarde is dat de SUSY deeltjes van de orde $\Lambda \sim 1\text{TeV}$ zijn. Op deze manier hebben we een symmetrie toegevoegd tussen de bosonen en fermionen. Deze symmetrie zien we op dit moment niet. Op dit moment zien

we een asymmetrie tussen de fermionen, die materiedeeltjes zijn, en bosonen, wat krachtdeeltjes zijn. Het is de supersymmetrie die gebroken wordt, die voor de elektrozwakke breking $\sim 100\text{GeV}$ is en voor SUSY ongeveer 1TeV .

SUSY is de laatste symmetrie tussen de fermionen en bosonen. Voor elk boson voegen we een fermion toe en voor elk fermion een boson. We hebben nu dus dubbel zo veel deeltjes. Nemen we als voorbeeld het spin $1/2$ quark u .

$$\begin{array}{llllll} \text{spin } \frac{1}{2} & u : u_L & u_R & \bar{u}_L & \bar{u}_R & (\text{3 colours}) \Rightarrow 12 \text{ d.o.f.} \\ \text{spin } 0 & \tilde{u} : \widetilde{u}_L & \widetilde{u}_R & \widetilde{\bar{u}}_L & \widetilde{\bar{u}}_R & (\text{3 colours}) \Rightarrow 12 \text{ d.o.f.} \end{array} \quad (328)$$

De SUSY equivalenten van de up quark noemen we de s(up)quark. Belangrijk is dat \widetilde{u}_L geen links handig deeltje is, deze heeft geen spin en dus geen handigheid. Zo hebben we ook de sneutrinos, de gluinos (zou 3 spin vrijheidsgraden moeten hebben, maar door massaloos te zijn is er 1 weggevallen).

$$\begin{array}{lllll} \text{spin } \frac{1}{2} & \nu : \nu_L & \bar{\nu}_R & \Rightarrow 2 \text{ d.o.f.} \\ \text{spin } 0 & \tilde{\nu} : \widetilde{\nu}_L & \widetilde{\nu}_R & \Rightarrow 2 \text{ d.o.f.} \\ \text{spin } 1 & g & 2 \text{ spin} \times 8 \text{ colour} & \Rightarrow 16 \text{ d.o.f.} \\ \text{spin } \frac{1}{2} & \tilde{g} & 2 \text{ spin} \times 8 \text{ colour} & \Rightarrow 16 \text{ d.o.f.} \end{array} \quad (329)$$

In het Standaardmodel hebben we:

- in de elektrozwakke sector

$$\begin{array}{ccccccc} & B & W^0 & W^1 & W^2 & \Phi & \\ \text{d.o.f.} & 2 & 2 & 2 & 2 & 4 & \sum = 12 \end{array} \quad (330)$$

- na de EW-symmetrie breking

$$\begin{array}{ccccccc} & \gamma & Z^0 & W^+ & W^- & H & \\ \text{d.o.f.} & 2 & 3 & 3 & 3 & 1 & \sum = 12 \end{array} \quad (331)$$

Schakelen we over naar SUSY, dan hebben we 2 scalaire velden nodig (hebben we 4 extra Higgsvelden nodig) en krijgen we:

- in de elektrozwakke sector in SUSY

$$\begin{array}{ccccccccc} & B & W^0 & W^1 & W^2 & \Phi_u & \Phi_d & & \\ \text{d.o.f.} & 2 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & & \sum = 16 \end{array} \quad (332)$$

- na de EW-symmetrie breking

$$\begin{array}{cccccccccc} & \gamma & Z^0 & W^+ & W^- & h & H & A & H^+ & H^- & \\ \text{d.o.f.} & 2 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \sum = 16 \end{array} \quad (333)$$

Al deze extra Higgs bosonen zijn nog steeds scalair, maar kunnen nu ook een lading hebben.

- Hun SUSY equivalenten zijn

$$\begin{array}{cccccccc} \text{d.o.f.} & \tilde{\chi}_1^0 & \tilde{\chi}_2^0 & \tilde{\chi}_3^0 & \tilde{\chi}_4^0 & \tilde{\chi}_1^+ & \tilde{\chi}_1^- & \tilde{\chi}_2^+ & \tilde{\chi}_2^- \\ & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array} \quad \sum = 16 \quad (334)$$

Dit zijn allemaal spin 1/2 deeltjes.

De leukste van al deze deeltjes zijn de neutralinos $\tilde{\chi}^0$ en de charginos $\tilde{\chi}^\pm$. Naast het invoeren van de symmetrie en de deeltjes zal er ook een nieuwe pariteit tevoorschijn komen, de R -pariteit. Deze pariteit maakt het onderscheid tussen deeltjes en s-deeltjes.

$$R = (-1)^{2S+3(\mathcal{B}-\mathcal{L})} \quad (335)$$

Hier komen de baryon- en leptongetallen in voor, wat van groot belang is. Indien R behouden moet zijn, volgen daar een aantal dingen uit.

- Als je een s-deeltje maakt, moet je ook zijn s-antideeltje maken, ze worden aangemaakt in paren.
- Het lichtste s-deeltje moet stabiel zijn (LSP). In de meeste modellen is dit het neutralino $\tilde{\chi}_1^0$. Omdat hij ongeladen is, zal hij enkel interageren via de zwakke interactie. Net zoals de neutrinos ontsnappen deze gewoon uit de detector en zien we dit als E_{mis} en \vec{p}_{mis} . Het neutralino heeft een massa van ongeveer 100GeV en is dus een perfecte kandidaat voor de donkere materie.
- Het baryon- en leptongetal zullen niet behouden worden, maar de combinatie $\mathcal{B} - \mathcal{L}$ wel.

Nu kunnen we beginnen zoeken naar deze deeltjes. Indien SUSY exact zou zijn, hebben we $m_P = m_{\tilde{P}}$. Dit is overduidelijk niet zo, want een up s-quark zou dezelfde massa moeten hebben als een up quark. De SUSY moet dus gebroken worden. Dit kan mogelijk gebeuren aan de hand van spontane symmetriebreking aan de GUT-schaal of via gravitatiebemiddelde breking (wat super symmetric gravity is: SUGRA). Om de massa van het Higgs boson stabiel te moeten krijgen, moet de massa schaal van de orde 1TeV zijn.

Er zijn veel verschillende modellen voor SUSY, waarvan in sommige R niet behouden is, maar wat ze allemaal gemeen hebben is dat er gigantisch veel nieuwe parameters worden toegevoegd. De zoektocht naar de correcte supersymmetrie theorie zal dus heel complex zijn.

12.11 Zoektocht naar SUSY

We overlopen hier een aantal mogelijke scenarios hoe we naar SUSY kunnen zoeken. Ten eerste kunnen we zoeken naar s-lepton productie.

$$l + \bar{l} \rightarrow Z^* \rightarrow \tilde{l} + \tilde{\bar{l}} \quad (336)$$

Maken we op deze manier bijvoorbeeld s-muonen die vervallen naar $\tilde{\mu} \rightarrow \mu + \tilde{\chi}_1^0$. Indien $m_{\tilde{\mu}} > m_{\tilde{\chi}_1^0}$ is, zal dit proces mogelijk een μ^\pm paar kunnen aanmaken.

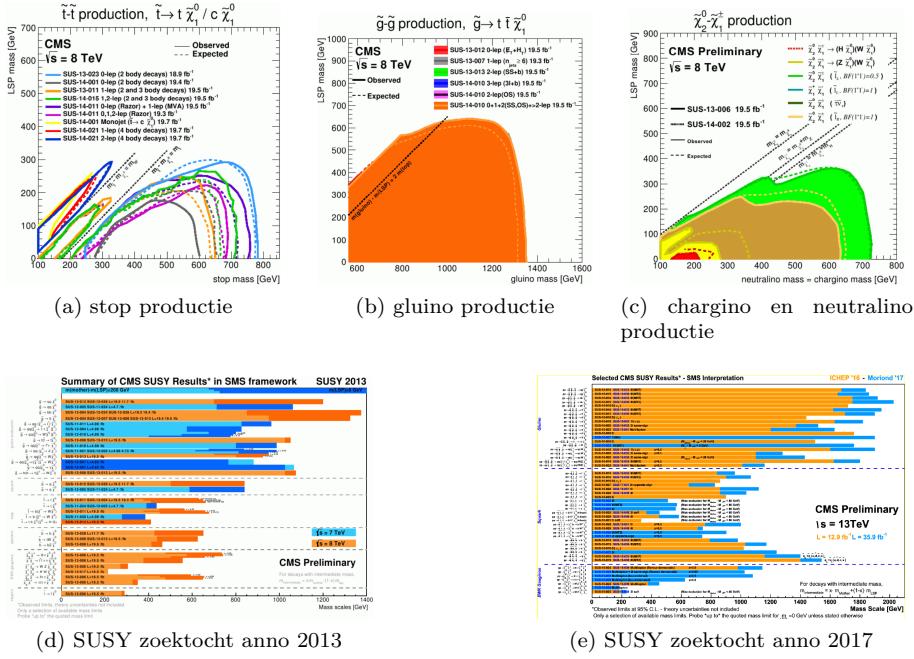
Indien $\Delta m = m_{\tilde{\mu}} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$ groot genoeg is, zouden we het paar kunnen waarnemen. Indien we het observeren, moeten we het paar waarnemen en een tekort aan energie. Dit hebben we niet gevonden.

Een ander scenario is zoeken naar s-quarks en gluinos. Deze worden aan de hand van de sterke interactie gemaakt in plaats van de zwakke. Dit moet dus gebeuren aan hadron colliders, we zouden er veel meer moeten kunnen maken. Indien $m_{\tilde{q}} \ll m_{\tilde{g}}$, dan domineert de $\tilde{q}\tilde{q}, \tilde{q}\tilde{q}$ productie. De (anti)s-quarks vervallen tot (anti)quarks $\tilde{q} \rightarrow q\tilde{\chi}_1^0$. In deze processen zien we dus 2 jets met een missende hoeveelheid energie. Een belangrijke opmerking hier is dat we de s-quarks aanmaken met de sterke interactie en dat ze vervallen aan de hand van de SUSY reactie, wat ons doet denken aan de kaonen die zullen opmengen. Indien $m_{\tilde{g}} \ll m_{\tilde{q}}$ is, domineert de $\tilde{g}\tilde{g}$ productie. Deze gluinos vervallen als volgt: $\tilde{g} \rightarrow \tilde{q}\tilde{q} \rightarrow q\tilde{\chi}_1^0$. Zo nemen we 4 jets met een deel missende energie waar.

Hetzelfde geldt voor charginos en neutralinos:

$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow \tilde{\chi}_1^\pm + \tilde{\chi}_2^0 \\ \tilde{\chi}_2^0 &\rightarrow Z^* + \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow l^+l^- + \tilde{\chi}_1^0 \\ \tilde{\chi}_1^\pm &\rightarrow W^\pm + \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow l^\pm\nu + \tilde{\chi}_1^0 \end{aligned} \quad (337)$$

Hier neem je 3 leptonen en een deel missende energie waar.



Figuur 153: Resultaten van de zoektocht naar SUSY deeltjes

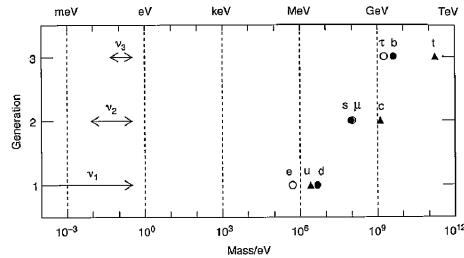
Het grote nadeel aan dit onderzoek is dat er altijd een grote background

zal zijn van al de Standaardmodel processen die ook gebeuren. In figuren 153 vinden we resultaten voor de zoektocht naar SUSY deeltjes. Hier gaan we niet te diep op in. De massa van het onderzochte deeltje wordt altijd uitgezet tegenover de massa van het lichtste supersymmetrie deeltje. In de s-top productie kan je zien dat het grootste gebied al uitgesloten is, maar dat er nog kleine gebieden over zijn waar ze zouden kunnen zitten waar veel te grote background processen zijn uit het standaardmodel.

In de samenvatting van deze zoektocht in 2017 kunnen we zien dat voor een groot deel van de faseruimte de supersymmetrie uitgesloten zal zijn, maar niet overal.

12.12 Terug neutrinos

Nog een andere aanwijzing dat het Standaardmodel niet helemaal goed zit, is de CP schending in de QCD sector. We hebben er niet echt een oplossing voor, behalve als we axionen zouden vinden. Kijken we naar de massa van neutrinos tegenover de andere leptonen.



Figuur 154: Massa van neutrinos tegenover de andere leptonen

Wat we zien is dat de massa van de leptonen die in dezelfde generatie zitten altijd dicht bij elkaar liggen, behalve voor de neutrinos. Dit geeft aan dat ze, naast het feit dat ze alleen linkshandig voorkomen, echt wel andere deeltjes zijn dan de gewone leptonen. De massa van de leptonen komt van het Higgsmechanisme. Maar waar komt nu de massa van neutrinos vandaan? De massaterm voor fermionen is gegeven door:

$$\mathcal{L}_D = -m_f \bar{f} f = -\frac{g_f}{\sqrt{2}} v (\bar{f}_L f_R + \bar{f}_R f_L) \quad (338)$$

Deze massaterm voor de fermionen in de Dirac Lagrangiaan is niet verplicht, maar blijkbaar is het wel zo. De massa van het fermion is evenredig met de koppelingsconstante aan het Higgsveld en de Higgs vacuüm term, $m_f \propto g_f v$. Voor de neutrinos zal deze g_f hoogstens 10^{-12} zijn. Belangrijk is dat het steeds een combinatie van links- en rechtschirale deeltjes zijn die koppelen aan het Higgs veld. Omdat ν_R niet interageren in het Standaardmodel, is het niet mogelijk dat neutrinos koppelen aan het Higgs veld. Het komt erop neer dat het Standaardmodel je niet verbiedt om neutrinos massa te geven, maar dit is

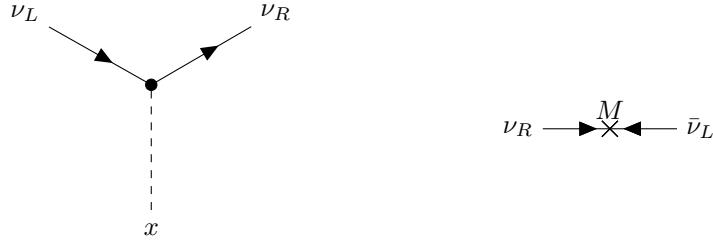
niet natuurlijk. Een theorie die de neutrinos massa geeft is de Majorana theorie, die een massaterm heeft voor de neutrinos.

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2}M(\bar{\nu}_R^c \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_R^c) \quad \nu^c = \hat{C}\hat{P}\nu \quad (339)$$

Hierbij zal ν_R^c overeen komen met een linkshandig antineutrino. Dit is mogelijk voor neutrinos, maar niet voor bijvoorbeeld elektronen, omdat CP van een elektron een positron is. Voegen we de Majorana- en Dirac-Lagrangiaan samen, dan krijgen we een meer algemene massaterm.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{DM} &= -\frac{1}{2} [m_D \bar{\nu}_L \nu_R + m_D \bar{\nu}_R^c \nu_L^c + M \bar{\nu}_R^c \nu_R] + h.c. \\ &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c. \end{aligned} \quad (340)$$

De eerste 2 termen komen overeen met de termen in de Dirac massaterm, maar dan met de aangepaste Majorana neutrino-eigentoestanden. Er is ook een extra Majoranaterm en het hermetisch toegevoegde. Dit kan dan ook herschreven worden in matrixexpressies.



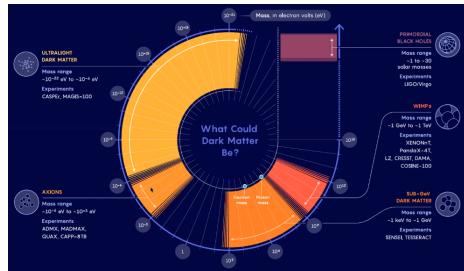
Deze 2 massa's moeten hoogstwaarschijnlijk verschillend zijn. We hebben bij neutrinos een Dirac- en Majoranacomponent, maar anderzijds hebben we ook massa-eigentoestanden. We gaan dus weer een rotatie moeten doen van de ene basis naar de andere. Deze is gegeven in vergelijking 340. Om eigentoestanden van deze matrix te krijgen, wat de fysische eigentoestanden zijn, moeten we deze diagonaliseren. We krijgen dus een opmenging van de Dirac- en Majoranamassa tot de massa-eigentoestanden.

$$m_{\pm} = \frac{M \pm M\sqrt{1 + 4m_D^2/M^2}}{2} \quad (341)$$

Als we ervan uit gaan dat de Majoranamassa veel groter is dan de Diracmassa, dan krijgen we enerzijds een licht, vooral linkshandig neutrino $m_{\nu} \approx \frac{m_D^2}{M}$ of anderzijds een zwaar, vooral rechtshandig neutrino met $m_N \approx M$. Als we nu verwachten dat de Diracmassa $\approx 1\text{GeV}$ is en de gewone neutrinosmassa $m_{\nu} \approx 0.01\text{eV}$, dan moet $M \approx 10^{11}\text{GeV}$ zijn. Dit geeft ons een verklaring waarom we enkel linkshandige neutrinos zien, dit noemen we het Seesaw mechanisme. De voorwaarde is natuurlijk dat we kunnen waarnemen dat het Majoranadeeltjes zijn. **Dit gedeelte over de massa van de neutrinos is gegeven aan andere slides dan op Ufora. Kijk hiervoor naar de opgenomen lessen.**

12.13 Zoektocht naar BSM fysica

Hoe zoeken we nu naar de Beyond Standard Model fysica? We kunnen hier direct naar zoeken (bijvoorbeeld zoeken naar SUSY deeltjes). De zoektocht naar donkere materie deeltjes gaat ook nog altijd door (zie figuur 155)

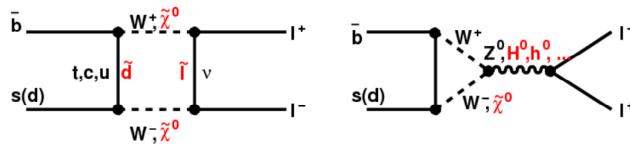


Figuur 155: Welke deeltjes zouden donkere materie kunnen zijn

Het is natuurlijk fantastisch dat we een model hebben dat alle metingen die we tot vandaag de dag hebben gedaan kan verklaren. Dit is natuurlijk jammer voor het onderzoek naar deze deeltjes. Om te zoeken naar uitzonderingen van het Standaardmodel moeten we heel precieze metingen doen van zeldzame vervallen of naar observabelen die eigenlijk verboden zijn in het SM. Het is ook mogelijk om te kijken naar het magnetische moment van het muon $g_2(\mu)$, wat zuiver QED is. Dit is makkelijk uit te rekenen. Het mooie is dat we gevoelig zijn aan alle mogelijke elektrisch geladen deeltjes. Als we een afwijking zien tussen de berekening voor de gekende deeltjes en de metingen, is er een aanleiding dat er nog geladen deeltjes zullen zijn. Het is mogelijk om deze $g_2(\mu)$ met hoge precisie te meten, waarbij we vandaag de dag een afwijking van 2.5σ hebben van de theorie. Dit kan naar de toekomst toe mogelijk bevestiging geven dat er meer geladen deeltjes moeten zijn dan we nu kennen.

12.14 B_s^0 verval

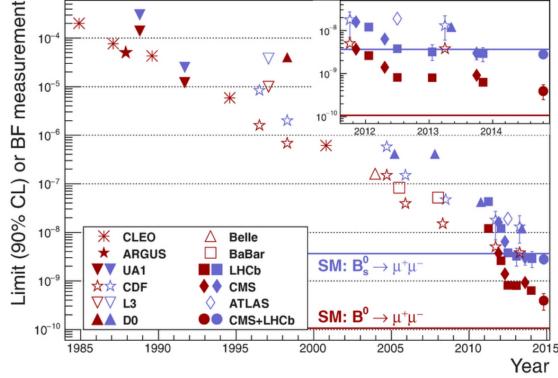
Eén van de bijna niet voorkomende gevallen is het verval van het B_s^0 meson. Deze vervaltaar 2 muonen: $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$.



Figuur 156: Feynmandiagrammen van het B_s^0 mesonverval

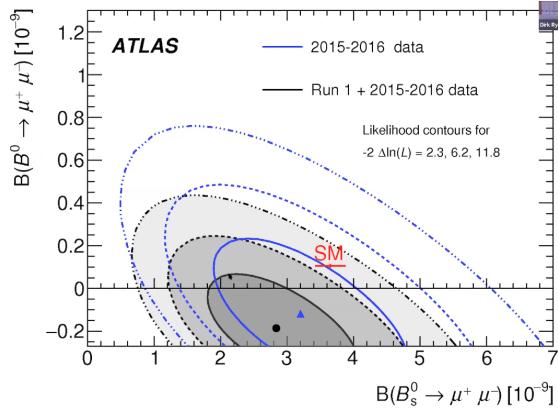
Dit is een 2de orde zwak verval en is dus heel onwaarschijnlijk. Maar 1 in de 300 miljoen B_s^0 's zullen vervallen op deze manieren als we kijken naar het Standaardmodel. Voegen we aan deze intermediaire deeltjes de SUSY deeltjes

toe, dan zouden, omdat dit zo onderdrukt wordt in het SM, de SUSY reacties zichtbaar moeten worden. De resultaten van dit onderzoek vind je in figuur 157.



Figuur 157: Resultaten van het B_s^0 verval

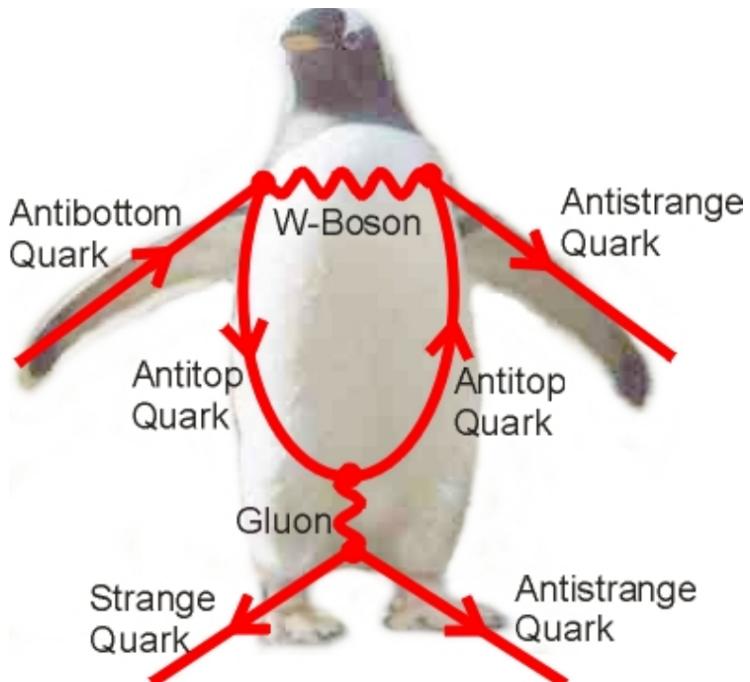
In 1985 hadden we gemeten dat de branching ratio ten hoogste 10^{-4} kon zijn, die meting is door de jaren heen verbeterd. Toen het LHC is beginnen draaien, was het voor de eerste keer mogelijk om dit verval waar te nemen met een waarschijnlijkheid die overeenkomt met deze van het Standaardmodel, wat natuurlijk jammer is. We hadden dit liever iets hoger gehad, wat aanleiding zou geven tot de SUSY deeltjes. Voor het verval van $B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ zijn we nog steeds aan het zoeken, wat mogelijks nog een 10-tal jaar zal duren.



Figuur 158: De branching ratios van het B mesonverval die we hebben vandaag de dag

We zien dat we een lichte afwijking hebben tussen de beste metingen die we vandaag de dag hebben en wat het SM voorspelt. Dit geeft ons aan dat deze heel precieze metingen heel gevoelig zijn voor die modellen voorbij het Standaardmodel.

Dit voorbeeld van het B_s^0 verval is hier gebruikt om aan te tonen dat fysici ook maar mensen zijn. Op cafe is de weddenschap ontstaan dat John Ellis in zijn volgende artikel het woord pinguïn moest opnemen. Dit heeft hij wel degelijk gedaan, waar hij sprak over het pinguïndiagram waarin een \bar{b} en een s vervallen tot 2 \bar{s} quarks.



Figuur 159: Pinguïndiagrammen