

Proyecto 2: El Problema de la Mochila

Emily Sanchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
II Semestre 2025

September 19, 2025

1 Problema de la Mochila (Knapsack Problem)

El **problema de la mochila** es un clasico de la *optimizacion combinatoria*. Se dispone de una **mochila** con una **capacidad maxima** W y un conjunto de n objetos. Cada objeto i tiene un **peso** w_i y un **valor** v_i . El objetivo es seleccionar los objetos de manera que:

- La suma total de los pesos no exceda la capacidad W .
- Se maximice el valor total de los objetos elegidos.

1.1 Variantes principales

0/1 Knapsack Cada objeto puede elegirse una sola vez o no elegirse: decision binaria.

Bounded Knapsack Cada objeto puede seleccionarse un numero limitado de veces.

Unbounded Knapsack Se permite una cantidad ilimitada de cada objeto.

1.2 Solucion

0/1 Knapsack Se resuelve comunmente con **programacion dinamica**. Sea $dp[i][w]$ el valor maximo al considerar los primeros i objetos y capacidad w .

$$dp[i][w] = \begin{cases} dp[i-1][w] & \text{si } w_i > w, \\ \max(dp[i-1][w], v_i + dp[i-1][w - w_i]) & \text{si } w_i \leq w. \end{cases}$$

Bounded Knapsack Similar al 0/1 pero puede tener uno o más cantidades por objeto. Es limitado, por lo que no puede ser infinito.

$$dp[i][w] = \max_{0 \leq k \leq c_i, k w_i \leq w} (dp[i-1][w - k w_i] + k v_i).$$

Unbounded Knapsack Similar al bounded pero permitiendo repeticiones sin limite de cantidades (infinito).

$$dp[w] = \max(dp[w], v_i + dp[w - w_i]).$$

Tipo de problema: 0/1 Knapsack
 Capacidad máxima: 15
 Número de objetos: 7

Formulación Matemática

Función objetivo:

$$\text{Maximizar } Z = 7x_A + 9x_B + 5x_C + 12x_D + 14x_E + 6x_F + 12x_G$$

Restricción:

$$3x_A + 4x_B + 2x_C + 6x_D + 7x_E + 3x_F + 5x_G \leq 15$$

Restricciones de variables:

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \{A, B, C, D, E, F, G\}$$

Datos del Problema

| Objeto | Costo | Valor | Cantidad |
|--------|-------|-------|----------|
| A | 3,00 | 7,00 | 1 |
| B | 4,00 | 9,00 | 1 |
| C | 2,00 | 5,00 | 1 |
| D | 6,00 | 12,00 | 1 |
| E | 7,00 | 14,00 | 1 |
| F | 3,00 | 6,00 | 1 |
| G | 5,00 | 12,00 | 1 |

Tabla de Programación Dinámica

| Capacidad/Objetos | A | B | C | D | E | F | G |
|-------------------|---|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 3 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 4 | 7 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| 5 | 7 | 9 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |
| 6 | 7 | 9 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 |
| 7 | 7 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 17 |
| 8 | 7 | 16 | 16 | 17 | 17 | 18 | 19 |
| 9 | 7 | 16 | 21 | 21 | 21 | 21 | 21 |
| 10 | 7 | 16 | 21 | 21 | 21 | 22 | 24 |
| 11 | 7 | 16 | 21 | 24 | 24 | 24 | 26 |
| 12 | 7 | 16 | 21 | 26 | 26 | 27 | 28 |
| 13 | 7 | 16 | 21 | 28 | 28 | 28 | 30 |
| 14 | 7 | 16 | 21 | 28 | 30 | 30 | 33 |
| 15 | 7 | 16 | 21 | 33 | 33 | 33 | 34 |

Solución Óptima

Valor máximo obtenido: 34
 Objetos seleccionados: G, F, B, A
 Capacidad utilizada: 15