

Proyecto 2: El Problema de la Mochila

Emily Sanchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
II Semestre 2025

September 19, 2025

1 Problema de la Mochila (Knapsack Problem)

El **problema de la mochila** es un clasico de la *optimizacion combinatoria*. Se dispone de una **mochila** con una **capacidad maxima** W y un conjunto de n objetos. Cada objeto i tiene un **peso** w_i y un **valor** v_i . El objetivo es seleccionar los objetos de manera que:

- La suma total de los pesos no exceda la capacidad W .
- Se maximice el valor total de los objetos elegidos.

1.1 Variantes principales

0/1 Knapsack Cada objeto puede elegirse una sola vez o no elegirse: decision binaria.

Bounded Knapsack Cada objeto puede seleccionarse un numero limitado de veces.

Unbounded Knapsack Se permite una cantidad ilimitada de cada objeto.

1.2 Solucion

0/1 Knapsack Se resuelve comunmente con **programacion dinamica**. Sea $dp[i][w]$ el valor maximo al considerar los primeros i objetos y capacidad w .

$$dp[i][w] = \begin{cases} dp[i-1][w] & \text{si } w_i > w, \\ \max(dp[i-1][w], v_i + dp[i-1][w - w_i]) & \text{si } w_i \leq w. \end{cases}$$

Bounded Knapsack Similar al 0/1 pero puede tener uno o más cantidades por objeto. Es limitado, por lo que no puede ser infinito.

$$dp[i][w] = \max_{0 \leq k \leq c_i, k w_i \leq w} (dp[i-1][w - k w_i] + k v_i).$$

Unbounded Knapsack Similar al bounded pero permitiendo repeticiones sin limite de cantidades (infinito).

$$dp[w] = \max(dp[w], v_i + dp[w - w_i]).$$

Tipo de problema: 0/1 Knapsack
Capacidad máxima: 12
Número de objetos: 3

Formulación Matemática

Función objetivo:

$$\text{Maximizar } Z = 5x_A + 8x_B + 12x_C$$

Restricción:

$$2x_A + 3x_B + 5x_C \leq 12$$

Restricciones de variables:

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \{A, B, C\}$$

Datos del Problema

Objeto	Costo	Valor	Cantidad
A	2,00	5,00	1
B	3,00	8,00	1
C	5,00	12,00	1

Tabla de Programación Dinámica

Capacidad/Objetos	A	B	C
0	0	0	0
1	0	0	0
2	5	5	5
3	5	8	8
4	5	8	8
5	5	13	13
6	5	13	13
7	5	13	17
8	5	13	20
9	5	13	20
10	5	13	25
11	5	13	25
12	5	13	25

Solución Óptima

Valor máximo obtenido: 25
Objetos seleccionados: C, B, A
Capacidad utilizada: 10