F8 EXTREMVÄRDEN

LARS FILIPSSON

Linnéa Gustafsson
linneag2@kth.se

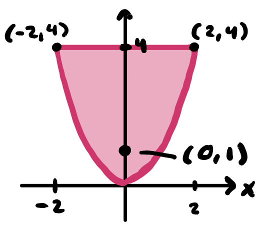
ENVARIABEL

- f har max i a om $f(a) \geq f(x)$
- f kontinuerlig på slutet, begränsat intervall garanterar existensen
- Max/min kan antas i:
  - kritiska punkter, $f'(x) = 0$
  - singulära punkter, $f'(x)$ saknas
  - ändpunkter på intervallet
- 2:a-derivatatest: $f'(a) = 0$ och $f''(a) < 0$ garanterar lokalt max i a.

FLERVARIABEL

- f har max i (a,b) om $f(a,b) \geq f(x,y)$
- f kontinuerlig på sluten, begränsad mängd garanterar existensen
- Max/min kan antas i:
  - kritiska punkter, alla partiella derivator $= 0$
  - singulära punkter, någon partiell derivata saknas
  - randpunkter
- Finns ett 2:a-derivatatest.

Ex Söker max och min för $f(x,y) = xy - x$, på området $D: x^2 \leq y \leq 4$



Sluten begränsad mängd $\Rightarrow$ max och min existerar

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = y - 1 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = x \end{cases}$$

Kritiska punkter $\Leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0$

$\Rightarrow y = 1, \; x = 0 \Leftrightarrow (x,y) = (0,1)$

$f(0,1) = 0$

$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ existerar $\Rightarrow$ finns inga singulära punkter

Randpunkterna:

$y = 4, \; -2 \leq x \leq 2$

$f(x,4) = x4 - x = 3x \Rightarrow$ min: $f(-2,4) = -6$, max: $f(2,4) = 6$

$y = x^2$

$f(x, x^2) = x^3 - x = g(x)$, lös med envariabelmetod $\Rightarrow$ min: -6, max: 6

Svar: Min: -6, max: 6