Ας υπολογίσουμε το στοιχείο (1,1) του $R_1 \circ R_2$. Έχουμε :

$$\begin{aligned}&\max\{\min(0.1,0.9), \min(0.2,0.2), \min(0,0.8), \min(1,0.4), \min(0.7,0)\}\\ &= \max\{0.1,0.2,0,0.4,0\}\\ &= 0.4\end{aligned}$$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε και τα υπόλοιπα στοιχεία του $R_1 \circ R_2$. Το ολικό αποτέλεσμα είναι :

$R_1 \circ R_2$	z_1	z_2	z_3	z_4
x_1	0.4	0.7	0.3	0.7
x_2	0.3	1	0.5	0.8
x_3	0.8	0.3	0.7	1

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

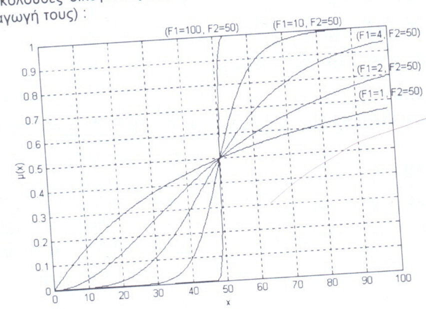
2.1 (α) Να μελετηθεί η συνάρτηση συμμετοχής :

$$\mu_{\mu\varepsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda o\varsigma}(x) = 1 / \left[1 + \left(\frac{x}{F_2}\right)^{-F_1}\right]$$

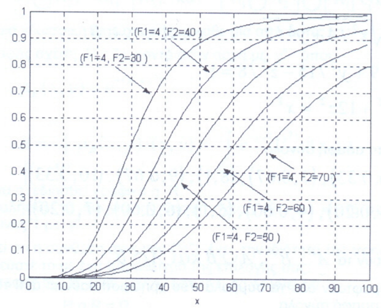
όπου x παίρνει θετικές πραγματικές τιμές.
Οι παράμετροι F_1 και F_2 ονομάζονται "εκθετικός ασαφοποιητής" και "ασαφοποιητής παρανομαστή" αντίστοιχα.

Υπόδειξη : Σχεδιάζουμε τη συνάρτηση $\mu_{\mu\varepsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda o\varsigma}(x)$ στις δύο περιπτώσεις :

(i) με σταθερή τιμή του F_2 και μεταβαλλόμενο F_1
(ii) με σταθερό F_1 και μεταβαλλόμενο F_2
Επιλέγοντας : (i) F_2=50 και F_1=1,2,4,10,100
(ii) F_1=4 και F_2=30,40,50,60,70
παίρνουμε τις ακόλουθες οικογένειες καμπύλων (να γραφτεί πρόγραμμα MATLAB ή άλλο για την αναπαραγωγή τους) :



Περίπτωση (i)



Περίπτωση (ii)

(β) Να βρεθεί τι συμβαίνει εάν στην περίπτωση (i) θεωρήσουμε F_2=40 (σταθερό) και μεταβάλλουμε το F_1.

(γ) Στην περίπτωση (ii), ποιά είναι η σπουδαιότητα της τομής μεταξύ της ευθείας $\mu_A = 0.5$ και των καμπύλων;

2.2 Δίνονται τα ασαφή σύνολα A και B όπου :
A=x μεγαλύτερο του 15, B=x περίπου 17, με συναρτήσεις συμμετοχής :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+(x-15)^{-2}}, & x > 15 \\ 0, & x \le 15 \end{cases} \qquad \mu_B(x) = \frac{1}{1+(x-17)^4}$$

(α) Να βρεθεί και να σχεδιασθεί η συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς συνόλου
C = (x μεγαλύτερο του 15) ΚΑΙ (x περίπου 17)
με όλους τους δυνατούς τρόπους παράστασης του τελεστή ΚΑΙ (Μέτρα Τ)
{βλ. παραγρ. 2.26}.

(β) Ομοίως να βρεθεί και να σχεδιασθεί η συνάρτηση συμμετοχής του :
D = (x μεγαλύτερο του 15) Ή (x περίπου 17)
με όλους τους τελεστές του Ή.

(γ) Ομοίως για το ασαφές σύνολο
E = (x όχι μεγαλύτερο του 15) ΚΑΙ (x περίπου 17).

2.3 Έστω X=N×N (όπου N είναι το σύνολο των φυσικών αριθμών) και τα ασαφή σύνολα :

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+10(x-2)^2}, \ \mu_B(y) = \frac{1}{1+2y^2}$$

Ζητείται να σχεδιασθούν οι επιφάνειες και να προσδιορισθεί η εικόνα $f(A \times B)$ με την αρχή της επέκτασης για τις ακόλουθες περιπτώσεις απεικονίσεων:

$z = f(x,y), f : N \times N \to N$:

(i) $z = \sqrt{x^2/4 + y^2/2}$, $x \in A$, $y \in B$

(ii) $x^2/9 + y^2/15 - z^2/8 = 1$

(iii) $2y^2 + 12z^2 = x^2$

2.4 (α) Δίνονται τα ασαφή σύνολα :

$$A = \{(6,0.33), (7,0.67), (8,1), (9,0.67), (10,0.33)\}$$
$$B = \{(3,0.20), (4,0.60), (5,1), (6,0.60), (7,0.20)\}$$

Να βρεθούν τα A^c , B^c , $A \cup B$ και $A \cap B$.

(β) Να γραφτούν όλα τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται αντί του "max" και "min" στα ασαφή σύνολα.

2.5 (α) Να βρεθούν οι α-τομές των παρακάτω ασαφών συνόλων για α = 0, 0.1, 0.2, ..., 0.9, 1.0.

(i) A = 0.1/3+0.2/4+0.3/5+0.4/6+0.5/7+0.6/8+0.7/9+0.8/10+1.0/11+0.8/12

(ii) $B = \int_{-\infty \langle x \langle +\infty} \left[\dfrac{1}{1+(x-15)^{-2}} \right] / x$

(β) Να γραφτεί πρόγραμμα MATLAB το οποίο να δέχεται τις α-τομές (τουλάχιστο 10) και να ανακατασκευάζει τη συνάρτηση συμμετοχής.

2.6 (α) Να σχεδιασθεί η συνάρτηση συμμετοχής (γράψτε πρόγραμμα MATLAB) :

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+0.3(x-50)^2}$$

(β) Να δειχθεί ότι το ασαφές υποσύνολο επιπέδου 0.2 του ασαφούς συνόλου Α μπορεί να παρασταθεί με α-τομές και τη χρήση της αρχής "παράστασης με α-τομές" :

$$\mu_A(x) = \bigcup_{0 \langle a \le 1} \left[a \cdot \mu_{A_a}(x) \right]$$

όπου το "maximum" λαμβάνεται ως προς όλες τις τιμές του α.

2.7 Δίνονται οι ασαφείς σχέσεις R_1 = ("x μεγαλύτερο του y") και R_2 = "y πολύ μεγαλύτερο του x", οι οποίες έχουν τις ακόλουθες ασαφείς σχεσιακές μήτρες:

$R_1 =$

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.0	0.0	0.1	0.8
x_2	0.0	0.8	0.0	0.0
x_3	0.1	0.8	1.0	0.8

$R_2 =$

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.4	0.4	0.2	0.1
x_2	0.5	0.0	1.0	1.0
x_3	0.5	0.1	0.2	0.6

Να βρεθούν τα εξής:

$$R_1 \bigcup R_2, \quad R_1 \bigcap R_2, \quad \text{και} \quad \left[R_1 \bigcup R_2\right] \bigcup \left[R_1 \bigcap R_2\right]$$

και να δοθεί μια γλωσσική διατύπωση για κάθε μια από αυτές.

2.8 Δίνεται η ασαφής σχέση R = "x κοντά στην αρχή με y" όπου

$$\mu_R(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$$

Ήτοι:

$$R = \int_{XxY} \mu_R(x,y)/(x,y) = \int_{XxY} e^{-(x^2+y^2)}/(x,y)$$

(α) Ζητείται να σχεδιασθεί γραφικά η R.
(β) Να επαναληφθεί το ίδιο για την ασαφή σχέση R = "x κοντά στην περιφέρεια κύκλου ακτίνας 1 με y".

2.9 (α) Να δειχθεί ότι η σύνθεση max-min ("o") έχει την ιδιότητα της προσεταιριστικότητας. Επαληθεύστε το με ένα παράδειγμα της επιλογής σας.
(β) Εάν η ασαφής σχέση είναι «ανακλαστική», να δειχθεί ότι

R o R = R

(γ) Να λυθεί η σχεσιακή εξίσωση P o Q = R ως προς P όταν:

(i) $Q = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.6 & 1.0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.5 \\ 0.6 & 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0.6, & 0.6, & 0.5 \end{bmatrix}$

(ii) $Q = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.5 & 0.7 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 & 0.8 \\ 0.1 & 0.4 & 0.6 & 0.7 \\ 0 & 0.3 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.7 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$

2.10 Θεωρούμε το πρόβλημα διαγνωστικής ενός αυτοκινήτου. Έστω R_d η «διαγνωστική σχέση» που συνδέει το σύνολο καταστάσεων S του αυτοκινήτου με το σύνολο βλαβών F, όπου

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}, \quad F = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$$

με

x_1 = κόστος γκαζιού	y_1 = κακή ανάφλεξη
x_2 = υπερβολικές ταλαντώσεις	y_2 = μη ισοσταθμισμένοι τροχοί
x_3 = υψηλός θόρυβος ήχων	y_3 = χαλασμένος σιγαστήρας ήχων
x_4 = υψηλή θερμοκρασία νερού	y_4 = χαλασμένος θερμοστάτης
x_5 = αστάθεια τιμονιού	

Ζητούνται

(α) Να δοθούν εύλογες (ρεαλιστικές) τιμές (0 → 1) για τις συναρτήσεις συμμετοχής που συνδέουν τα στοιχεία (μέλη) των S και F.
(β) Να δοθούν όλες οι δυνατές παραστάσεις της διαγνωστικής σχέσης $R_d(x_i, y_j)$.

(γ) Να δοθεί η σύνθεση "max-min" της διαγνωστικής αυτής σχέσης.

(δ) Ομοίως να δοθεί η "max-product" σύνθεση $R_1 \bullet R_2$

$$\mu_{R_1 \cdot R_2}(x,z) = \underset{y}{U}\left[\mu_{R_1}(x,y)\cdot\mu_{R_2}(y,z)\right].$$

2.11 Να βρεθεί η "max-min", "max-product" και "max-average" σύνθεση των ασαφών σχέσεων

R_1 :

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_1	0.1	0.2	0.0	1.0	0.7
x_2	0.3	0.5	0.0.	0.2	1.0
x_3	0.8	0.0	1.0	0.4	0.3

R_2 :

	z_1	z_2	z_3	z_4
y_1	0.9	0.0	0.3	0.4
y_2	0.2	1.0	0.8	0.0
y_3	0.8	0.0	0.7	1.0
y_4	0.4	0.2	0.3	0.4
y_5	0.0	1.0	0.0	0.8

όπου η "max-average" σύνθεση R_1<+>R_2 έχει συνάρτηση συμμετοχής:

$$\mu_{R_1<+>R_2}(x,z) = \underset{y}{U}\left[\frac{1}{2}\left(\mu_{R_1}(x,y)+\mu_{R_2}(y,z)\right)\right]$$

2.12 Δίνονται δύο ανεξάρτητες (αλλά παρόμοιες) κατανομές πιθανότητας που περιγράφονται από τις εξισώσεις

$$dP(x_1) = e^{x_1}dx_1 \quad \text{και} \quad dP(x_2) = x_2 e^{-x_2}dx_2 \ , \ x_1, x_2 \geq 0$$

Ζητείται να μοντελοποιηθεί η «ομοιότητα» των x_1 και x_2 με ένα ασαφές σύνολο (σχέση) και να βρεθεί η πιθανότητα να συμβεί το σύνολο αυτό.

2.13 Να δειχθεί ότι ο κανόνας μετατροπής κανόνων (συνεπαγωγών) σε ασαφείς σχέσεις του Mamdani (min) είναι μια απλοποίηση του κανόνα μεγίστου του Zadeh. Να εξηγηθεί πώς οι απλουστεύσεις που χρειάζονται επιδρούν στο αποτέλεσμα της συνεπαγωγής σε εφαρμογές όπως λ.χ. ο αυτόματος έλεγχος.

2.14 Δίνεται ο κανόνας «ΕΑΝ x είναι Α ΤΟΤΕ y είναι Β» όπου

A = 0.33/6 + 0.67/7 + 1.00/8 + 0.67/9 + 0.33/10

B = 0.33/1 + 0.67/2 + 1.00/3 + 0.67/4 + 0.33/5

Εάν δοθεί ότι «x είναι A'» με

A' = 0.5/5 + 1.00/6 + 0.5/7

Ζητούνται τα ακόλουθα:

i) Να βρεθεί το αποτέλεσμα Β΄ όταν ο κανόνας μοντελοποιηθεί με τον κανόνα γινομένου του Larsen.

ii) Το αυτό για τον κανόνα Mamdani..

iii) Το αυτό για όλους τους κανόνες του Ορισμού 2.17.

2.15 Ποιοί από τους κανόνες συνεπαγωγής του Ορισμού 2.17 ανάγονται στον κλασικό κανόνα modus-ponens κατά την εφαρμογή του κανόνα σύνθεσης max-min; Μελετήστε κάθε περίπτωση και δείξτε με ένα παράδειγμα τι συμβαίνει χρησιμοποιώντας τα στοιχεία της άσκησης 2.14.

2.16 Να δειχθεί ότι ένας ασαφής κανόνας πολλών (n) εισόδων και πολλών (m) εξόδων μπορεί να μετατραπεί σε μια βάση πολλών (m) κανόνων με πολλές (n) εισόδους. Εφαρμόστε το παραπάνω συμπέρασμα σε ένα παράδειγμα της επιλογής σας.

2.17 α) Να γραφτεί μια συνάρτηση MATLAB η οποία υλοποιεί την παρακάτω συνάρτηση συμμετοχής S-μορφής (δεξιά ανοικτής):

$$S(x;l,r)=\begin{cases} 0 & , \quad x \le l \\ 2\left(\dfrac{x-l}{r-l}\right)^2 & , \quad 1 < x < \dfrac{l+r}{2} \\ 1-2\left(\dfrac{r-x}{r-l}\right)^2 & , \quad \dfrac{l+r}{2} < x \le r \\ 1 & , \quad r < x \end{cases}$$

β) Να σχεδιαστεί το διάγραμμά της για διάφορες τιμές των παραμέτρων l και r.
γ) Να βρεθεί το σημείο διασταύρωσης της S (x; l, r).
δ) Να δειχθεί ότι η παράγωγος της S (x; l, r) ως προς x είναι συνεχής.

2.18 Να επαναληφθούν τα ερωτήματα α) εως δ) της άσκησης 2.17 για τη συνάρτηση συμμετοχής Z-μορφής (αριστερά ανοικτής) που ορίζεται ως:

Z(x; l, r)= 1-S(x; l, r)   όπου η S (x; l, r) ορίσθηκε στην άσκηση 2.17.

2.19 Να επαναληφθεί το ίδιο για τη συνάρτηση συμμετοχής Π-μορφής:

$$\Pi(x;a,c)=\begin{cases} S(x;c-a,c), x < c \\ Z(x;c,c+a), x > c \end{cases}$$

όπου c είναι το κέντρο και a>0 είναι το άνοιγμα της συνάρτησης συμμετοχής εκατέρωθεν του c. Επίσης να βρεθούν τα σημεία διασταύρωσης και το πλάτος της Π(x; l, r).

2.20 Η δίπλευρη (two-sided) συνάρτηση συμμετοχής τύπου Π ορίζεται ως:

$$ts-\pi\left(x;\alpha,b,c,d\right)=\begin{cases} 0, & x < 0 \\ S(x;\alpha,b), & a < x < b \\ 1, & b < x < c \\ Z(x,c,d), & c < x < d \\ 0, & d \le x \end{cases}$$

Να επαναληφθεί η άσκηση 2.19 για τη συνάρτηση αυτή.

2.21 Ομοίως για τη δίπλευρη Γκαουσιανή συνάρτηση συμμετοχής:

$$ts-G(x;c_1,\sigma_1,c_2,\sigma_2)=\begin{cases}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c_1}{\sigma_1}\right)^2\right] & , \quad x\le c_1\\ 1 & , \quad c_1\le x\le c_2\\ \exp\left[-\frac{1}{2}\right]\left(\frac{x-c_2}{\sigma_2}\right)^2 & , \quad x\le c_2\end{cases}$$

2.22 Να βρεθεί το σύνολο α-τομών A_α και το εύρος της για το ασαφές σύνολο A που ορίζεται από μια ασσύμετρη τραπεζοειδή συνάρτηση συμμετοχής.

2.23 Δίνεται η κωδωνοειδής συνάρτηση συμμετοχής $\mu_{\mathrm{A}}(x)=bell(x;1.5,2,0.5)$ και η συνάρτηση

$$f(x)=\begin{cases}(x-1)^2-1, & x\ge 0\\ x, & x\le 0\end{cases}$$

Να εφαρμοστεί η αρχή της ασαφούς επέκτασης για να παραχθεί η συνάρτηση συμμετοχής του ασαφούς σύνολου $\mathrm{B}=f(\mathrm{A})$.

2.24 Να χρησιμοποιηθούν οι συναρτήσεις συμμετοχής της γλωσσικής μεταβλητής 'ηλικία':

$$\mu_{\nu\varepsilon o\varsigma}(x)=\Gamma\kappa\alpha o\upsilon\sigma\iota\alpha\nu\eta(x,0,20)=e^{-(x/20)^2}$$

$$\mu_{\eta\lambda\iota\kappa\iota\omega\mu\acute{\varepsilon}\nu o\varsigma}(x)=\Gamma\kappa\alpha o\upsilon\sigma\iota\alpha\nu\acute{\eta}(x,100,30)=e^{-\left(\frac{x-100}{30}\right)^2}$$

για να προσδιορισθούν οι συναρτήσεις συμετοχής των

α) όχι πολύ νέος και όχι πολύ ηλικιωμένος

β) πολύ νέος ή πολύ ηλικιωμένος

Να σχεδιασθούν οι συναρτήσεις συμμετοχής των α) και β) με το MATLAB.

2.25 Να βρεθεί ο γλωσσικός διαμορφωτής 'μειωτής αντίθεσης' (contrast diminisher) DIM ο οποίος είναι ο αντίστροφος του "εντατικοποιητή αντίθεσης" (contrast intensifier) INT (βλ. Ορισμό 2.12): Δηλαδή DIM(INT(A))=A.

2.26 Δίνεται η τραπεζοειδής συνάρτηση συμμετοχής

$\mu_{\mathrm{A}}(x)=trapezoid(x,10,30,50,90)$

Να εφαρμοσθούν όλες οι μέθοδοι απο-ασαφοποίησης για την εύρεση των αντιπροσωπευτικών τιμών του ασαφούς συνόλου A.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3.1 Δίνονται οι ασαφείς αριθμοί Α και Β:

A = 0.33/6+0.67/7 + 1.00/8 + 0.67/9 + 0.33/10

B = 0.33/1 + 0.67/2 + 1.00/3 + 0.67/4 + 0.33/5

i) Να σχεδιασθούν και να δοθεί μια γλωσσική διατύπωση αυτών.

ii) Να υπολογισθεί και να σχεδιασθεί το γινόμενο C = A(·)B

iii) Να υπολογισθεί και να σχεδιασθεί η διαφορά D = A (-) B και το πηλίκο E = A(+)B.

3.2 Να επαναληφθεί η άσκηση 3.1 για τους ασαφείς αριθμούς Α και Β, όπου:

$$\mu_A(x)=\begin{cases} 0 & , \quad x \le 8 \\ \frac{1}{10}x-\frac{8}{10}, & 8 \le x < 18 \\ -\frac{1}{14}x+\frac{32}{14}, & 18 \le x \le 32 \\ 0 & , \quad x > 32 \end{cases}, \quad \mu_B(x)=\begin{cases} 0 & , \quad x \le -3 \\ \frac{1}{9}x-\frac{1}{3} & , \quad -3 \le x \le 6 \\ -\frac{1}{18}x+\frac{4}{3}, & 6 \le x \le 24 \\ 0 & , \quad x > 24 \end{cases}$$

3.3 Να επαναληφθεί η άσκηση 3.2 για τους ασαφείς αριθμούς

A = 0.6/1 + 0.8/2 +1.0/3 + 0.6/4

B = 0.5/0 + 0.7/1 + 0.9/2 + 1.0/3 + 0.4/4

Χρησιμοποιώντας το ασαφές σύνολο C:

C = 0.7/1 + 0.8/2 + 1.0/3 + 0.3/4

αποδείξτε ότι ισχύει η «επιμεριστική» ιδιότητα ως προς την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό.

3.4 Ένα παράδειγμα μοντέλου Takagi- Sugeno με τέσσερις κανόνες είναι το ακόλουθο:

K1. ΕΑΝ x μικρό και y μικρό ΤΟΤΕ z = -x+y+1

K2. ΕΑΝ x μικρό και y μεγάλο ΤΟΤΕ z = -y+3

K3. ΕΑΝ x μεγάλο και y μικρό ΤΟΤΕ z = -x+3

K4. ΕΑΝ x μεγάλο και y μεγάλο ΤΟΤΕ z = x+y+2

Οι συναρτήσεις συμμετοχής των 'x μικρό', 'x μεγάλο', 'y μικρό' και 'y μεγάλο' έχουν τη μορφή του σχήματος (α) και η προκύπτουσα ολική ασαφής σχέση τη μορφή του σχήματος (β). Ζητείται να επαληθευθούν με το MATLAB.

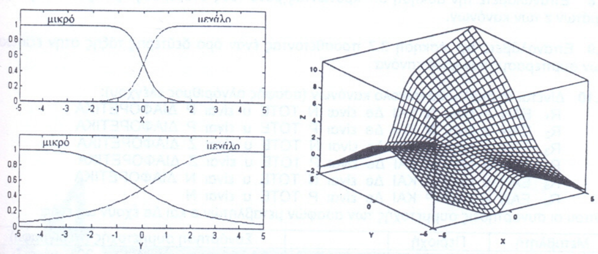
3.5 Να επαναληφθεί η άσκηση 3.4 για τις παρακάτω συναρτήσεις συμμετοχής:

$$\mu_{x\mu\iota\kappa\rho\acute{o}}(x)=sigmoid(x,[-5,0])$$

$$\mu_{x\mu\varepsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda o}(x)=sigmoid(x,[5,0])$$

$$\mu_{y\mu\iota\kappa\rho\acute{o}}(y)=sigmoid(y,[-2,0])$$

$$\mu_{y\mu\varepsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda o}(y)=sigmoid(y,[2,0])$$



(α) (β)

3.6 α) Να εφαρμοσθούν όλες οι μέθοδοι αποασαφοποίησης στην τραπεζοειδή συνάρτηση συμμετοχής:

$$\mu_A(x) = \text{τραπεζοειδής}(x;5,15,25,45),$$

όπου

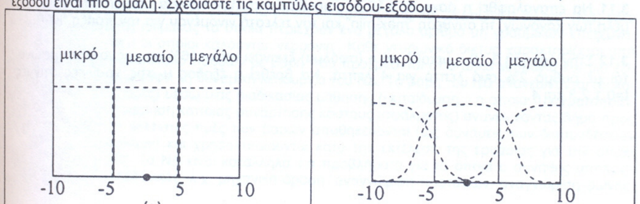
$$\text{τραπεζοειδής}(x;a,b,c,d) \equiv \begin{cases} 0 & , \ x \le a \\ (x-a)/(b-a) & , \ a \le x \le b \\ 1 & , \ b \le x \le c \\ (d-x)/(d-c) & , \ c \le x \le d \\ 0 & , \ x \ge d \end{cases}$$

β) Να επαναληφθεί το ερώτημα (α) υποθέτοντας ότι το σύνολο αναφοράς X περιέχει τους ακέραιους από 0 μέχρι 100.

3.7 Δίνεται το ακόλουθο μοντέλο Takagi-Sugeno:

ΕΑΝ X μικρό ΤΟΤΕ Z=0.1x+6.4
ΕΑΝ X μεσαίο ΤΟΤΕ Z=-0.5x+4
ΕΑΝ X μεγάλο ΤΟΤΕ Z=x-2

Δείξτε ότι εάν τα ασαφή σύνολα «μικρό», «μεσαίο» και «μεγάλο» έχουν κοφτή μορφή του σχ. (α) τότε η ολική καμπύλη εισόδου-εξόδου είναι κατά τμήματα γραμμική. Εάν όμως οι συναρτήσεις συμμετοχής έχουν την ομαλή μορφή του σχ. (β) τότε η ολική καμπύλη εισόδου-εξόδου είναι πιο ομαλή. Σχεδιάστε τις καμπύλες εισόδου-εξόδου.



(α) (β)

3.8 Επαναλάβετε την άσκηση 3.7 κρατώντας μόνο τους σταθερούς όρους των συμπερασμάτων z των κανόνων.

3.9 Επαναλάβετε την άσκηση 3.7 προσθέτοντας έναν όρο δεύτερης τάξης στην εξίσωση των συμπερασμάτων κάθε κανόνα.

3.10 Δίνεται το ακόλουθο σύνολο κανόνων (ασαφής αλγόριθμος ελέγχου):

R_1 ΕΑΝ e είναι N ΚΑΙ Δe είναι N ΤΟΤΕ u είναι P ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ
R_2 ΕΑΝ e είναι N ΚΑΙ Δe είναι P ΤΟΤΕ u είναι P ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ
R_3 ΕΑΝ e είναι Z ΚΑΙ Δe είναι N ΤΟΤΕ u είναι Z ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ
R_4 ΕΑΝ e είναι Z ΚΑΙ Δe είναι P ΤΟΤΕ u είναι Z ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ
R_5 ΕΑΝ e είναι P ΚΑΙ Δe είναι N ΤΟΤΕ u είναι N ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ
R_6 ΕΑΝ e είναι P ΚΑΙ Δe είναι P ΤΟΤΕ u είναι N

Όπου οι συναρτήσεις συμμετοχής των ασαφών μεταβλητών e και Δe έχουν ως εξής:

Μεταβλητή	Περιοχή		Συνάρτηση συμμετοχής (περιγραφή)
Είσοδος 1 e (%)	-20 έως +20	N (αρνητικό)	Ευθεία γραμμή από 1 με -20% μέχρι 0 με 0%
		Z (μηδέν)	Ευθεία γραμμή από 0 με -20% μέχρι 1 με 0% και μία άλλη ευθεία γραμμή από 1 με 0% μέχρι 0 με +20%
		P (θετικό)	Ευθεία γραμμή από 0 με 0% μέχρι 1 με +20%
Είσοδος 2 Δe (%) (ανά λεπτό)	-10 έως +10	N (αρνητικό)	Ευθεία γραμμή από 1 με -10% μέχρι 0 με +10%
		P (θετικό)	Ευθεία γραμμή από 0 με -10% μέχρι 1 με +10%
Έξοδος u (%)	-25 έως +25	N (αρνητικό)	Ευθεία γραμμή από -25 εώς 0 με 0%
		Z (μηδέν)	Ευθεία γραμμή από 0 με -25% μέχρι 1 με 0% και μία άλλη ευθεία γραμμή από 1 με 0% μέχρι 0 με +25%
		P (θετικό)	Ευθεία γραμμή από 0 με 0% μέχρι 1 με +25%

Ζητούνται:
A) Να βρεθεί ή έξοδος u για e'=+16% και Δe'=-2% ανά λεπτό χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Mamdani ("min" στα αριστερά μέλη των κανόνων) και τη σύνθεση "max-min" (με τον τελεστή "min" και την πράξη "ΚΑΙ"). Χρησιμοποιείστε τη μέθοδο αποασαφοποίησης «κέντρου βάρους» για τον προσδιορισμό της εξόδου.
B) Να σχεδιαστούν οι συναρτήσεις συμμετοχής των υπεισερχομένων μεταβλητών και να δειχθεί με τα διαγράμματα πώς προκύπτει το αποτέλεσμα.

3.11 Να επαναληφθεί η άσκηση 3.10 χρησιμοποιώντας τον κανόνα Larsen στα αριστερά μέλη των κανόνων, τη σύνθεση "max-min" και τον τελεστή γινομένου για την πράξη "ΚΑΙ".

3.12 Στην άσκηση 3.10 η μεταβλητή e (σφάλμα) ξεκινάει από +16% σε χρόνο 0 και μειώνεται με ρυθμό 2% ανά λεπτό για 4 λεπτά. Να βρεθεί η έξοδος u στις χρονικές στιγμές t=0,1,2,3 και 4.