

F8 - Taylors formel

Linnéa Gustafsson
linneag2@kth.se

LARS FILIPSSON

EN VARIABEL

För x nära a :

$$f(x) \approx f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2$$

med fel $\frac{f'''(c)}{3!}(x-a)^3$, c något tal mellan a och x

Ex Approximera \sqrt{x} för x nära 1

$$\sqrt{x} \approx 1 + \frac{1/2}{1!}(x-1) + \frac{-1/4}{2!}(x-1)^2$$

TVÅ VARIABLER

För (x, y) nära (a, b) :

$$f(x, y) \approx f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x-a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y-b) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a, b)(x-a)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b)(x-a)(y-b) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a, b)(y-b)^2 \right)$$

med fel $O\left(\left(\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}\right)^3\right)$

↑
"i storleksordningen",
egentligen någon
begränsad funktion
av tredjederivator

Ex Approximera $\sqrt{2x+y}$ för (x, y) nära $(1, 2)$

$$\sqrt{2x+y} \approx 2 + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{4}(y-2) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{8}(x-1)^2 + 2 \left(-\frac{1}{16} \right) (x-1) - \frac{1}{32}(y-2)^2 \right)$$