

F6 - Gradient & riktningsderivata

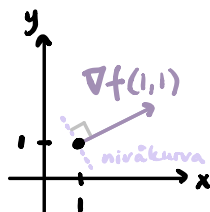
Lars Filipsson

$(\mathbb{R}^n \text{ till } \mathbb{R})$

Linnea Gustafsson
linneag2@kth.se

GRADIENT

Ex $f(x, y) = x^2 y$



$$\nabla f = \text{grad } f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) = (2xy, x^2)$$

$$\nabla f(1, 1) = (2, 1)$$

Kan se gradienten
som en vektor
som sitter i
def.mängden
till f

$\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ derivator till f i x - resp. y -riktningen.

Men man kan även tänka sig derivator i andra riktningar!

RIKTNINGSDERIVATA

Definition: $D_{\vec{u}} f(a, b) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a + hu_1, b + hu_2) - f(a, b)}{h}$

Sats: $D_{\vec{u}} f(a, b) = \vec{u} \cdot \nabla f(a, b)$ (om f diff. bar och $|\vec{u}| = 1$)

"Derivata i riktningen \vec{u} ; \vec{u} enhetsvektor"

OBS! $\nabla f(a, b)$ är ortogonal mot nivåkurvan till f genom (a, b) och pekar för maxtillväxt av f . *

Maxtillväxten är $|\nabla f(a, b)|$.

- * $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ } |\nabla f(a, b)|\text{'s riktning: } f \text{ ökar maximalt} \\ \bullet \text{ } |\text{motsatt riktning till } \nabla f(a, b)|\text{: } f \text{ minskar maximalt} \\ \bullet \text{ Längs nivåkurvan: } f \text{ konstant} \end{array} \right.$