

Øving 4

Oppgave 1

a)

Binomisk fordeling.

1. er uavhengige hendelser, ok
2. Kan være ødelagt eller ikke, ok
3. sannsynlighet for utfall er samme i alle delforsøk

A - maskin stopper

n - delforsøk = 10

p = P(A) = 0.1

i) eksakt 2 = $0,1937102445 = \underline{19.4\%}$

ii) eksakt 3 = $0,057395628 = \underline{5.7\%}$

iii) Minst 1 = $10-0 = 1 - 0,3486784401 = 0.6513215599 = \underline{65.2\%}$

iiii) Høyest 3 = $0,9872048016 = \underline{98.7\%}$

b) Denne er binomisk.

1. er uavhengige hendelser, ok
2. Kan være ødelagt eller ikke, ok
3. sannsynlighet for utfall er samme i alle delforsøk

A - maskiner som fungerer etter 6 mnd

p - P(A) = 0.5

n = 3

Se tabell i vedlegg.

c) Denne er hypergeometrisk, fordi det er en populasjon med N individer hvor M har en egenskap E.

N = 10

M = 4

E - defekt

n = 4

Se tabell i vedlegg.

Oppgave 2

- a) X er binomisk fordelt hvis delforsøkene er uavhengig. Så uansett hvor mange gjester som er der vil det alltid være 1% som klager.
- b) Forventning: $E(X) = np = 500 \cdot 0.01 = \underline{5}$
Varians: $\text{Var}(X) = np(1-p) = 5 \cdot 0.99 = \underline{4.95}$
- c) Sannsynlighet for at minst 5 gjester klager:

A = gjester som klager på maten

$$p = P(A) = 0.01$$

$$n = 500$$

Bruker formel for binomisk fordeling:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

$$P(X \leq 5) = P(X = 500) - P(X = 4) = \underline{0.5603889133}$$

Oppgave 3

a)
$$P(X = x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$

Hvor

A = trafikkulykke

λ = forventet antall forekomster av A per enhet = 16

t = 1 uke

b) Forventning: $E(X) = \lambda * t = \underline{16}$

Standardavvik: $\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} = \text{sqrt}(16) = \underline{4}$

c)

$P(X \leq 8) = \underline{0.02198725355}$

$P(10 < X \leq 20) = P(X = 20) - P(X = 9) = \underline{0.8248697183}$

$P(X \geq 15) = \underline{0.5332551086}$

Oppgave 4

a)

X = riktig svar

Y = han vet svaret

Z = gjetter riktig svar

Z - bin(n,p), som her gir oss at:

n = 3 (fordi det er 3 spørsmål personen skal gjette på)

p = P(A) = 0.25 (fordi sannsynligheten for å gjette riktig på et spørsmål er 0.25)

A = personen får riktig svar

Kan også se at fordelingen er binomisk fordi:

- 1) delforsøkene (her oppgavene) er uavhengige
- 2) A kan enten inntreffe eller ikke
- 3) sannsynligheten er lik i hvert delforsøk

$P(Z \geq 2) = 1 - P(Z=0) + P(Z=1) = 1 - 0.84375 = \underline{0.15625}$

$E(Z) = n * p = 3 * 0.25 = \underline{0.75}$

$E(X) = n * p = 4 * 0.25 = \underline{1}$

b)

Y - antall spørsmål han vet svaret på

P(Y = y) - sannsynligheten for antall spørsmål han vet svaret på

Y er det han vet svaret på, og siden det er fra 0 til 4 spm han kan vite svaret på så blir da k/p bli $\frac{1}{5}$.

dette vil da bli en uniform fordeling.

$$\mu = E(Y) = \underline{2}$$

$$\text{Var}(Y) = \underline{2}$$

c)

Styrke en person som skal bestå:

Siden han skal både få fler enn 1 riktig og vite mer eller lik 1 svar så vil det da bli

$$P(X \leq 1) \cap P(Y \geq 1)$$

Og siden Y ikke kan være høyere enn 1 så blir det:

$$P(X=1) \cap P(Y=1)$$

som videre er $P(X=1 | Y=1) \cdot P(Y=1)$

$$\frac{3}{4}^3 \cdot 0.2 = 0.084375$$

Bestå en som skal stryke

$$P(X \geq 2 \cap Y=0)$$

sjekket opp $X \leq 1$ i tabellen $\Rightarrow 0,738$

så tok jeg $1 - 0,738 = 0.267$

$$0.267 \cdot 0.2 = 0,0524$$

sannsynligheten for å ta feil avgjørelse er da

$$0,0524 + 0.084375 = \underline{0,1368}$$

d,

hva er sannsynligheten for at en person vet svaret gitt at han får en riktig:

$$P(Y=1 | X=1) \Rightarrow \text{bayes lov} \Rightarrow (P(X=1 | Y=1) \cdot P(Y=1)) / P(X=1)$$

for å finne ut $P(X=1)$ så tar vi sjansen for at han får et riktig svar og han ikke vet svaret pluss han får et riktig svar og vet svaret.

$$P(X=1) \cap P(Y=0) + P(X=1) \cap P(Y=1)$$

$$4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot \frac{1}{4}^3 \cdot 0.2 + \text{oppgaven i c} = 0.084375 + 0.084375 = 0,16875$$

$$(\frac{1}{4}^3 \cdot 0,2) / 0.16875 = \underline{0,5}$$