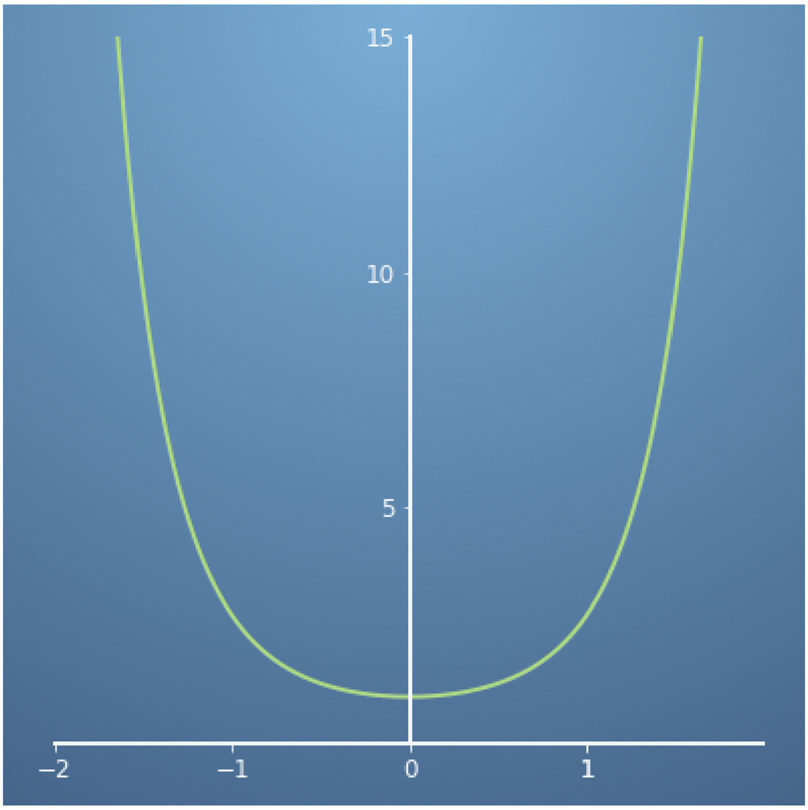
. En los dos videos anteriores, hemos mostrado demostraciones matemáticas cortas para la serie de Taylor y para casos especiales cuando el punto de partida es $X = 0$, la serie Maclaurin. En este conjunto de preguntas, comenzaremos a trabajar en la aplicación de la fórmula de la serie de Taylor y Maclaurin para obtener aproximaciones de funciones.

1 / 1 punto



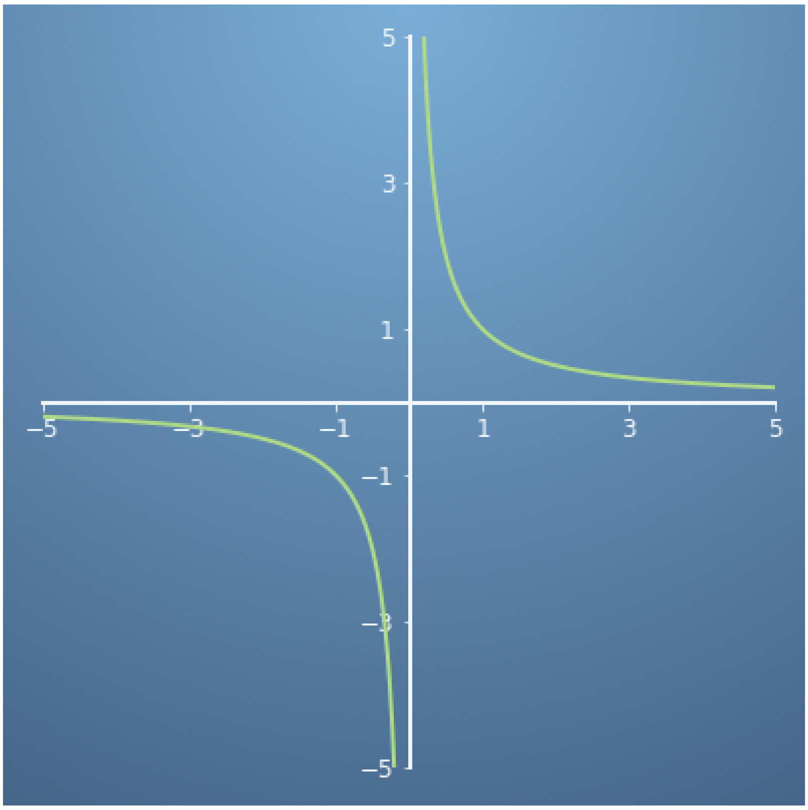
para la función $f(x) = y^{X^2}$ acerca de $X = 0$, utilizando la fórmula de la serie de Maclaurin, obtenga una aproximación hasta los tres primeros términos distintos de cero.

- (•) $f(x) = 1 + X^2 + \frac{X^4}{2} + \ldots$
- ( ) $f(x) = 1 + 2\text{x}\_ + \frac{X^2}{2} + \ldots$
- ( ) $f(x) = X^2 + \frac{X^4}{2} + \frac{X^6}{6} + \ldots$
- ( ) $f(x) = 1 - X^2 - \frac{X^4}{2} \ldots$

Correcto
Encontramos que solo las potencias pares de x aparecen en la aproximación de Taylor para esta función.

2.

1 / 1 punto



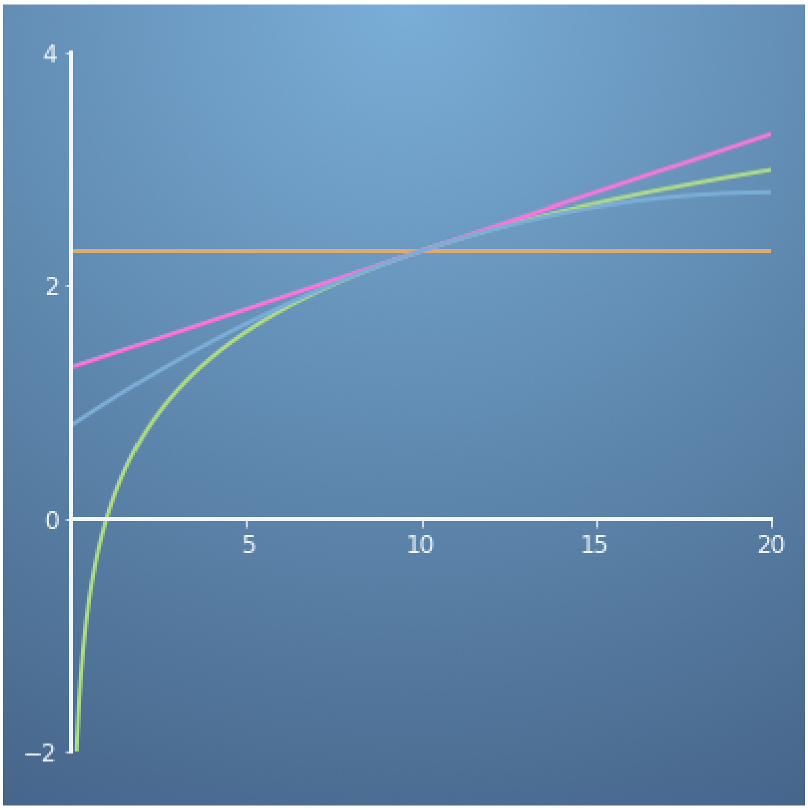
Use la fórmula de la serie de Taylor para aproximar los tres primeros términos de la función$f(x) = 1/x$, ampliado alrededor del punto $pag = 4$.

- [x] $f(x) = \frac{1}{4} - \frac{(X-4)}{16} + \frac{(X-4)^2}{64} + \ldots$
- [ ] $f(x) = -\frac{1}{4} - \frac{(X+4)}{16} - \frac{(X+4)^2}{64} \ldots$
- [ ] $f(x) = \frac{1}{4} - \frac{(X+4)}{16} + \frac{(X+4)^2}{64} + \ldots$
- [ ] $f(x) = \frac{(X-4)}{16} + \frac{(X-4)^2}{64} - \frac{(X-4)^3}{256} \ldots$

Correcto
Encontramos que solo las potencias pares de x aparecen en la aproximación de Taylor para esta función.

3.

1 / 1 punto



Al encontrar los primeros tres términos de la serie de Taylor que se muestra arriba para la función$f\ (\ x\ ) =$ en $(\ x\ )$(línea verde) sobre$X = 10$, determine la magnitud de la diferencia de usar la expansión de Taylor de segundo orden contra la expansión de Taylor de primer orden al aproximar para encontrar el valor de$f\ (\ 2\ )$.

- ○ $f\ (\ 2\ )\_ = 0$
- ○ $f\ (\ 2\ )\_ = 0.5$
- ◉ $f\ (\ 2\ )\_ = 0.32$
- ○ $f\ (\ 2\ )\_ = 1.0$

Correcto

La aproximación de Taylor de segundo orden sobre el punto$X = 10$es

$$f\ (\ x\ ) = \text{en}\ (\ 1\ 0\ ) + \frac{(\ X - 1\ 0\ )}{10} - \frac{(\ X - 1\ 0\ )^2}{200} \ \ldots.$$

Entonces la aproximación de primer orden es

$$gramo_1 = \text{en}\ (\ 1\ 0\ ) + \frac{(\ X - 1\ 0\ )}{10}$$

y la aproximación de segundo orden es

$$gramo_2 = \text{en}\ (\ 1\ 0\ ) + \frac{(\ X - 1\ 0\ )}{10} - \frac{(\ X - 1\ 0\ )^2}{200}.$$

Entonces, la magnitud de la diferencia es

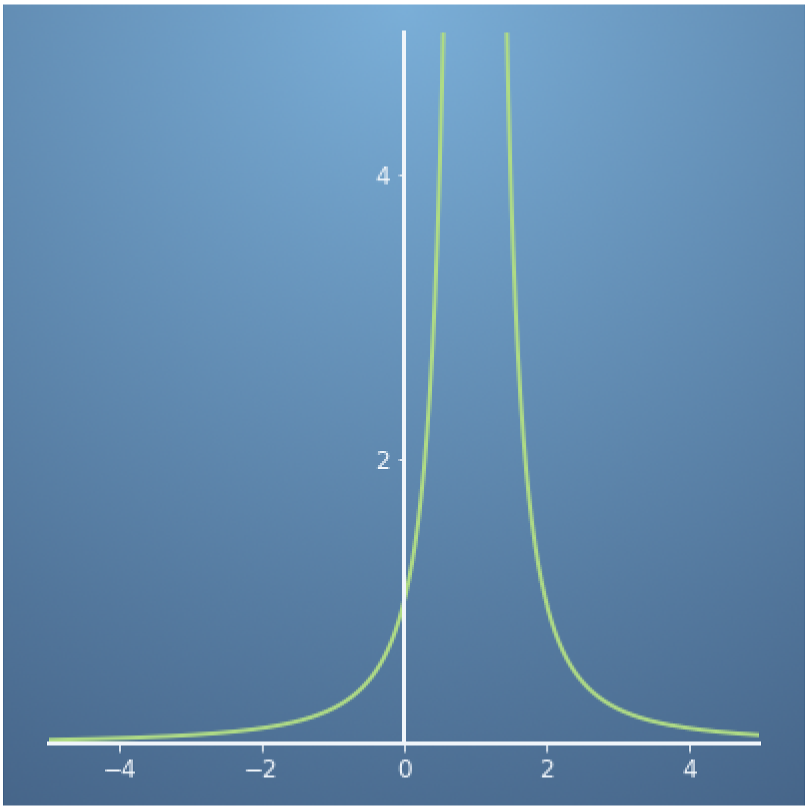
$$|g_2(2) - gramo_1(2)| = | - \frac{(X - 1\ 0)^2}{200} |$$

y sustituyendo en$X = 2$Nos da

$$|g_2(2) - gramo_1(2)| = | - \frac{(2-10)^2}{200} | = 0.32$$

4. En algunos casos, una serie de Taylor se puede expresar en una ecuación general que nos permite encontrar una determinada$norte^{t\ h}$ término de nuestra serie. Por ejemplo la función$f\ (\ x\ ) = y^X$tiene la ecuacion general$f\ (\ x\ ) = \sum_{norte\ =\ 0}^{\infty} \frac{X^{norte}}{n\ !}$. Por lo tanto, si queremos encontrar el3^{rd} −término en nuestra serie de Taylor, sustituyendo $norte\ = 2$en la ecuación general nos da el término$\frac{X^2}{2}$. Conocemos la serie de Taylor de la funcióny^Xes$f\ (\ x\ ) = 1 + X + \frac{X^2}{2} + \frac{X^3}{3!} + \ldots$. Ahora probemos con otro ejemplo práctico del uso de ecuaciones generales con series de Taylor.

1 / 1 punto



Al evaluar la función$f\ (\ x\ ) = \frac{1}{(\ 1 - x\ )^2}$sobre el origen$X\ = 0$, determine qué ecuación general para el$norte^{t\ h}$el término de orden representa correctamente$f\ (\ x\ )$.

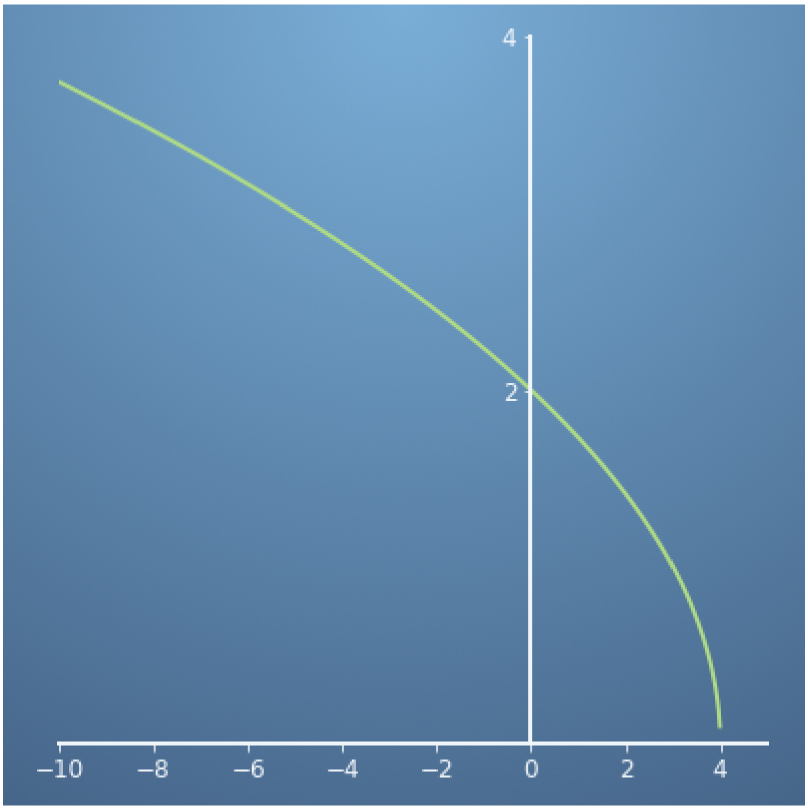
- (•) $f\ (\ x\ ) = \sum_{norte\ =\ 0}^{\infty} (1 + n\ )\ x^{norte}$
- ( ) $f\ (\ x\ ) = \sum_{norte\ =\ 0}^{\infty} (2 + norte\ )\ (\ x\ )^{norte}$
- ( ) $f\ (\ x\ ) = \sum_{norte\ =\ 0}^{\infty} (1 + norte\ )\ (\ - X\ )^{norte}$
- ( ) $f\ (\ x\ ) = \sum_{norte\ =\ 0}^{\infty} (1 + 2\ n\ )\ (\ x\ )^{norte}$

Correcto

Haciendo una aproximación en serie de Maclaurin, obtenemos $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + \ldots$, que satisface la ecuación general mostrada.

5.

1 / 1 punto



Al evaluar la función $f(x) = \sqrt{4 - X}$ a $X = 0$, encuentra la ecuación cuadrática que aproxima esta función.

- (•) $f(x) = 2 - \frac{X}{4} - \frac{X^2}{64} \ldots$
- ( ) $f(x) = 2 - X - \frac{X^3}{64} \ldots$
- ( ) $f(x) = 2 + X + X^2 \ldots$
- ( ) $f(x) = \frac{X}{4} - \frac{X^2}{64} \ldots$

Correcto
La ecuación cuadrática que se muestra es la aproximación de segundo orden.