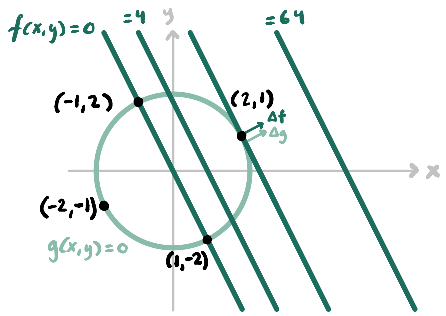
F9 – OPTIMERING MED BIVILLKOR

Lars Filipsson

Linnéa Gustafsson
linneag2@kth.se

Ex Finn största och minsta värde av $f(x,y) = (2x+y)^2$ för (x,y) som uppfyller $\underbrace{x^2+y^2-5=0}_{g(x,y)}$



Lagrangefunktion

Sök kritiska punkter till $L(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\begin{cases} 0 = \dfrac{\partial L}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial x} + \lambda \dfrac{\partial g}{\partial x} = 4(2x+y) + \lambda 2x \\ 0 = \dfrac{\partial L}{\partial y} = \dfrac{\partial f}{\partial y} + \lambda \dfrac{\partial g}{\partial y} = 2(2x+y) + \lambda 2y \\ 0 = \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = g(x,y) = x^2+y^2-5 \end{cases}$$

$\Delta f = -\lambda \Delta g \iff \Delta f, \Delta g$ parallella

$$\lambda x = -2(2x+y) = \lambda 2y$$

$\underline{\lambda = 0}$

Ger $2x+y=0 \Rightarrow \pm(1,-2)$

$f\pm(1,-2) = 0$

Vid $\pm(1,-2)$ är $\nabla f = \bar{0}$
(Blir lösning då ∇f parallell med $\bar{0}$)

$\underline{\lambda \neq 0}$

Ger $x = 2y \Rightarrow \pm(2,1)$

$f\pm(2,1) = 25$