O.S.

Institutionen för matematik
KTH

Problem till övning nr 2 den 27 mars, SF1610 Diskret matematik CINTE, vt2018

1. (E) Bestäm 213 $\pmod{35}$ och $(a^2+5b(3c+d)) \pmod{17}$ om $a = 53$, $b = 15$, $c = 6$ och $d = 12$.

2. (E) Bestäm den minsta positiva resten som erhålles när talet 45^{32} delas med talet 34, och bestäm $13^{120001} \pmod{61}$.

3. (E) Lös ekvationen $7x + 3 = 18$ i $\mathbb{Z}_{20}$ respektive i $\mathbb{Z}_{21}$.

4. (E) Bestäm inversen (dvs den multiplikativa inversen) till elementet 37 i $\mathbb{Z}_{119}$.

5. (E) Bestäm samtliga inverterbara element i $\mathbb{Z}_{113}$ respektive $\mathbb{Z}_{21}$.

6. (D) Finn samtliga lösningar i $\mathbb{Z}_{56}$ till systemet
$$\begin{cases} 4x + 7y = 5 \\ 3x + 2y = 8. \end{cases}$$

7. (C) Lös ekvationen $z^2 = -1$ i $\mathbb{Z}_{10}$, $\mathbb{Z}_{11}$ och $\mathbb{Z}_{17}$.

8. (C) Lös ekvationen $x^2 - 6x + 8 = 0$ i $\mathbb{Z}_{15}$.

9. (E) Låt p vara ett primtal. Visa att om $ab = 0$ för två tal a, b i $\mathbb{Z}_p$ så gäller det att $a = 0$ eller $b = 0$.

10. (D) Låt p vara ett primtal. Vilka tal i $\mathbb{Z}_p$ är sina egna multiplikativa inverser? Dvs, för vilka x i $\mathbb{Z}_p$ är $x^2 \equiv 1 \pmod{p}$?

11. (A) Visa att om p är ett udda primtal så är
$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (p-1) \equiv -1 \pmod{p}.$$
(Hint: relaterat till förra frågan.)

12. (E) Vilket naturligt tal är $(1011001)_2$?

13. (E) Skriv i basen 2 talet 213.

14. (E) Skriv talet $(2121)_3$ i basen 2.

Svar

1. 10
2. (a) 1
   (b) 13.
3. (a) 5
   (b) Lösning saknas.
4. 74.
5. (a) $1, 2, 3, \ldots, 112$
   (b) $1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20$.
6. $x = 38$, $y = 3$
7. (a) 3, 7
   (b) Lösning saknas.
   (c) 4, 13.
8. 2, 4, 7, 14.
9. –
10. ± 1. Bevisa det!
11. –
12. 89.
13. $(11010101)_2$.
14. $(1000110)_2$.

E-mail address: `sisask@kth.se`