

# Flerwurre SF1626: Inför tentamen

*Informell text skriven av Tâm Vũ. Används på egen risk.  
Tryckfel kan förekomma.*

## I. Officiella utlåtanden

Efter genomgången kurs ska studenten för godkänt betyg kunna

- Använda, förklara och tillämpa grundbegrepp och problemlösningsmetoder inom differential- och integralkalkyl i flera variabler, särskilt
  - o tolka funktionsgrafer och nivåkurvor/nivåytor och skissera sådan kurvor och ytor i enklare fall
  - o beräkna partiella derivator och använda kedjeregeln för reell- och vektorvärda funktioner av flera variabler
  - o bestämma och klassificera kritiska punkter
  - o använda Taylors formel för att approximera funktioner samt uppskatta approximationsfelets storlek
  - o använda Jacobimatrisen för att genomföra linjär approximation
  - o använda gradienten för att beräkna riktningsderivata och visa förståelse för gradientens förhållande till nivåkurvor/nivåytor
  - o lösa vissa optimeringsproblem, även med bivillkor
  - o förklara hur multipelintegraler definieras och hur de kan approximeras med hjälp av Riemannsummor.
  - o beräkna vissa multipelintegraler med hjälp av upprepad enkelintegrering och variabelbyten, speciellt till polära, cylindriska och rymdpolära (sfäriska) koordinater
  - o visa förståelse för hur man kan använda integralkalkyl för att beräkna längder, areor, volymer och andra storheter som t ex massa och tyngdpunkt
  - o redogöra för hur kurvintegraler samt yt- och flödesintegraler definieras samt genomföra beräkningar av enklare sådana med hjälp av parametrisering
  - o redogöra för och tillämpa Greens formel och Gauss sats (Divergenssatsen)
  - o förklara begreppen potential och konservativt vektorfält samt använda dessa i beräkningar
- Ställa upp enklare matematiska modeller för företeelser och förlopp som kan beskrivas med funktioner av flera variabler eller vektorvärda funktioner, och diskutera sådana modellers och deras lösningars relevans, rimlighet och noggrannhet, samt ha kännedom om hur matematisk programvara kan användas för att genomföra beräkningar inom flervariabelanalys.
- Läs och tillgodogöra sig text om flervariabelanalys och dess tillämpningar samt kommunicera matematiska resonemang och beräkningar inom detta område muntligen och skriftligen.

För högre betyg skall studenten dessutom kunna

- Visa förståelse för hur Jacobimatrisen kan användas för att avgöra om en funktion är lokalt inverterbar.
- Tillämpa implicita funktionssatsen.

- Redogöra för och tillämpa Stokes sats.
- Beräkna gränsvärden för funktioner av flera variabler och identifiera situationer när gränsvärde saknas.
- Redogöra för begreppen gränsvärde, kontinuitet, deriverbarhet och differentierbarhet för reellvärda funktioner av flera variabler.
- Lösa problem som kräver mer omfattande beräkningar i flera steg.
- Generalisera och anpassa metoder för att användas i delvis nya situationer.
- Lösa problem som kräver syntes av material och idéer från hela kursen.
- Härleda viktiga samband och satser inom flervariabelanalysen.

([Källa](#))

Nedanstående kapitel i kursboken Calculus ingår:




- **Kapitel 10** om vektorer och koordinater i tredimensionella rummet (avsnitt 10.1 och 10.6)
- **Kapitel 11** om vektorvärda funktioner och kurvor (avsnitt 11.1-11.3)
- **Kapitel 12** om partiella derivator (avsnitt 12.1-12.9)
- **Kapitel 13** om tillämpningar av partiella derivator (avsnitt 13.1-13.4)
- **Kapitel 14** om multipelintegraler (avsnitt 14.1-14.7)
- **Kapitel 15** om vektorfält (avsnitt 15.1-15.6)
- **Kapitel 16** om vektoranalys (avsnitt 16.1-16.5)

([Källa](#))

## II. Stukan

Nedan följer en färgkodad lista över kurslitteraturens kapitel, vilken **studenter** som läser SF1626 **kan** utgå ifrån för att underlätta pluggandet. Innehåll i detta avsnitt grundas på författarens erfarenheter som matematikstuderande och saknar fullständigt anslutning till KTH:s allmänna förhållningssätt.

Färgkoder som används är

-  Kolla noga på detta avsnitt för en mycket god chans att klara tentamen. Sikta alltid på ett C även om du bara vill klara kursen med ett E.
-  Kolla något noga på detta avsnitt om du siktar på ett högre betyg än C.
-  Kolla på detta avsnitt endast om du älskar matematik eller/och har för mycket fritid. Saker som ingår här förekommer relativt sällan eller är rysligt intrikata.

### Speciella förkortningar i tabellen

**2D-K** (kurvor i två dimensioner) – cirkel, ellips, rät linje & parabel

**3D-Y** (ytor i tre dimensioner) – sfär, ellipsoid, cylinder, kon & paraboloid

Kap.			
8	8.1 Endast ekvationer för <b>2D-K</b> plus kvadratkomplettering 8.2 Parametrisering, speciellt för <b>2D-K</b> 8.5 Polära koordinater (men inte polära kurvor!)		8.3 8.4
10	10.1 Geometri i tre dimensioner, begreppet ”kompakt mängd” 10.5 Endast ekvationer för <b>3D-Y</b> 10.6 Cylindriska och sfäriska (rymdpolära) koordinater		
11	11.1 Vektorvärd funktion 11.3 Båglängd (eng. arc length)		
12	12.1 Definitionsmängden och nivåkurvor 12.3 & 12.4 Partiella derivator 12.6 Jacobimatrix (funktionalmatrix) 12.7 Gradient, riktningsderivata, tangentsplan, nivåkurvor 12.8 Jacobideterminant 12.9 Taylors formel	12.5 Kedjeregeln 12.6 Linjär approximation	12.2 12.8
13	13.1 till 13.4 Optimering med bivillkor, klassificering av inre stationära punkter, Lagrangemetoden på kompakta, släta områden (cirkel, ellips, sfär osv.)	13.1 till 13.4 Optimering på icke-släta områden (rektangel, triangel osv.) eller obegränsade områden	
14	14.1 & 14.2 Itererad dubbelintegral över rektangulära, triangulära och ”nästan” triangulära (figur 14.18, s 817) områden. 14.4 Variabelbyte, både polär substitution och substitution i allmänhet 14.5 & 14.6 Trippelintegral och variabelbyte, relativt enkla integrationsområden	14.5 & 14.6 Trippelintegral, knasiga integrationsområden 14.7 Tillämpningar	14.3
15	15.1 Räcker med kännedom till vektorfält och skalärfält 15.2 Konservativa vektorfält, potential 15.3 & 15.4 Linjeintegral, speciellt längs <b>2D-K</b>	15.1 Fältlinjer 15.5 & 15.6 Ytor och parametrisering, flödesintegral utan Gauß eller Stokes’ sats	
16	16.1 Gradient, divergens och rotation (eng. curl) 16.3 Green’s formel 16.4 Gauß’ divergenssats	16.2 Några samband och identiteter 16.5 Stokes’ rotationssats	

**Commented [F1]:** Det räcker med att komma ihåg  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  och  $x^2 + y^2 = r^2$ .

**Commented [F2]:** Räcker med viss kännedom om och känsla för vissa enkla ytor. Se Exempel 2, s 566.

**Commented [F3]:** Bara en snabb introduktion. Ingen fördjupning här. Om  $\mathbf{r}(t)$  visar en partikelns läge blir dess hastighet  $\mathbf{r}'(t)$ , fart  $\|\mathbf{r}'(t)\| = r'(t)$  och acceleration  $\mathbf{r}''(t)$ .

**Commented [F4]:** Kan kopplas till 8.1.

**Commented [F6]:** Lär dig variabelträdet istället för att endast memorera formler.

**Commented [F7]:** Implicita funktionssatsen dyker ibland upp som en överraskning.

**Commented [F5]:** Se till att lära dig på vilka olika sätt dessa två saker kan tolkas.

**Commented [F8]:** Läs in lite teori och de olika namnen bara. Här ska praktiska räknefärdigheter prioriteras.

**Commented [F10]:** Hur man beräknar en kropps massa respektive masscentrum eller centroid.

**Commented [F9]:** Här avses Theorem 4, s 831.

**Commented [F11]:** Räcker med att komma ihåg de gällande differentialekvationerna. Lägg inget stort fokus här.

**Commented [F13]:** Var medveten om att grad, div och rot kan kombineras bara. Inget att memorera här.

**Commented [F14]:** Både 16.4 och 16.5 kan kopplas till 15.3, 15.4, 15.5 och 15.6.

**Commented [F12]:** Kunskap om centroiden kan underlätta mycket här.