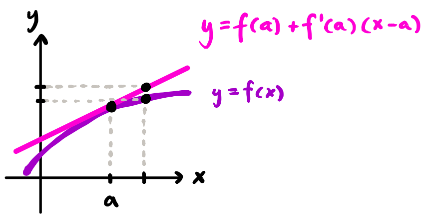
F5 DIFFERENTIERBARHET & linjär approximation

LARS FILIPSSON

Linnéa Gustafsson
linneag2@kth.se

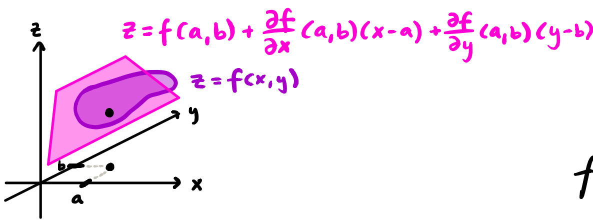
$\mathbb{R}$ till $\mathbb{R}$



$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a)$$

$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$ för x nära a

$\mathbb{R}^2$ till $\mathbb{R}$

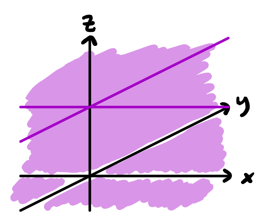


MEN, kan inte veta säkert att planet approximerar z om man bara har kunskap om att de partiella derivatorna finns.

$$f(x,y) \approx f(a,b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a,b)(y-b) \text{ ?}$$

Exempel på när de partiella derivatorna existerar men det inte går att göra linjär approximation:

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{om } x=0 \text{ eller } y=0 \\ 0 & \text{om } x \neq 0,\ y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$



$f(x,y)$ ej kontinuerlig!

Om man vill ha garanti för att man har vettig linjär approximation:

KOLLA DIFFERENTIERBARHET!

täljaren ⇒ kontinuerlig

f differentierbar i (a,b):

$$\frac{\text{funktionsplanet} - \text{tangentplanet}}{\text{tillskottets storlek}} \to 0$$

nämnaren ⇒ tillräckligt snabbt

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} \frac{f(x,y) - f(a,b) - \frac{\partial f}{\partial x}(a,b)(x-a) - \frac{\partial f}{\partial y}(a,b)(y-b)}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}} = 0$$