F13 HYPOTESPRÖVNING, ENKEL LINJÄR REGRESSION

Kap. 13.1–13.3, 13.5–13.6

Linnéa Gustafsson
linneag2@kth.se

- Introduktion till hypotesprövning; p-värde
- Invertering av test av konfidensintervall (konfidensmetoden)
- Test för parametrar i normalfördelning

Kapitel 13

Hypotesprövning

Några begrepp

Den hypotes man vill testa om man ska förkasta eller ej kallas **nollhypotesen H_0**.

Mothypotesen kallas **H_1**.

Risknivån = signifikansnivån = α. α är den högsta risken vi är villiga att ta att förkasta H_0 om H_0 är sann. D.v.s. om P(förkasta H_0) om H_0 sann $< \alpha$ så förkastar vi H_0 på risknivån α (annars inte).
α bestäms på förhand.

p-värdet är P(förkasta H_0) under förutsättningen att H_0 är sann och givet att vi fått ett visst värde på testvariabeln = observationen. Om p-värdet $< \alpha$ $\Rightarrow$ Förkasta H_0 (annars inte).

Styrkefunktionen = H_θ = [se §14.1 i F.S.] = P(förkasta H_0) om θ är rätt parametervärde

Styrkan hos testet för $\theta = \theta_1$ = P(förkasta H_0: $\theta = \theta_0$) om H_1: $\theta = \theta_1$ är sann

Hypotestest

Vi har grovt sett två sätt att göra hypotestest. Antingen **konfidensintervallsmetoden** eller **p-värdesmetoden**.

p-värdesmetoden

Ex 13.1 En person påstår att den kan förutse om det blir krona eller klave.
Vi gör ett test: singlar slanten n gånger och vet att $p = \frac{1}{2}$ = slh att få rätt om man gissar. (slh = sannolikheten)
Om X = antalet gånger personen får rätt gäller att $X \in Bin(n, p)$.

H_0: $p = \frac{1}{2}$ (personen gissar)

Vi låter personen göra 12 försök.

Under H_0 gäller då att $X \in Bin(12, \frac{1}{2})$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P(X=12) &= 0.00024 \\ P(X \geq 11) &= 0.00317 \\ P(X \geq 10) &= 0.01929 \\ P(X \geq 9) &= 0.07300 \end{aligned}$$

Om vi bestämt oss för att risknivån α ska vara 5 %

d.v.s. P(förkasta H_0) om H_0 sann ska vara mindre än α så väljer vi som kriterium att förkasta H_0 om $x \geq 10$

D.v.s. vårt kritiska område C är då $x \geq 10$

Testvariabeln är vår observation

Anta att $x = 10$ i vårt fall
$\Rightarrow$ p-värdet $= P(X \geq 10) = 0.01929 < \alpha$
$\Rightarrow$ Förkasta H_0

Anta att vi fått $x = 9$
$\Rightarrow$ p-värdet $= P(X \geq 9) = 0.07300 > \alpha$
$\Rightarrow$ Förkasta inte H_0 på risknivån 5 %

★ Om $t_{obs} \in C \Rightarrow$ Förkasta H_0
★ Om $t_{obs} \notin C \Rightarrow$ Förkasta ej H_0

Ex 13.4 (Forts. på 13.1)

$H_1: p = 0.9$

Styrkan hos testet för $p = 0.9$ = P(förkasta $H_0: p=0.5$) om $H_1: p = 0.9$ är sann =

$$= P(X \geq 10) \text{ när } p = 0.9 = [\text{F.S. §3}] = \sum_{k=10}^{12} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} =$$

$$= \sum_{k=10}^{12} \binom{12}{k} 0.9^k \, 0.1^{12-k} = 0.89 = h(0.9)$$

Styrkefunktionen = [jfr §14.1 i F.S.] $= h(p) = \sum_{k=10}^{12} \binom{12}{k} p^k (1-p)^{12-k}$

Ännu större $p \Rightarrow$ Ännu större $H(p)$

$h(p)_{min} \Rightarrow p = 0.5$

Konfidensintervallsmetoden

Ex 13.8 X_i:na ober. och $N(\mu, \sigma)$

$H_0: \mu = 17.0 \qquad H_1 \neq 17.0$

Vi gör 60 mätningar och får $\bar{x} = 16.51$ och $\frac{s}{\sqrt{n}} = 0.159$

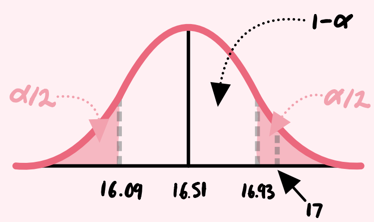
Vi bildar ett tvåsidigt konfidensintervall för μ när σ är okänd m.h.a. § 12.2 i F.S.

$\Rightarrow I_\mu = \bar{x} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1)$

Om risknivån $\alpha = 0.01 \Rightarrow t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.005}(59) = [\text{tab. 3 för } f = 60] = 2.66$

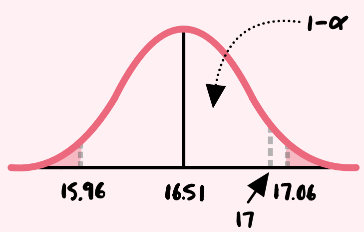
$\alpha = 0.001 \Rightarrow t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.0005}(59) = [\text{——— '' ———}] = 3.46$

<u>1%:</u> $\quad I_\mu = 16.51 \pm 0.42$



$17 \notin I_\mu \Rightarrow$ Vi förkastar H_0 på risknivån 1%

<u>0.1%:</u> $\quad I_\mu = 16.51 \pm 0.55$



$17 \in I_\mu \Rightarrow$ Vi kan ej förkasta H_0 på nivån 0.1%

p-värdet

$= P(\text{förkasta } H_0)$ om H_0 som givet våra mätdata.
Om p-värdet < α förkastas H_0.

<u>$\alpha = 0.01$</u> = 2 ggr arean till höger om 16.93, p-värdet = 2 ggr värdet till höger om 17
p-värdet är mindre än $\alpha \Rightarrow$ Vi förkastar H_0 på nivån 1%.

$\underline{\alpha = 0.001}$ = 2 ggr arean till höger om 17.06,

p-värdet $> \alpha = 0.001 \Rightarrow$ Kan ej förkasta H_0 på signifikansnivå 0.1 %

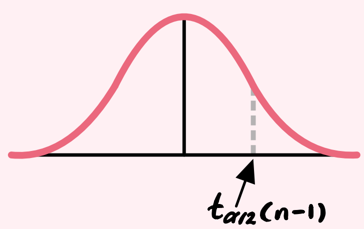
Likt konfidensintervallmetoden

Testvariabelmetoden

Ex 13.8 (Forts.)

Bilda $Y = \dfrac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \in t(n-1)$ se § 11.1 d)

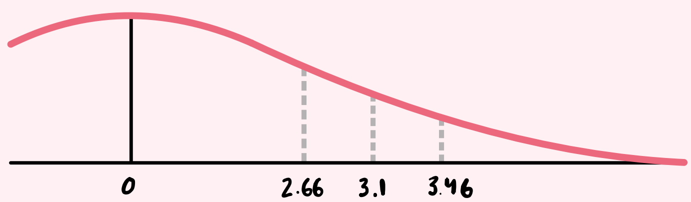
<u>Tvåsidigt test:</u> $t_{obs} = \left| \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \right|$ jämförs med $t_{\alpha/2}(n-1)$



$t_{obs} = \left| \dfrac{16.51 - 17}{0.151} \right| = 3.1$

<u>1 %</u> $t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.005}(59) = 2.66$

<u>0.1 %</u> $t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.0005}(59) = 3.46$



$$\left.\begin{aligned} P(Y > 3.46) &= 0.0005 \\ P(Y > 2.66) &= 0.005 \end{aligned}\right\} \frac{\alpha}{2}$$

$t_{obs} = 3.1 > 2.66 \Rightarrow$ Vi förkastar H_0 på nivån 1 %

$t_{obs} = 3.1 < 3.46 \Rightarrow$ Vi förkastar inte H_0 på nivån 0.1 %

P(förkasta H_0) om H_0 sann $< \alpha \Rightarrow$ Förkasta H_0

p-värdet = 2 ggr arean till höger om 3.1 = [dator] = 0.003

$2 \cdot P(Y > 3.46) = 0.001$

$2 \cdot P(Y > 2.66) = 0.010$

D.v.s. vi kan förkasta H_0 på risknivån 1 %, men ej på risknivån 0.1 %.