



LARS FILIPSSON

IMPLICITA FUNKTIONER

Linnéa Gustafsson
linneag2@kth.se

Från envariabel

Vid $(1, -2)$:

$$x^4 + xy^2 + y^3 + 5 = 0, \text{ lösa ut } y = y(x)?$$

$$F(x, y) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial y} \neq 0 \Rightarrow \text{ekvationen definierar } y \text{ som funktion av } x \text{ kring given punkt.} \right)$$

= Garanterar existensen av $y(x)$ i en omgivning till punkten

För ekvationssystem

$$\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}, \text{ lösa ut } \begin{matrix} y = y(x) \\ z = z(x) \end{matrix} ?$$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{dy}{dx} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{dz}{dx} = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \frac{dy}{dx} + \frac{\partial G}{\partial z} \frac{dz}{dx} = 0 \end{cases}$$

Om vi sätter in punkten vi är intresserade av blir detta ett linjärt ekvationssystem

Villkor:

$$\det \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ \frac{\partial G}{\partial y} & \frac{\partial G}{\partial z} \end{bmatrix} \neq 0$$

För entydig lösning

Garanterar också existensen av $y(x)$ och $z(x)$ i en omgivning av punkten