3.12 a) För höjden y gäller

E

$$y = h - \frac{gt^2}{2}$$ där $h = 20$ m är starthöjden

När stenen slår ner på vattnet är $y = 0$

$$0 = h - \frac{gt^2}{2} \Leftrightarrow \frac{gt^2}{2} = h \Leftrightarrow t^2 = \frac{2h}{g}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20\,\text{m}}{9{,}82\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \underline{\underline{2{,}0\ \text{s}}}$$

b) Under denna tid har stenen förflyttat sig

$$x = v_0 \cdot t = 9{,}0\,\text{m/s} \cdot 2{,}0\,\text{s} = 18\ \text{m}$$

i horisontell led.

3.13 a) $v_y = v_{0y} - gt \Leftrightarrow gt = v_{0y} - v_y$

E

$$\Leftrightarrow t = \frac{v_{0y} - v_y}{g} = \frac{16\,\text{m/s} - (-16\,\text{m/s})}{10\,\text{m/s}^2} = \frac{32\,\text{m/s}}{10\,\text{m/s}^2} = 3{,}2\ \text{s}$$

b) Efter denna tid befinner sig denna punkt på samma höjd $y = 0$ (energiprincipen!). Avståndet är då endast horisontellt;

$$x = v_{0x} \cdot t = 12\,\text{m/s} \cdot 3{,}2\,\text{s} = \underline{\underline{38\ \text{m}}}$$

c) $v_x = v_{0x} = 12$ m/s

$v_y = v_{0y} - gt = 16\,\text{m/s} - 10\,\text{m/s}^2 \cdot 0{,}4\,\text{s} = 12\,\text{m/s}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 17\,\text{m/s}$ $\quad \tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 45°$

d) $v_x = v_{0x} = 12$ m/s

$v_y = v_{0y} - gt = 16\,\text{m/s} - 10\,\text{m/s}^2 \cdot 1{,}6\,\text{s} = 0$

$v = 12$ m/s $\quad \alpha = 0$.

3.13 e) $v_x = v_{0x} = 12\,m/s$

$v_y = v_{0y} - gt = 16\,m/s - 10\,m/s^2 \cdot 2{,}8\,s = -12\,m/s.$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 17\,m/s \qquad \tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = -1$

$\alpha = -45°$

f) $x = v_{0x} \cdot t = 12\,m/s \cdot 2{,}8\,s = 33{,}6\,m$

$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = 16\,m/s \cdot 2{,}8\,s - \frac{10\,m/s^2(2{,}8\,s)^2}{2} = 5{,}6\,m$

$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \underline{\underline{34\,m}}$

3.14 C a) $x = v_{0x} \cdot t$

$\Leftrightarrow \quad t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{110\,m}{22\,m/s} = 5{,}0\,s$

b) Halva tiden som i a) eftersom den högsta punkten ligger i mitten av banan: $t = 2{,}5\,s$

c) I den högsta punkten är $v_y = 0$.

Ur $v_y = v_{0y} - gt$ och $v_y = 0$ följer

$v_{0y} = gt = 9{,}82\,\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}5\,s = 24{,}55\,m/s \approx 25\,m/s$

d) $h = y(2{,}5\,s) = v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = (gt)\cdot t - \frac{gt^2}{2}$

$= \frac{gt^2}{2} = \frac{9{,}82\,m/s^2 \cdot (2{,}5\,s)^2}{2} = \underline{\underline{31\,m}}$

3.15 $X = V_0 \cdot \sin\alpha \cdot t$

A $y = V_{0y} \cos\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

$y=0 \Leftrightarrow V_{0y}\cos\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$

$\Leftrightarrow t\left(V_{0y}\cos\alpha - \frac{gt}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow t=0$ eller $V_{0y}\cos\alpha = \frac{gt}{2}$

Tiden då släggan släpps. $\Leftrightarrow \frac{2V_{0y}\cos\alpha}{g} = t$ tiden då släggan landar

Sätt in t i X(t):

$$X = \frac{V_0\sin\alpha \cdot 2V_0\cos\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

här $\alpha = 45° \rightarrow \sin 2\alpha = \sin 90° = 1$

$$X = \frac{V_0^2}{g} \Leftrightarrow V_0 = \sqrt{g \cdot X} = \sqrt{9{,}82\tfrac{m}{s^2} \cdot 80m} = \underline{\underline{28m/s}}$$

OBS! Denna analys utgår ifrån att släggan landar på samma höjd som den släpps ifrån, vilket ju inte är särskilt realistiskt...

3.16 Om vi tittar på rörelsen i vertikal led så ser

C vi att det är en sammansatt rörelse:

$$y = \underbrace{V_{0y} \cdot t}_{} \underbrace{- \frac{gt^2}{2}}_{}$$

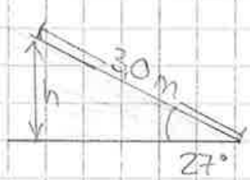
likformig rörelse, så som man siktar (den streckade linjen)

fritt fall ⇒ Tiden som stenen rör sig är den som krävs för att falla 5,0 m!

$$t^2 = \frac{2AP}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}0m}{9{,}82\frac{m}{s^2}}} = 1{,}0\ s$$

3.17 Vi söker starthastigheten v_0 till storlek
A och vinkel.
Vinkeln kommer motsvara takets lutning;
$\alpha = -27°$.
För hastighetens storlek används energiprincipen (Isbiten glider friktionsfritt!)

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{2gh}$$



$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} \cdot 3{,}0 m \cdot \sin 27°}$$
$$= 5{,}17 \ m/s$$

Falltiden t: $y = v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2}$ $\quad y = -4{,}0 m$

$$0 = -\frac{gt^2}{2} + v_{0y} \cdot t - y$$

$v_{0y} = 5{,}17 \ m/s \cdot \sin(-27°)$
$= -2{,}35 \ m/s$

$$0 = t^2 - \frac{2v_{0y}}{g} \cdot t + \frac{2y}{g}$$

$v_{0x} = 5{,}17 \ m/s \cdot \cos(27°)$
$= 4{,}61 \ m/s$

$$t_{1,2} = \frac{v_{0y}}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2 - \frac{2y}{g}}$$

$$= \frac{-2{,}35 \ m/s}{9{,}82 \ m/s^2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2{,}35 \ m/s}{9{,}82 \ m/s^2}\right)^2 + \frac{8{,}0 m}{9{,}82 \frac{m}{s^2}}}$$

$$= -0{,}239 s \pm 0{,}934 s$$

$t_1 = 0{,}695 s \approx 0{,}70 s \quad (t_2 = -1{,}173 s \approx -1{,}17 s)$

$x = v_{0x} \cdot t_1 = 4{,}61 \ m/s \cdot 0{,}70 s = 3{,}2 m$

3.18 a) Fall 1: $\alpha = 15°$ $\qquad v_{0x} = 30\,m/s \cdot \cos 15° = 29\,m/s$

C

Ur $x = v_{0x} \cdot t$ fås

$$t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{45m}{29m/s} = \underline{\underline{1{,}6\,s}}$$

Fall 2: $\alpha = 75°$ $\qquad v_{0x} = 30\,m/s \cdot \cos 75° = 7{,}8\,m/s$

$$t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{45m}{7{,}8\,m/s} = \underline{\underline{5{,}8\,s}}$$

b) Den högsta höjden nås efter halva tiden i (a):

Fall 1: $\alpha = 15°$: $\qquad v_{0y} = 30\,m/s\ \sin 15° = 7{,}8\,m/s$

$$y_{max} = v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 7{,}8\,m/s\ 0{,}80s - \frac{10\,m/s^2 (0{,}8s)^2}{2}$$

$$= \underline{\underline{3{,}0\,m.}}$$

Fall 2: $\alpha = 75°$ $\qquad v_{0y} = 30\,m/s \cdot \sin 75° = 29\,m/s$

$$y_{max} = v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 29\,m/s \cdot 2{,}9\,s - \frac{10\,m/s^2 \cdot (2{,}9s)^2}{2} = \underline{\underline{42\,m}}$$

3.19 $\qquad y = 4A \frac{x}{B}\left(1 - \frac{x}{B}\right)$

A

Kastlängden fås då $y = 0$

$$y = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x = 0}_{\text{utkastläget}} \quad \text{eller} \quad \left(1 - \frac{x}{B}\right) = 0$$

$x = B$ kastvidd.

Stighöjden fås då när $x = \frac{B}{2}$ (mittemellan $x = 0$ och $x = B$)

insättning ger:

$$y = 4A \frac{B/2}{B}\left(1 - \frac{B/2}{B}\right) = 4 \cdot A \cdot \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 4A \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 4A \frac{1}{4} = A$$

Kastvidden är alltså B och kasthöjden A.