NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for datateknologi og informatikk

Eksamensoppgave i TDAT2005 Algoritmer og datastrukturer

Faglig kontakt under eksamen: Anette Wrålsen og Helge Hafting

Tlf.: 97 79 68 78 / 73 55 95 44

Eksamensdato: 6. desember 2017

Eksamenstid (fra–til): 09:00–14:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Ett stemplet A4-ark med valgfritt innhold

Annen informasjon:

Målform/språk: bokmål

Antall sider (uten forside): 4

Antall sider vedlegg: 0

Informasjon om trykking av eksamensoppgave			
Originalen er:			
1-sidig	☐	2-sidig	☒
sort/hvit	☐	farger	☒
		skal ha flervalgskjema	☐

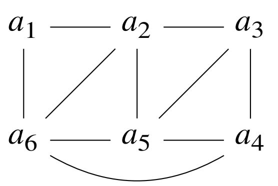
Kontrollert av

. . . .

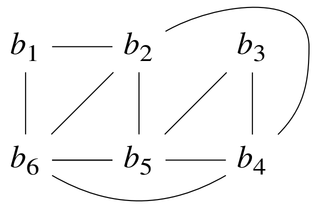
Dato Sign

Oppgave 1 — 10%

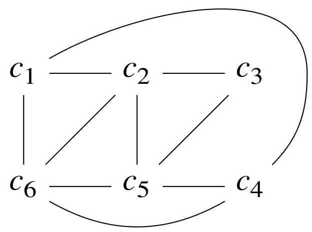
a) To av grafene G_a, G_b og G_c under er isomorfe. Avgjør hvilke to, og finn en isomorfi mellom dem. Forklar også hvorfor den tredje ikke er isomorf med de to første.



G_a



G_b



G_c

b) Vis at totalgraden til K_n (den komplette grafen med n hjørner) er $n^2 - n$.

Oppgave 2 — 10%

Gitt alfabetet $\Sigma = \{a, b, c\}$.

a) La $\mathscr{L}$ være språket som består av alle strenger over Σ slik at det aldri kommer en a etter en c. Det betyr for eksempel at ab og $abcbb$ er i $\mathscr{L}$, mens $abca$ og cba ikke er det. Finn et regulært uttrykk som definerer $\mathscr{L}$, og en endelig automat som aksepterer nøyaktig $\mathscr{L}$.

b) Gitt språket $\mathscr{L}_R$ over Σ definert av det regulære uttrykket

$$a^*(ba|bc)^*(a|b)$$

og språket $\mathscr{L}_G$ generert av grammatikken G med alfabet $V = \{a, b, c, S, X, Y\}$ der $\Sigma \subset V$ er terminalsymbolene, S er startsymbolet og reglene gitt som følger:

(1) $S \to XYZ$	(4) $Y \to bY$	(7) $Z \to aZ$
(2) $X \to aX$	(5) $Y \to a$	(8) $Z \to bZ$
(3) $X \to \epsilon$	(6) $Y \to c$	(9) $Z \to \epsilon$

Begrunn at $\mathscr{L}_R \neq \mathscr{L}_G$.

Oppgave 3 **10%**

a) La S være mengden av alle bitstrenger, og $\mathscr{R}$ relasjonen på S gitt som følger:

$$s_1 \mathscr{R} s_2 \Leftrightarrow s_1 \text{ har færre eller like mange tegn som } s_2$$

for alle $s_1, s_2 \in S$. Vis at $\mathscr{R}$ verken er en ekvivalensrelasjon eller en partiell ordning på S.

b) La $A = \{a, b, c\}$. Hvor mange relasjoner på A er både refleksive og symmetriske? Forklar svaret ditt.

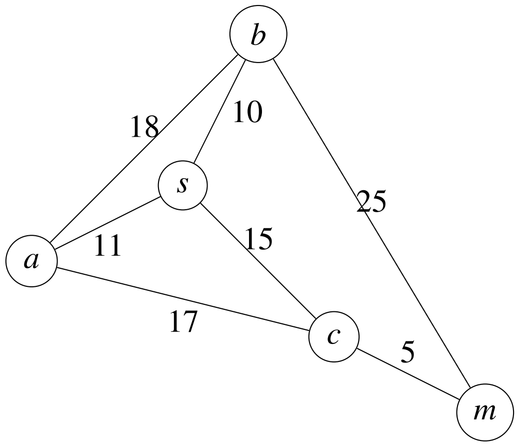
Oppgave 4 **20%**

Analyser de følgende programmene og finn kjøretiden. Bruk Θ om mulig, ellers O og Ω.

```
public void oppg_a(int n, int m, int [][] tab) {
    for (int i=0; i <= n-1; ++i) {
        for (int j=0; j<i; j++) {
            tab[i][j] = i*n+j;
        }
    }
}

public void oppg_b(int n, int m, int [][] tab) {
    for (int i=0; i <= n-1; ++i) {
        for (int j=0; j<m-1; j++) {
            tab[i][j] = i*n+j;
        }
    }
}

public void oppg_c(int n, int[] tab, int x) {
    for (int j=0; j < n-1; ++j) tab[j+x]++;
    if (n>0) {
        oppg_c(n/2, tab, 0);
        oppg_c(n/2, tab, n/2);
    }
}

public void oppg_c(int n, int[] tab, int x) {
    for (int j=0; j < x; ++j) {
        for (int i = 0; i < x; ++i) tab[i+n] -= tab[j];
    }
    if (x>0) {
        oppg_c(n/4, tab, x/2);
        oppg_c(n/4, tab, x/2);
    }
}
```

Oppgave 5 15%

Gitt denne grafen:



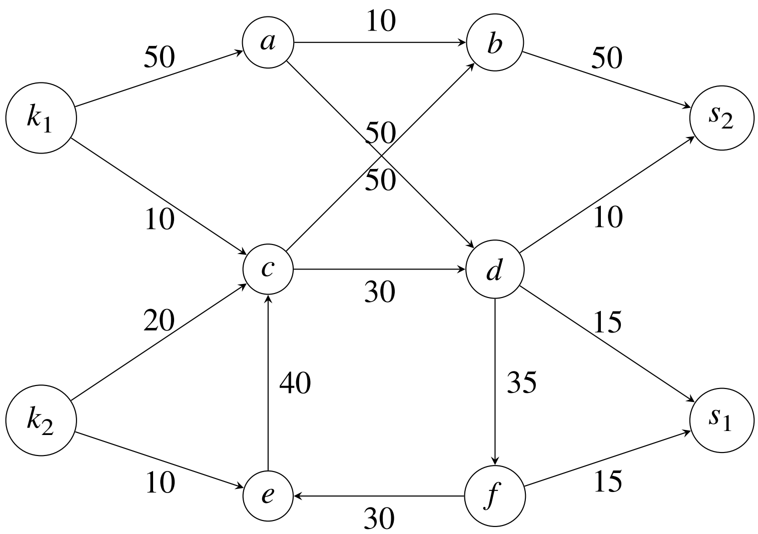
a) Bruk Dijkstras algoritme for å finne korteste vei fra s til m. Skriv også opp rekkefølgen som nodene plukkes ut av prioritetskøen, og hvilken prioritet de har når de plukkes ut. Det er ikke nødvendig å fortsette søket når korteste vei til m er funnet.

b) Bruk A*-algoritmen for å finne korteste vei fra s til m. Skriv også opp rekkefølgen som nodene plukkes ut av prioritetskøen, og hvilken prioritet de har når de plukkes ut. A* trenger estimerte avstander til målnoden, bruk disse estimatene: a:21, b:25, c:5, s:18, m:0

c) Finn og tegn et minimalt spenntre for denne grafen, eller forklar hvorfor dette ikke er mulig.

Oppgave 6 15%

Gitt denne grafen:



a) Finn maksimal flyt gjennom grafen, ved hjelp av flytøkende veier. Skriv også opp hver flytøkende vei du bruker, og hvor mye hver vei øker flyten.

b) Sorter grafen topologisk, eller forklar hvorfor dette ikke er mulig.

Oppgave 7 10%

a) Hvordan er kompleksitetsklassene P og NP definert?

b) Fortell kort om et NP-komplett problem.

Oppgave 8 10%

a) Sett tallene 4, 5, 3, 6, og 1 inn i en min-heap. Sett dem inn i den rekkefølgen de står, og tegn opp heapen en gang for hvert tall du setter inn.

b) Sett inn tallene 5, 7, 3, 2, 8, 6 og 1 inn i et binært søketre. Sett dem inn den rekkefølgen de står, og tegn opp søketreet en gang for hvert tall du setter inn.