Derivera med produktregeln:

$$y_P'(t) = \underline{\underline{Ae^{-t}}} - \underline{\underline{Ate^{-t}}}$$

$$y_P''(t) = -\underline{\underline{Ae^{-t}}} - (\underline{\underline{Ae^{-t} - Ate^{-t}}})$$

$$= -2Ae^{-t} + Ate^{-t}$$

Sätt in i $y'' - y' - 2y = 12e^{-t}$

och dividera båda led med e^{-t}:

$$-2Ae^{-t} + Ate^{-t} - (Ae^{-t} - Ate^{-t}) - 2Ate^{-t} = 12e^{-t}$$

$$\Rightarrow -2A + At - A + At - 2At = 12$$

$$\Rightarrow -3A = 12 \Rightarrow A = -4 \quad \text{Voilà!}$$

<u>Slutsats</u> $y_P(t) = Ate^{-t} = -4te^{-t}$

<u>Svar</u> $y(t) = y_h(t) + y_P(t)$

$$= Ce^{-t} + De^{2t} - 4te^{-t}$$

Tillämpningar av derivator

Växande & avtagande funktioner

Sats Låt f vara kontinuerlig och deriverbar på ett intervall I.

Om $f'(x) > 0 \;\forall\, x \in I$, är f strängt växande på I.

Om $f'(x) < 0 \;\forall\, x \in I$, är f strängt avtagande på I.

2020.06.03 #3 $\quad f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^4+1}}$ #KTH

Bestäm de intervall där f är strängt växande resp. avtagande.

Lösning Steg 1 Derivera f med kvotregeln: $\left(\dfrac{F}{G}\right)' = \dfrac{F'G - FG'}{G^2}$

Läxa Derivera och få

$$f'(x) = \frac{1-x^4}{(1+x^4)^{3/2}}$$

Steg 2 Bestäm alla stationära (synonym: kritiska) punkter till f, dvs. x-värden där $f'(x) = 0$:

$$\frac{1-x^4}{(1+x^4)^{3/2}} = 0 \Rightarrow 1 - x^4 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x^4 = 1$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = -1$$

$$x_2 = 1$$

valfria x-värden

Steg 3 Teckentabell: Tag 3 testpunkter:

kritiska punkter

x	-2	-1	0	1	2
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

$f'(0) = 1 > 0$

$f'(2) < 0$

$f'(-2) < 0$

Svar f är

strängt växande på $\overbrace{[-1,1]}^{\text{alt. } (-1,1)}$

strängt avtagande på $(-\infty,-1]$

resp. $\underbrace{[1,\infty)}_{\text{alt. } (1,\infty)}$