Ingeniería en Matemáticas Métodos númericos
ESFM
Instituto Politécnico Nacional

FORMULARIO PRIMER PARCIAL

Martinez Perea Emilli Ashley 3MM1

1. Herramientas cálculo

1.1. Teorema de Rolle

Supongamos que $f \in C[a, b]$ y que es diferenciable en (a, b). Si $f(a) = f(b) = 0$, entonces existirá un número C en (a,b) con f'(c)=0

1.2. Def. Derivada

Si f es una función definida en un intervalo abierto que contiene a x_0, entonces f será diferenciable en x_0 si:

$$f'(x) = \lim_{x \longrightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

1.3. Teorema del valor medio

Si $F \in C[a, b]$ y f es diferenciable en (a, b) entonces existirá un número c en (a, b) tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

1.4. Def. Límite

Sea f una función definida en un conjunto x de números reales

$$\lim_{x \longrightarrow x} f(x) = l$$

si dado cualquier $\epsilon > 0$ existe otro número real $\delta > 0$ tal que $|f(x) - l| < \epsilon$ siempre que $x = x$ y $0 < |x - x_0| < \delta$

1.5. Covergencia

Sea $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ una sucesión de números reales. La sucesión coverge a un número x con límites si $\forall \epsilon > 0 \exists$ un $N(\epsilon)$ tal que $n > N(\epsilon)$ implica

$$|x_n - n| < \epsilon$$

1.6. Teorema valor extremo

Si $f \in C[a, b]$ entonces existirá´$C_1, C_2 \in [a, b]$ con $f(C_1) \leq f(x) \leq f(C_2)$ para cada $x \in [a, b]$ si además f es diferenciable en (a,b), los número C_1 y C_2 estarán ya sea en los extremos de [a,b] o donde f' sea cero.

Hallar máximo $|f(x)| \;\; a \leq x \leq b$:

1. Obtener derivada
2. Aplicar criterio de la primer derivada y obtener puntos críticos
3. Evaluamos intervalos yøpuntos críticos, analizamos para determinar máximo y mínimo

1.7. Teorema del valor intermedio

Si $f \in C[a, b]$ y k es un número cualquiera netre $f(a)$ y $f(b)$ existirá un número C en (a,b) tal que $f(c) = k$

1.8. Teorema de Taylor

$R_n(x) = \frac{f^{n+1}}{n+1}(\xi(x))(x - x_0)^{n+1}$

$\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}}{k!}(x_0)(x - x_0)^k$

$$f(x) = Pn(x) + R_n(x)$$

1. $|cosx| \leq 1$
2. $|senx| \leq |x|$
3. $\int_a^b f(x)dx = \lim_{max \triangle x_1 \longrightarrow o} \sum_{i=1}^{n} f(z_i) \triangle x_i$

1.9. Teorema del valor medio ponderado para integrales

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(c) \int_a^b g(x)dx$$

2. Tipos de errores

2.1. Error absoluto

$$e_a = |x_T - x_a|$$

2.2. Error relativo

$$e_T = |\frac{x_T - x_a}{x_T}|$$

2.3. Error porcentual

$$e_p = |\frac{x_T - x_a}{x_T}|x100\,\%$$

3. Método Bisección

El error ε de la n-ésima iteración:

$$\varepsilon = \alpha - x_n$$

α : raíz de la ecuación $f(x) = 0$
x_n : secuencia sucesiva de aproximaciones
Definimos:

$$h_n = x_{n+1} - x_n = \varepsilon_n - \varepsilon n + 1$$

El proceso de iteración converge $\iff$ $\varepsilon_n \longrightarrow 0$ cuando $n \longrightarrow \infty$.
Método:

1. Buscamos un intervalo donde haya un cambio de signo para asegurar que hay una raíz entre ese intervalo

2. Iteramos a partir de los extremos del valor inicial, obtenemos punto medio y evaluamos el punto medio en la función.

3. seleccionamos el intervalo más conveniente de acuerdo a los extremos y punto medio (el valor de evaluar es independiente).

4. repetimos paso 2 y 3 hasta que el valor evaluado en la función tengo error en las cifra significativa que indica el problema

4. Metodo iteracion de punto fijo

Condiciones para la existencia y unicidad de un punto fijo:

4.1. Teorema 2.3

1. Si $g(x) \in C[a, b]$ y $g(x) \in [a, b]$ para todas $x \in [a, b]$

2. $g'(x) existeen (a, b)$ y hay una constante positiva k¡1 con
$$|g'(x)| \leq k \quad \forall x \in (a, b)$$