Då fås $y_p'(x) = 2Ax + B$

$y_p''(x) = 2A$

Sätt in dessa i

$y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x$

$\Rightarrow 2A - 2(2Ax + B) + 5(Ax^2 + Bx + K)$

$= 5x^2 - 4x$ <u>GyMa</u> Förenkla!

$\vdots$

$\Rightarrow \underline{5A}x^2 \underline{-4A}x + \underline{5B}x + 2A - 2B + 5K$

$= \underline{5}x^2 \underline{-4}x$ <u>Mål</u> Hitta A, B, K

<u>Knep</u> Matcha termerna av samma slag

$$\begin{cases} 5A = 5 & \text{för } x^2\text{-termerna} \\ -4A + 5B = -4 & \text{för } x\text{-termerna} \\ 2A - 2B + 5K = 0 & \text{för konstanttermerna} \end{cases}$$

<u>GyMa</u> ger $\begin{cases} A = 1 \\ B = 0 \\ K = -2/5 \end{cases}$

Slutsats $y_p(x) = Ax^2 + Bx + K$

$$= x^2 - \frac{2}{5}$$

Svar Allmän lösning:

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x)$$

$$= \left(C\sin(2x) + D\cos(2x)\right)e^x + x^2 - \frac{2}{5}$$

Tabell med populära ansatser

Ex. högerled	ansats
polynom: $x^2 - 7$	$Ax^2 + Bx + C$
$2e^{4x}$	Ae^{4x}
$\sin(3x)$	$A\sin(3x) + B\cos(3x)$
$-2\cos(3x)$	$A\sin(3x) + B\cos(3x)$
$x \cdot e^{2x}$ (polynom, exp.funktion)	$(Ax + B) \cdot e^{2x}$ (*)
$\ln x$	överkurs

(*) Ansatsen $(Ax+B)\cdot Ce^{2x}$ går bra men behövs inte:

$$(Ax+B)\cdot Ce^{2x}$$

$$= (\underbrace{AC}_{\text{döp om}}x + \underbrace{BC}_{\text{döp om}})e^{2x}$$

$$= (K_1 x + K_2)e^{2x}$$

2019.03.08 #1 #KTH

$$y'' - y' - 2y = 12e^{-t}$$

Del 1 Homogen lösning: läxa!

$$y_h(t) = \underbrace{Ce^{-t} + De^{2t}}_{\text{från } r_1=-1 \text{ och } r_2=2}$$

Del 2 Partikulär lösning:

ANSATS: $y_p(t) = Ae^{-t}$

$y_p'(t) = -Ae^{-t}$, $y_p''(t) = Ae^{-t}$

Sätt in i $y'' - y' - 2y = 12e^{-t}$

$$\Rightarrow Ae^{-t} - (-Ae^{-t}) - 2Ae^{-t} = 12e^{-t}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = 12e^{-t}$$

Det makar ingen sans!

Ansatsen funkar/duger inte då

Ae^{-t} också är en homogen lösning.

Förbättring Multiplicera ansatsen med t^m, där m är det minsta positiva heltalet sådant att ingen term i ansatsen är en lösning till den homogena ekv.

Här $y_p(t) = Ae^{-t}$ förbättras till

$$y_p(t) = Ate^{-t} \quad (\text{dvs. } m = 1)$$