



RT
Bericht

2021

Regelungstechnik

29. November 2021

Florian Tietjen 2519584

Emily Antosch 2519935

INHALTSVERZEICHNIS

| | |
|---------------------------------------|----|
| Abbildungsverzeichnis | 3 |
| 1 Die Temperatur-Regelstrecke | 4 |
| 1.1 Einführung | 4 |
| 1.2 Vorbereitung | 4 |
| 1.2.1 V1.1 | 4 |
| 1.2.2 V1.2 | 5 |
| 1.2.3 V1.3 | 6 |
| 1.2.4 V1.4 | 7 |
| 1.2.5 V1.5 | 9 |
| 1.3 Auswertung | 11 |
| 1.3.1 Stationäres Verhalten | 11 |

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | SimuLink-Darstellung der Simulation für die Sprungantwort | 6 |
| 1.2 | Ergebnis der Simulation der Sprungantwort des Systems | 6 |
| 1.3 | SimuLink-Darstellung der Simulation aller drei Sprungantworten | 7 |
| 1.4 | Ergebnis der Simulation aller drei Graphen | 8 |
| 1.5 | Blockschaltbild zur Simulation variabler Strömungsgeschwindigkeit v_L | 10 |
| 1.6 | Simulationsergebnisse bei variabler Strömungsgeschwindigkeit v_L | 10 |
| 1.7 | Kennlinienfeld $f(u_{uP})$ | 11 |
| 1.8 | Kennlinienfeld $f(u_{uL})$ | 12 |

KAPITEL 1

DIE TEMPERATUR-REGELSTRECKE

1.1 Einführung

Im ersten Praktikum wollen wir uns mit dem stationären und dynamischen Verhalten einer Temperatur-Regelstrecke von einem Heizelement und einem Luftstrom beschäftigen. Dabei wollen wir uns sowohl über die Begriffe Kennlinienfeld, Arbeitspunkt und stationäres Verhalten vertraut machen, als auch verschiedene mathematische Modelle nutzen, um das Verhalten der Regelstrecke vorherzusagen. Im Anschluss gilt es dann, die Vorbereitung mit echten Messungen aus dem Labor zu überprüfen und zu vergleichen und dann schlussendlich alle Ergebnisse auszuwerten.

1.2 Vorbereitung

1.2.1 V1.1

Wir wollen uns zunächst über die Begriffe Kennlinienfeld, Arbeitspunkt und stationäres Verhalten klar werden:

Kennlinienfeld Als Kennlinienfeld bezeichnen wir ein Feld, also eine Anreihung, von Kennlinien, also einem Zusammenhang zweier physikalischer Größen in graphischer Darstellung, in einem einzigen Diagramm zur Veranschaulichung der Betriebsmitteleigenschaft unter verschiedenen Umständen

Arbeitspunkt Der Arbeitspunkt beschreibt den Punkt im Kennlinienfeld, in dem ein technisches Gerät, aufgrund der äußeren Einflüsse und der gewählten Umstände arbeitet.

stationäres Verhalten Als stationäres Verhalten beschreiben wir den Zustand, in dem eine Regelstrecke einen festen Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße erreicht hat. Der Endwert des Regelkreises wurde erreicht.

Wir wollen nun den Zusammenhang der Kennlinienfelder im Vorfeld bestimmen und das Ergebnis in der Auswertung überprüfen. Aus

$$\vartheta = \frac{1}{c_L \rho_L A} \frac{1}{v} P_{th} \quad (1.1)$$

können wir erkennen, dass der Zusammenhang aus Heizspannung u_{uP} und $u_{y\vartheta}$ linear sein muss. Da alle weiteren Werte in der Gleichung als konstant für unser Kennlinienfeld angenommen werden,

bleibt nur noch eine Funktion der Form

$$f(u_{uP}) = u_{y\vartheta} = m \cdot x \quad (1.2)$$

übrig. Da die Spannung auch proportional zur Leistung P_{el} ist, überträgt sich diese Proportionalität auf diesen Zusammenhang.

Der Zusammenhang zwischen Lüfterspannung U_{uL} und $u_{y\vartheta}$ ergibt sich über eine ähnliche Argumentation als linear anti-proportional, da die Lüfterspannung in 1.1 direkt die Luftgeschwindigkeit beeinflusst. Es ergibt sich:

$$f(u_{uL}) = u_{y\vartheta} = m \cdot \frac{1}{x} \quad (1.3)$$

1.2.2 V1.2

Als nächstes wollen wir die Sprungantwort der Temperaturkurve auf einen Heizleistungssprung $P_{el}(t) = \hat{P}_{el}(t)\sigma(t)$ berechnen.

$$P_{el}(t) \circ \bullet P_{el}(s) \quad (1.4)$$

$$P_0 \cdot \sigma(t) \circ \bullet P_0 \cdot \frac{1}{s} \quad (1.5)$$

$$(1.6)$$

Wir setzen nun diese Transformation in die Übertragungsfunktion

$$G(s) = K_S \frac{e^{-T_t s}}{1 + T_s s} \quad (1.7)$$

des Grundlagenteils ein:

$$\vartheta(s) = G(s) \cdot P_{el}(s) = K_s \frac{e^{-T_t s}}{1 + T_s s} \cdot P_{el} \quad (1.8)$$

$$\vartheta(s) = K(s) \frac{e^{-T_t s}}{1 + T_t s} \cdot P_0 \cdot \frac{1}{s} \quad (1.9)$$

Wir transformieren diesen Ausdruck nun wieder in den Zeitbereich über

$$\vartheta(t) = K_s \cdot P_0 \cdot \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \cdot e^{-T_t s} \cdot \frac{1}{1 + T_s s} \right\} = K_s \cdot P_0 \cdot \frac{1}{T_s} \cdot \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \cdot e^{-T_t s} \cdot \frac{1}{\frac{1}{T_s} + s} \right\} \quad (1.10)$$

Mithilfe des Verschiebungs- und Integrationssatzes erhalten wir:

$$\vartheta(t) = K_s \cdot P_0 \cdot \frac{1}{T_s} \cdot \int_0^{t-T_t} e^{-\frac{\tau}{T_s}} d\tau \cdot \sigma(t - T_t) \quad (1.11)$$

Wir bilden nun die Stammfunktion und vereinfachen so weit wie möglich:

$$\vartheta(t) = K_s \cdot P_0 \cdot \frac{1}{T_s} \left[-T_s \cdot e^{-\frac{\tau}{T_s}} \right]_0^{t-T_t} \sigma(t - T_t) = K_s \cdot P_0 \cdot \frac{1}{T_s} \cdot T_s \left(1 - e^{-\frac{t-T_t}{T_s}} \right) \cdot \sigma(t - T_t) \quad (1.12)$$

Wir haben dann nun den letzten Schritt erreicht und landen bei der Sprungantwort

$$\vartheta(t) = K_s \cdot P_0 \left(1 - e^{-\frac{t-T_t}{T_s}} \right) \cdot \sigma(t - T_t) \quad (1.13)$$

Aus dieser Sprungantwort und auch aus der Übertragungsfunktion (1.7) können wir die Eigenschaften des Reglers als $PT_1 T_t$ -Glieder (PT_1 -Glieder mit Totzeit T_t) erkennen.

1.2.3 V1.3

Um nun die Sprungantwort des Systems auf einen Sprung in der Heizleistung des Heizelements zu simulieren ($\hat{P}_{th} \cdot \sigma(t) = 10W \cdot \sigma(t)$), verwenden wir folgendes SimuLink-Schaubild:

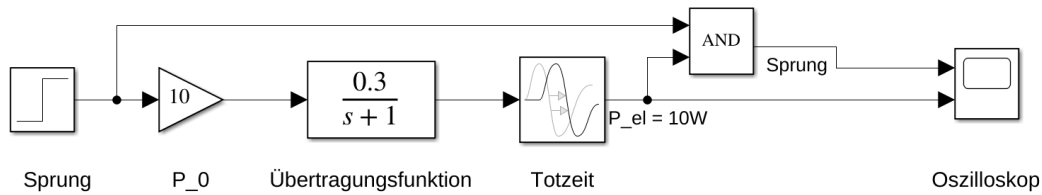


Abbildung 1.1: SimuLink-Darstellung der Simulation für die Sprungantwort

Wir erhalten aus der Simulation dann dieses Ergebnis:

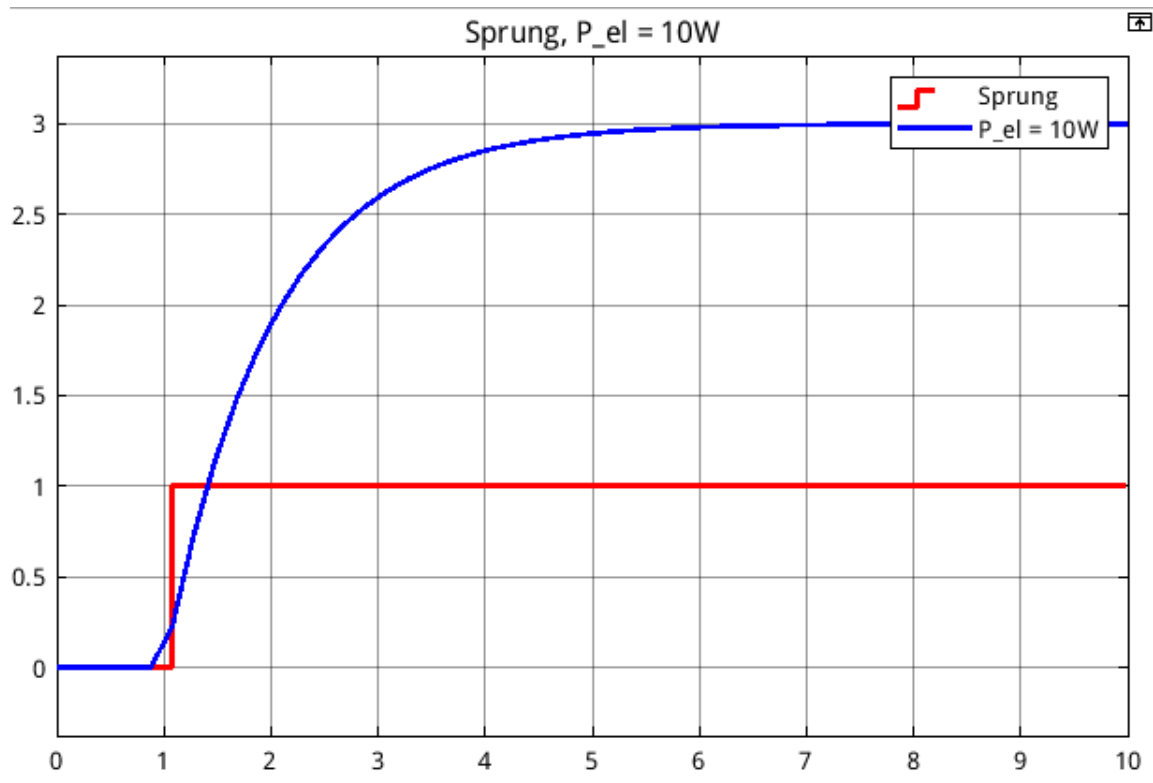


Abbildung 1.2: Ergebnis der Simulation der Sprungantwort des Systems

1.2.4 V1.4

Wir wollen nun das oben verwendete Schaubild erweitern und verschiedene Temperaturanstiege als Antwort auf Sprünge in der Heizleistung P_{th} darstellen.

| P_0 | $\vartheta(t \rightarrow \infty)$ |
|-------|-----------------------------------|
| 10W | 3K |
| 20W | 6K |
| 30W | 9K |

Tabelle 1.1: Grenzwerte der Sprungantworten der Heizleistung P_{el}

Wir erkennen nun auch den aus der Aufgabe V1.3 simulierten Endwert $y_{\vartheta}(t \rightarrow \infty) = 3K$. Mit der SimuLink erstellten Darstellung des Blockschaltbildes wollen wir nun mehrere gestreckte Sprünge darstellen:

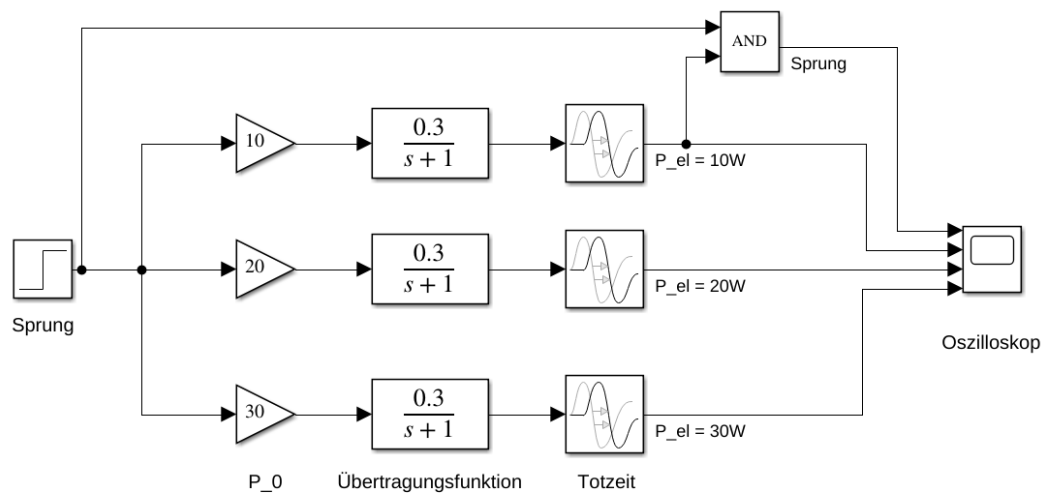


Abbildung 1.3: SimuLink-Darstellung der Simulation aller drei Sprungantworten

Wir erkennen nun an dem Feld an Graphen, dass unsere vorher berechneten Grenzwerte korrekt sind. Physikalisch gesehen, erhöhen wir hier über die elektrische Leistung P_{el} gleichzeitig die Heizleistung P_{th} . Damit wird die Luft in dem gleichen Zeitrahmen, da die Luft sich nicht schneller durch das Heizelement strömt, die Luft stärker, und kommt dementsprechend auch wärmer am Temperatursensor an. Es verändert sich dadurch allerdings nicht grundlegend die Eigenschaft des Systems.

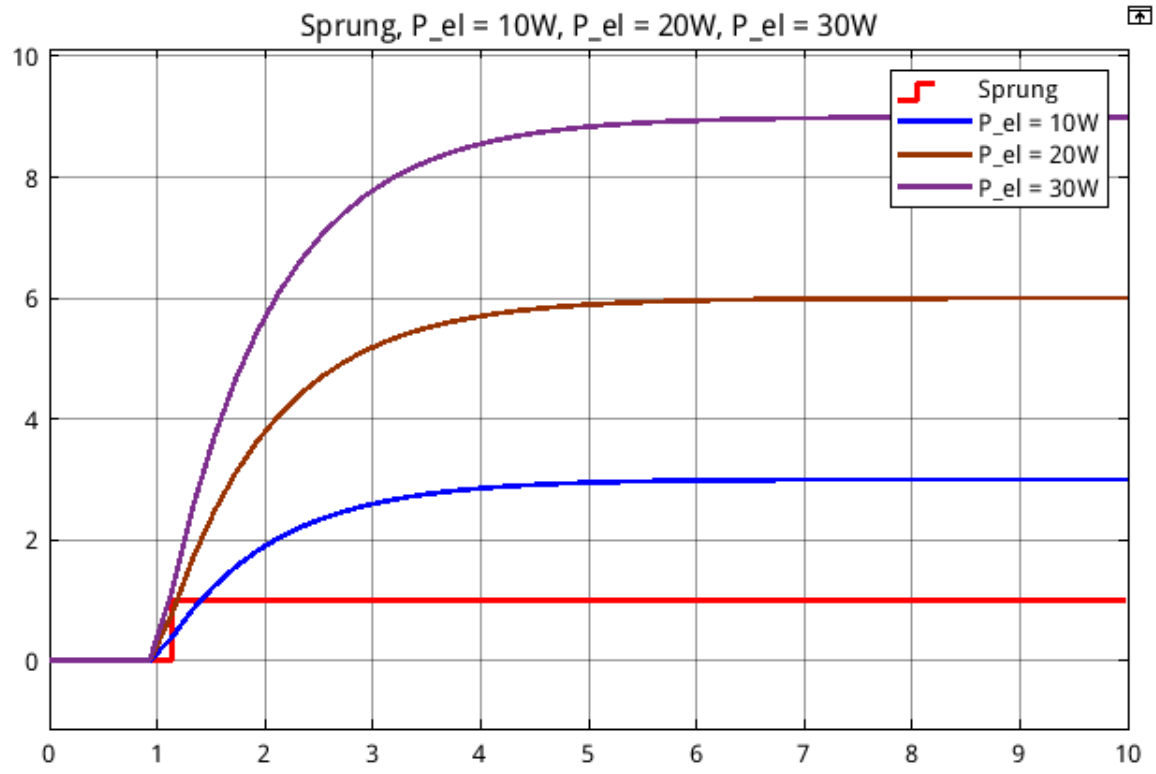


Abbildung 1.4: Ergebnis der Simulation aller drei Graphen

Auch hier erkennen wir das Totzeitglied T_t , auf welches die Heizleistung keinen Einfluss nimmt.

1.2.5 V1.5

Als letzten Schritt unserer Vorbereitung möchten wir uns mit den Temperaturverläufen bei einem Sprung von $P_{el} = 10W \cdot \sigma(t)$ anschauen, wenn wir die Strömungsgeschwindigkeit v variieren. Die Punkte, die wir uns dabei anschauen wollen, sind:

- a) $v = v_L$
- b) $v = \frac{v_L}{2}$
- c) $v = 2 \cdot v_L$

Eine Änderung der Strömungsgeschwindigkeit hat einen Einfluss auf die folgenden Parameter:

$$T_s = \frac{C_H}{c_L \gamma_L A v}$$
$$K_s = \frac{1}{c_L \gamma_L A v}$$
$$T_t = \frac{l}{v}$$

Wir berechnen nun für jeden Fall die entsprechenden Parameter und Grenzwerte und verwenden dann den Simulationsaufbau von V1.3, um die entsprechenden Graphen zeichnen zu können.

| v | t_t | K_s | T_s | $\vartheta(t \rightarrow \infty)$ |
|-----------------|--------|--------------------|--------|-----------------------------------|
| v_L | $1s$ | $0,3 \frac{K}{W}$ | $5s$ | $3K$ |
| $\frac{v_L}{2}$ | $2s$ | $0,6 \frac{K}{W}$ | $10s$ | $6K$ |
| $2v_L$ | $0,5s$ | $0,15 \frac{K}{W}$ | $2,5s$ | $1,5K$ |

Tabelle 1.2: Auswirkung einer Änderung in der Strömungsgeschwindigkeit auf die Parameter

Wir nutzen diese Werte um verschiedene Graphen mithilfe des folgenden Blockschaltbilds in SimuLink zu plotten:

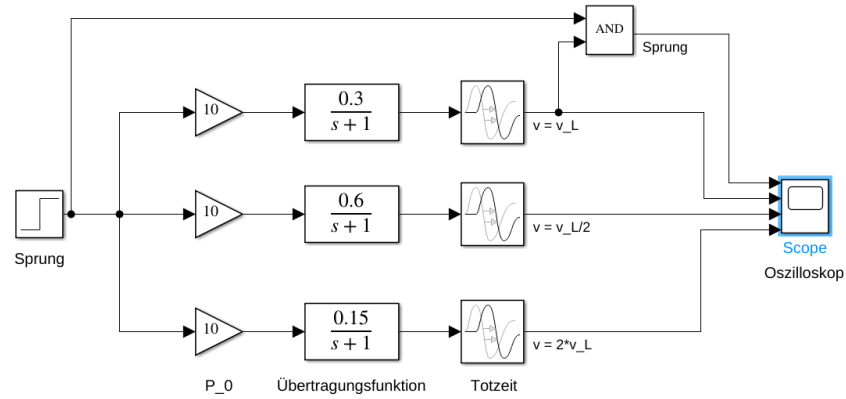


Abbildung 1.5: Blockschaltbild zur Simulation variabler Strömungsgeschwindigkeit v_L

Wir bekommen dann folgende Simulationsergebnisse:

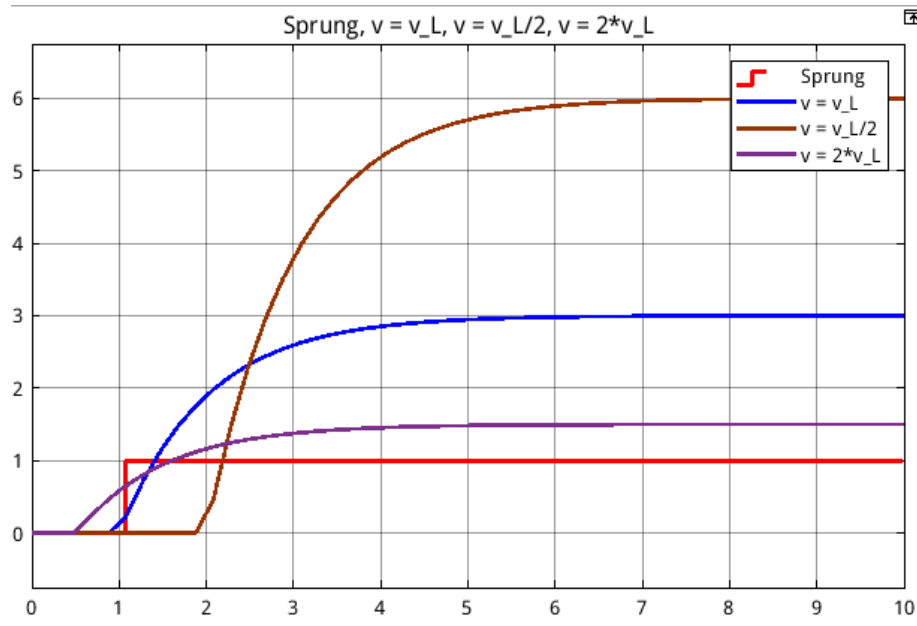


Abbildung 1.6: Simulationsergebnisse bei variabler Strömungsgeschwindigkeit v_L

Unsere Erwartungen wurden bestätigt, da ein langsamerer Luftstrom zu einem längeren Zeitraum führt, in dem die Luft erwärmt werden kann. Außerdem dauert der Prozess nun länger und die Totzeit T_t verlängert sich. Gleichzeitig führt ein schnellerer Luftstrom zu einer geringeren Erwärmung der Luft, dadurch dass sich die Luft kürzer aufwärmen kann, und zu einer kürzeren Totzeit, weil die Luft schneller durch das System strömt.

1.3 Auswertung

1.3.1 Stationäres Verhalten

Für die folgende Auswertung nehmen wir an, dass die Heizleistung P_{el} proportional zur Heizungsansteuerung u_{uP} und die Strömungsgeschwindigkeit der Luft v_L proportional zur Lüfteransteuerung u_{uL} ist. Ausgehend von der Gleichung 1.1 wollen wir nun die Kennlinienfelder zeichnen. Zunächst wollen wir uns nun mit dem Kennlinienfeld $u_{y\theta} = f(u_{uP})$ mit $u_{uL} \in \{4V, 5V, 6V\}$ beschäftigen, dazu nehmen wir die Messwerte und tragen sie in unser Diagramm ein:

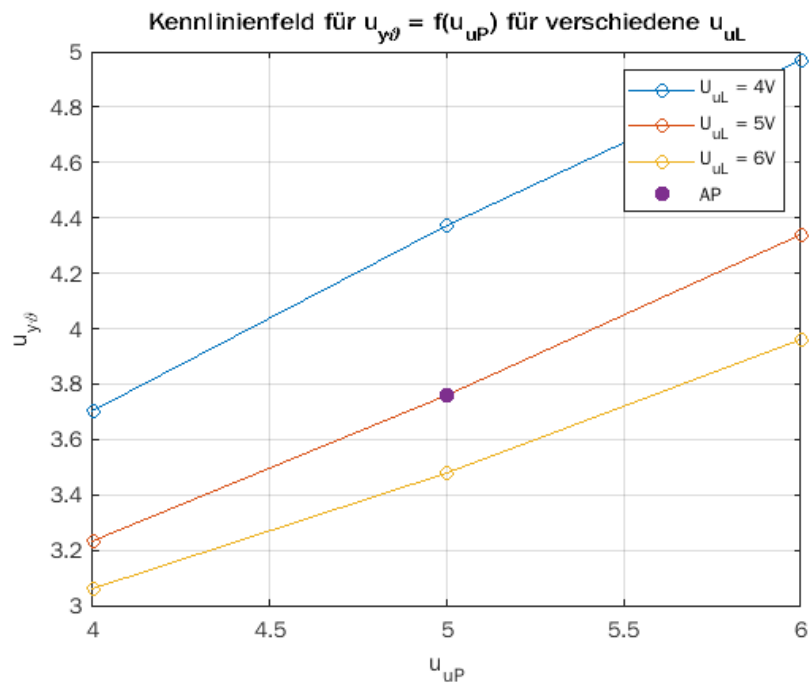


Abbildung 1.7: Kennlinienfeld $f(u_{uP})$

Gleichzeitig wollen wir uns nun auch das Kennlinienfeld zu $u_{y\vartheta} = f(u_{uP})$ mit $u_{uL} \in \{4V, 5V, 6V\}$ anschauen:

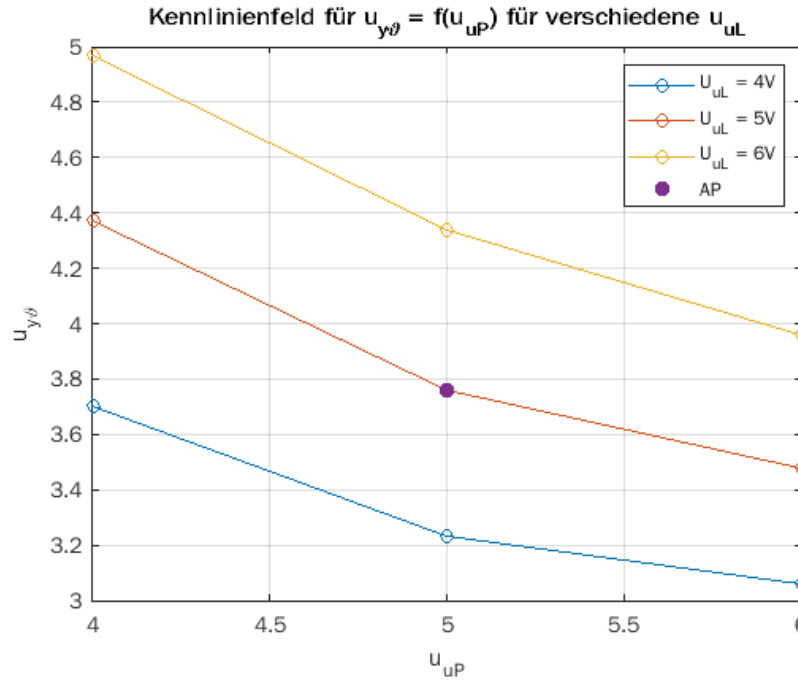


Abbildung 1.8: Kennlinienfeld $f(u_{uL})$

In beiden Kennlinienfeldern wurde der Arbeitspunkt als violetter Punkt eingezeichnet.

Wir wollen uns nun einmal anschauen, wie die Spannungen u_{uP} und $u_{y\vartheta}$ bei einer Temperatur von $\vartheta = 46^\circ C$ aussehen. Dazu berechnen wir zunächst die Messverstärkung

$$K_M = \frac{\Delta u_{y\vartheta}}{\Delta \vartheta} = \frac{4,34V - 3,23V}{44,3^\circ C - 39,1^\circ C} \approx 0,213 \frac{V}{^\circ C} \quad (1.14)$$

und berechnen nun den Spannungswert für $\vartheta = 46^\circ C$ über

$$\Delta u_{y\vartheta} = K_M \cdot \Delta \vartheta = 0,213 \frac{V}{^\circ C} \cdot (46^\circ C - 44,3^\circ C) = 0,36V \quad (1.15)$$

Rechnen wir nun diesen Spannungswert $\Delta u_{y\vartheta}$ auf $u_{y\vartheta}$, so erhalten wir

$$u_{y\vartheta g} = \Delta u_{y\vartheta} + u_{y\vartheta} = 0,36V + 4,34V = 4,7V. \quad (1.16)$$

Um nun noch auf u_{uP} zu kommen, rechnen wir

$$\Delta u_{uP} = \frac{\Delta u_{y\vartheta}}{K_{ges}} = \frac{0,36V}{0,55} \approx 0,65V$$

also $u_{uPg} = \Delta u_{uP} + u_{uP} = 0,65V + 6V = 6,65V$

Die Gesamtverstärkung des Systems

$$K_{ges} = \frac{\Delta u_{y\vartheta}}{\Delta u_{uP}} = K_u \cdot K_S \cdot K_M \quad (1.17)$$

setzt sich aus den Parametern

- $K_S = \frac{\Delta \vartheta}{\Delta P_{el}}$
- $K_u = \frac{\Delta P_{el}}{\Delta u_{uP}}$ und

- $K_M = \frac{\Delta u_{y\vartheta}}{\Delta \vartheta}$

zusammen. Aus den Kennlinienfeld lässt sich nun die Gesamtverstärkung als Steigung der mittleren, in rot markierten Gerade berechnen:

$$K_{ges} = \frac{\Delta u_{y\vartheta}}{\Delta u_{uP}} = \frac{4,34V - 3,23V}{6V - 4V} = 0.55$$