Diskret matematik 2018-04-10 #8

Fermats lilla sats

Om a är ett heltal, p ett primtal, och $p \nmid a$, då är

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod p$$

Bevis då $p = 7$

Ta talet a och titta på de 6 talen

$a, 2a, 3a, 4a, 5a, 6a$

Dessa, när reducerade mod p, är precis

$1, 2, 3, 4, 5, 6$ (ev i omvänd ordning)

$a, 2a, \ldots, 6a$ annorlunda mod 7?

ja: Om t.ex. $3a \equiv 5a \pmod 7$
då är $2a \equiv 0 \pmod 7$
så $a \equiv 0 \pmod 7$
men det stämmer inte

$$a^6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \equiv a \cdot (2a) \cdot (3a)(4a)(5a)(6a) \equiv 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \pmod 7$$

$$a^6 \equiv 1 \pmod 7$$

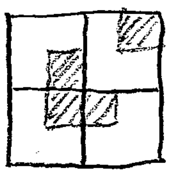
Låt $n \geq 1$

Oavsett hur man tar bort en ruta från ett $2^n \times 2^n$-bräde, så går det att täcka brädet med -brickor ('triominoes')

Bastfall $n = 1$ 2×2-bräde med 1 ruta borttagen

Oavsett ruta går denna att täcka med L-brickor

Induktionssteget Anta att jag kan täcka alla $2^{n-1} \times 2^{n-1}$-bräden med en ruta borttagen.
Då kan jag göra det för $2^n \times 2^n$ enligt bilden



Slutsats Eftersom $n=1$ fallet håller och fallet $n=k$ innebär fallet $n=k+1$ så håller påståendet för alla $n = 1, 2, 3 \ldots$ ∎