O.S. Institutionen för matematik
KTH

Problem till övning nr 1 den 22 mars, SF1610 Diskret matematik CINTE, vt2018

1. Bestäm via Euklides algoritm den största gemensamma delaren till talen 217 och 371.

2. Bestäm samtliga lösningar till de diofantiska ekvationerna

$$217m + 371n = 1, \quad 217m + 371n = 7, \quad \text{och} \quad 217m + 371n = 21.$$

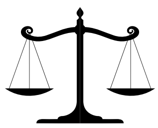
3. Bestäm samtliga lösningar till den diofantiska ekvationen

$$315m + 390n = 90.$$

4. Om en vägg med dimensioner 3,15 m × 3,90 m ska täckas med kvadratiska kakelplattor, hur stora kan plattorna vara? (Ignorera skarvar.)

5. Om en har en stor bunt vikter som vardera väger 40 g och 70 g, kan en få fram en vikt på 370 g? Om det går, hur många av varje sorts vikt ska en ta?

6. Om en också har en balansvåg, kan en använda dessa vikter för att se om något väger 5 g? 10 g? 20 g?



7. Faktorisera 408, 678 och 7200 i produkter av primtal.

8. Är 229 ett primtal? 221?

9. Bestäm utan att använda Euklides algoritm

$$\gcd(512 \cdot 25, 128 \cdot 125) \quad \text{och} \quad \operatorname{lcm}(512 \cdot 25, 128 \cdot 125).$$

10. Visa att om $d = \gcd(m, n)$ så är talen m/d och n/d relativt prima.

11. Visa att om a och b är relativt prima tal så gäller det att

$$\gcd(a + b, a - b) \in \{1, 2\}.$$

12. Är $7 \times 31 \times 53 \times 59 = 17 \times 23 \times 29 \times 61$? Inga elektroniska hjälpmedel!

13. Visa med hjälp av aritmetikens fundamentalsats att om a, b och c är heltal med $a^2 = b \cdot c^2$ så är b en kvadrat (dvs det finns ett heltal m så att $b = m^2$).

14. (*) Ett reellt tal x kallas *rationellt* om det kan skrivas som $x = a/c$ för två heltal a och c, och annars kallas det *irrationellt*. Visa med hjälp av föregående påstående att kvadratroten $\sqrt{n}$ ur ett positivt heltal n är antingen ett heltal eller irrationellt.

Svar

1. 7
2.

$= 1:$ inga lösningar;
$= 7:$ $m = 12 + 53k, \quad n = -7 - 31k$ för godtyckliga heltal k;
$= 21:$ $m = 36 + 53k, \quad n = -21 - 31k$ för godtyckliga heltal k.

3. $m = 30 + 26k$, $n = -24 - 21k$ för godtyckliga heltal k.
4. $15\,\text{cm} \times 15\,\text{cm}$.
5. Ja: $370 = 4 \cdot 40 + 3 \cdot 70$.
6. 10 och 20: ja, 5: nej.
7. $408 = 2^3 \cdot 3 \cdot 17$, $678 = 2 \cdot 3 \cdot 113$, $7200 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.
8. Ja. Nej.
9. $128 \cdot 25$ och $512 \cdot 125$.
10. –
11. –
12. Nej.
13. –
14. –

E-mail address: `sisask@kth.se`