Enwurre SF1625 VT16: Inför tentamen

Informell text skriven av Tâm Vũ. Används på egen risk. Tryckfle kan förekomma.

I. Officiella utlåtanden

Efter genomgången kurs ska studenten för godkänt betyg kunna:

- Använda, förklara och tillämpa de viktigaste grundbegreppen och problemlösningsmetoderna från differential- och integralkalkyl i en variabel, särskilt:
  - Redogöra för de elementära funktionernas grundläggande egenskaper, såsom t ex potenslagar, logaritmlagar och trigonometriska formler, samt använda dessa i problemlösning och beräkningar
  - Beräkna derivator med hjälp av bl a produktregeln, kvotregeln och kedjeregeln
  - Använda derivata för att undersöka en funktions egenskaper, t ex avgöra frågor om växande och avtagande, skissera funktionsgraf, bestämma tangent, bevisa olikheter och hitta extremvärden
  - Använda Taylors formel för att approximera funktioner med polynom till given noggrannhet
  - Redogöra för Riemann-integralens definition och tillämpningar, samt approximera integraler med Riemannsummor
  - Beräkna integraler med hjälp av primitiv funktion, partiell integration, variabelsubstitution och partialbråksuppdelning
  - Redogöra för analysens huvudsats om sambandet mellan derivata och integral, samt använda denna i problemlösning och beräkningar
  - Lösa vissa linjära ordinära differentialekvationer med konstanta koefficienter och redogöra för hur dessa uppkommer i tillämpningar
  - Beräkna gränsvärden och använda dessa för att studera funktioners beteende lokalt eller asymptotiskt
  - Avgöra om en given funktion är inverterbar och om möjligt beräkna inversen
  - Avgöra om vissa serier är konvergenta eller divergenta och om möjligt beräkna dem
- Ställa upp enklare matematiska modeller för tillämpade förlopp som kan beskrivas med hjälp av funktioner av en variabel, samt diskutera sådana modellers relevans, rimlighet och noggrannhet
- Läsa och tillgodogöra sig matematisk text om funktioner av en variabel och deras tillämpningar, samt kommunicera matematiska resonemang och beräkningar inom detta område muntligt och skriftligt på ett sådant sätt att de är lätta att följa.

För högre betyg ska studenten dessutom kunna:

- Redogöra för envariabelanalysens teori, med definitioner, satser och bevis
- Generalisera och anpassa metoderna så att de passar i delvis nya situationer
- Lösa problem som kräver en kombination av metoder eller mer omfattande beräkningar i flera steg
- Lösa mer avancerade problem om t ex gränsvärden, serier, integraler och tillämpningar

(Källa)

I kursboken Calculus av Adams ingår kapitel P och kapitel 1-9 samt avsnitt 18.6 i kursen, men följande avsnitt kan hoppas över helt: 4.7, 4.11, 6.4, 6.7, 7.9, 8.3, 8.4, 8.6 samt 9.4-9.9.

I kapitel 6.8 ingår endast avsnittet om användning av Taylors formel, inget anat.

I kapitel 7.4-7.8 behöver man inte memorera formler från fysik, ekonomi osv, men man behöver kunna metoden att härleda integraler med hjälp av Riemannsummor[*]. Det är alltså metoden som är viktig, inte de enskilda exemplen.

(Källa)

[*] Tâm’s anmärkning: Man behöver inte alltid härleda integraler med hjälp av Riemannsummor. Ett enklare sätt är att se på en integral som en summa av oändligt många infinitesimala integrationselement såsom dV, dL, dm osv. som jag visade på övning 12 den 29 februari 2016.

Se t ex sidor 405 och 406 i kursboken där författarna härleder integralformeln för beräkning av en kurvas längd. På sida 405 ser man en (superjobbig) härledning med hjälp av Riemannsummor med x_i, x_{i-1}, Δx_i osv. På nästa sida 406 ser man en enligt mig betydligt skönare härledning med hjälp av infinitesimala integrationselement dx, dy och ds. På övning 12 använde jag beteckningen dL istället för ds (engelska: length, latin: spatium).

II. Stukan

Nedan följer en färgkodad lista över kurslitteraturens kapitel, vilken studenter som läser SF1625 kan utgå ifrån för att underlätta pluggandet. Innehåll i detta avsnitt grundas på författarens erfarenheter som matematikstuderande och saknar fullständigt anslutning till KTH:s allmänna förhållningssätt.

Färgkoder som används är

- Kolla noga på detta kapitel för att du ska ha en god chans att klara tentan
- Kolla något noga på detta kapitel om du siktar på ett högre betyg än C
- Kolla på detta kapitel endast om du älskar matte eller/och har för mycket fritid (Saker som ingår här kommer ytterst sällan, typ ”once in a blue moon”, och om de kommer så kommer de bara på del C.)

Kap.			
P	P.1 absolute value, equations and inequalities P.2 equations of lines P.3 circles, parabolas	P.3 ellipses, hyperbolas P.7 addition formulas	

Commented [F1]: Räcker med deras ekvationer och placeringar i xy-systemet.

	P.4 even and odd functions P.5 composite functions, piecewise defined functions P.6 how to find zeros of a polynomial, and factor it P.7 identities, special angles		
1	1.2 limits, squeeze theorem 1.3 limits at infinity 1.4 continuity at a point	1.4 continuous extensions, intermediate-value theorem	1.5
2	2.2 differentiation rules 2.3 differentiation rules (cont.) 2.4 chain rule 2.5 derivatives of trigonometric functions 2.6 second derivative 2.7 approximating small changes 2.11 velocity and acceleration	2.2 differentiating the absolute value function 2.8 mean-value theorem for derivatives	2.9
3	3.1 definitions and properties of inverse functions 3.2 law of exponents and logarithms 3.3 law of natural exponents and logarithms 3.4 growth and decay 3.7 homogeneous differential equations	3.3 logarithmic differentiation 3.5 inverse trigonometric functions 3.6 hyperbolic functions	
4	4.3 l'Hospital's rule 4.4 extreme values 4.6 graph sketching 4.10 Taylor's formula	4.1 related rates 4.5 concavity and inflection points 4.6 asymptotes 4.8 extreme-value problems	4.2 4.9
5	5.1 sigma notation 5.4 properties of definite integrals (p. 306) 5.5 fundamental theorem of calculus, part II 5.6 substitution method (p. 318-320) 5.7 area of a region	5.3 integrals and Riemann sums 5.4 mean-value theorem for integrals 5.5 fundamental theorem of calculus, part I 5.6 trigonometric integrals	5.2 5.3
6	6.1 integration by parts 6.2 partial fraction decomposition 6.5 improper integrals	6.5 comparison theorem, convergence and divergence	6.3

Commented [F2]: Det räcker med att minnas följande:
1)En kvantitet som ändras med tiden kan beskrivas med en funktion $A(t)$.
2) Hur snabbt denna kvantitet ökar eller minskar (=förändringshastighet) kan beskrivas med den första derivatan $A'(t)$.
3) Hur snabbt förändringshastigheten ökar eller minskar (=acceleration) kan beskrivas med den andra derivatan $A''(t)$.

Commented [F3]: Förståelsen av det ena avsnittet medför förståelsen av det andra.

Commented [F5]: Räcker med att känna igen dem och kunna deras ömsesidiga derivator. Om de kommer, står Definition 15 oftast i uppgiftens formulering.

Commented [F4]: Kolla även på 18.6 för att försäkra E-betyget. Det kan vara lite tidskrävande men mycket värt att öva på.

Commented [F7]: Detta är bara ett specialfall av Taylorutvecklingar från 4.10.

Commented [F6]: Big-O notation är inte helt nödvändig. Prioritera resttermen på Lagrange-form och B-form som jag visade på övningarna.

Commented [F8]: Kolla endast på hur man använder sigma-notationen och möjligtvis hur en aritmetisk summa beräknas. Strunta helt i saker anknutna till Theorem 1, s. 292.

Commented [F9]: Kolla endast på hur en integral uppskattas med en Riemann-summa med typ högst 4 termer.

Commented [F10]: Kolla svenska böcker, mina anteckningar och extentor istället. Lite knas med kurslitteraturen just här.

7	7.1 volumes of revolution, slicing method	7.1 cylinderical shell method 7.3 arc length, surface area	7.2 7.4 7.6 7.7
8			8.1 8.2 8.5
9		9.1 introduction to sequences and series 9.2 geometric series 9.3 integral test, p-series (p. 512), comparison test	
18		18.6 nonhomogeneous differential equations	

Commented [F11]: Det här är ju ingen kurs i fysik eller ekonomi. ”Lämpligare” problem om integraler hittar du t ex i tentan 2010-03-18.

Commented [F12]: Passar bättre in i flervarren.