Pakta Integritas :

Dengan ini, saya menyatakan bahwa tugas ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri

Nama: Alvaro A

NPM: 2106752180

1. a) Terdapat 3 persamaan dan 2 variabel, oleh karena itu persamaan ini adalah persamaan yg over-determined. Dapat dilihat bahwa persamaan tersebut dapat menghasilkan nilai/solusi yg kurang tepat.

SPL Overdetermined: jumlah persamaan lebih banyak daripada jumlah variabel

Persamaan overdetermined tidak dapat dilakukan/dicari solusinya hanya dengan LU factorization. Hal ini karena pada SPL overdetermined, matriks yg dihasilkan memiliki lebih banyak baris daripada kolom. Hal ini menyebabkan matriks tersebut tidak dapat dibentuk menjadi matriks segitiga atas ~~dan~~ matriks segitiga bawah.

Sehingga LU factorization dapat dilakukan hanya apabila ~~persamaan~~ SPL memiliki jumlah persamaan dan jumlah variabel yg sama. Oleh karena itu SPL overdetermined tersebut harus diubah terlebih dahulu menjadi SPL yg memiliki jumlah persamaan dan jumlah variabel yg sama untuk LU factorization dapat digunakan

Note: LU factorization mengubah matriks menjadi berbentuk segitiga atas dan segitiga bawah, hanya matriks $n \times n$ yg dapat memenuhi hal tersebut

b) $Ax = b$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 10 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}}_{b}$$

c) Dalam persamaan $Ax = b$ yg overdetermined, X merupakan solusi yg memenuhi persamaan didalam SPL tersebut. Akibat sifat overdetermined, tidak mungkin ada solusi yg memenuhi setiap persamaannya dengan tepat. Dalam konteks LU factorization, karena matriks yg terbentuk tidak dapat dibentuk menjadi matriks segitiga atas dan bawah maka diperlukan cara penyelesaian kuadrat terkecil terlebih dahulu.

Sehingga nilai X ~~[illegible]~~ bagi A dan b adalah vektor yg memberikan hasil perkalian matriks koefisien A dengan vektor solusi X yang paling mendekati atau paling meminimalkan selisih dengan vektor B agar menghasilkan solusi paling minimal yg merepresentasikan SPL overdetermined diatas. Hal tersebut adalah gunanya solusi X

d) Dibuat Matriks augmented $[A\,b] = A x = b$ size = M.n

$$M = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 10 \\ 1 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Akan dilakukan operasi nol pada kolom dibawah (k,k) untuk k sampai n (ukuran kolom)

Iterasi 1: $M(1,1) = 8$ $\longrightarrow C = \frac{8}{\sqrt{65}} = \frac{8\sqrt{65}}{65}$

$M(1,2) = 1$ $\longrightarrow S = \frac{1}{\sqrt{65}} = \frac{\sqrt{65}}{65}$

$r = \sqrt{M(1,1)^2 + M(1,2)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$

$$tmp = \frac{8\sqrt{65}}{65}\begin{bmatrix} 8 & 9 & 10 \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{65}}{65}\begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{64\sqrt{65}}{65} & \frac{72\sqrt{65}}{65} & \frac{80\sqrt{65}}{65} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{65}}{65} & \frac{5\sqrt{65}}{65} & \frac{4\sqrt{65}}{65} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{65} & \frac{77\sqrt{65}}{65} & \frac{84\sqrt{65}}{65} \end{bmatrix}$$

$$A(2,1:n) = -\frac{\sqrt{65}}{65}\begin{bmatrix} 8 & 9 & 10 \end{bmatrix} + \frac{8\sqrt{65}}{65}\begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{31\sqrt{65}}{65} & \frac{22\sqrt{65}}{65} \end{bmatrix}$$

maka
$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{65} & \frac{77\sqrt{65}}{65} & \frac{84\sqrt{65}}{65} \\ 0 & \frac{31\sqrt{65}}{65} & \frac{22\sqrt{65}}{65} \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Iterasi 2:

$M(1,1) = \sqrt{65}$ $\longrightarrow C = \frac{M(1,1)}{r} = \frac{\sqrt{65}}{\sqrt{74}} = \frac{\sqrt{4810}}{74}$

$M(3,1) = 3$ $\longrightarrow S = \frac{M(3,1)}{r} = \frac{3}{\sqrt{74}} = \frac{3\sqrt{74}}{74}$

$r = \sqrt{65+9} = \sqrt{74}$

$M_{1,1}^2 + M_{3,1}^2$

$$tmp = \frac{\sqrt{4810}}{74}\begin{bmatrix} \sqrt{65} & \frac{77\sqrt{65}}{65} & \frac{84\sqrt{65}}{65} \end{bmatrix} + \frac{3\sqrt{74}}{74}\begin{bmatrix} 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{312650} + 9\sqrt{74}}{74} & \frac{5005\sqrt{74} + 780\sqrt{74}}{74 \times 65} & \frac{5460\sqrt{74} + 585\sqrt{74}}{74 \times 65} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{74} & \frac{89\sqrt{74}}{74} & \frac{93\sqrt{74}}{74} \end{bmatrix}$$

$$A(3,1:n) = -\frac{3\sqrt{74}}{74}\begin{bmatrix} \sqrt{65} & \frac{77\sqrt{65}}{65} & \frac{84\sqrt{65}}{65} \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{4810}}{74}\begin{bmatrix} 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-231\sqrt{4810} + 260\sqrt{4810}}{4810} & \frac{-252\sqrt{4810} + 195\sqrt{4810}}{4810} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{29\sqrt{4810}}{4810} & \frac{-57\sqrt{4810}}{4810} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{74} & \frac{89\sqrt{74}}{74} & \frac{93\sqrt{74}}{74} \\ 0 & \frac{31\sqrt{65}}{65} & \frac{22\sqrt{65}}{65} \\ 0 & \frac{29\sqrt{4810}}{4810} & \frac{-57\sqrt{4810}}{4810} \end{bmatrix}$$

Iterasi 3:

$M(2,2) = \frac{31\sqrt{65}}{65}$ $\quad r = \sqrt{\frac{961}{65} + \frac{841}{4810}} = \sqrt{\frac{1107}{74}}$

$M(3,2) = \frac{29\sqrt{4810}}{4810}$

$c = \frac{M(2,2)}{r} = \frac{\frac{31\sqrt{65}}{65}}{\frac{3\sqrt{123}}{\sqrt{74}}} = \frac{31\sqrt{65}\sqrt{74}}{195\sqrt{123}} = \frac{31\sqrt{4810}}{195\sqrt{123}}$

$s = \frac{\frac{29\sqrt{4810}}{4810}}{\frac{\sqrt{1107}}{\sqrt{74}}} = \frac{2146\sqrt{65}}{4810\sqrt{1107}} = \frac{2146\sqrt{65}}{14430\sqrt{123}} = \frac{29\sqrt{65}}{195\sqrt{123}}$

$temp = \frac{31\sqrt{4810}}{195\sqrt{123}}\begin{bmatrix} 0 & \frac{31\sqrt{65}}{65} & \frac{22\sqrt{65}}{65} \end{bmatrix} + \frac{29\sqrt{65}}{195\sqrt{123}}\begin{bmatrix} 0 & \frac{29\sqrt{4810}}{4810} & \frac{-57\sqrt{4810}}{4810} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{31\sqrt{74}\cdot 31}{195\sqrt{123}\cdot\cancel{65}} + \frac{29^2\cdot\cancel{65}\sqrt{74}}{3\,\cancel{195}\sqrt{123}\cdot 4810} & \frac{31\cdot 22\cdot\cancel{65}\cdot\sqrt{74}}{195\cdot\cancel{65}\cdot\sqrt{123}} - \frac{29\cdot 57\cdot\cancel{65}\cdot\sqrt{74}}{3\,\cancel{195}\cdot\sqrt{123}\cdot 4810} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{(31^2\cdot 74 + 29^2)\sqrt{74}}{3\cdot 4810\cdot\sqrt{123}} & \frac{31\cdot 22\cdot 74\sqrt{74} - 29\cdot 57\cdot\sqrt{74}}{3\cdot 4810\cdot\sqrt{123}} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{71955\sqrt{74}}{3\cdot 4810\cdot\sqrt{123}} & \frac{48815\sqrt{74}}{3\cdot 4810\cdot\sqrt{123}} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{369\sqrt{74}}{74\sqrt{123}} & \frac{751\sqrt{74}}{222\sqrt{123}} \end{bmatrix}$

$A(3, 2:n) = \frac{-29\sqrt{65}}{195\sqrt{123}}\begin{bmatrix} 0 & \frac{31\sqrt{65}}{65} & \frac{22\sqrt{65}}{65} \end{bmatrix} + \frac{31\sqrt{4810}}{195\sqrt{123}}\begin{bmatrix} 0 & \frac{29\sqrt{4810}}{4810} & \frac{-57\sqrt{4810}}{4810} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-29\cdot 22}{195\sqrt{123}} + \frac{-31\cdot 57}{195\sqrt{123}} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-2405}{195\sqrt{123}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-37}{3\sqrt{123}} \end{bmatrix}$

Sehingga $A = \begin{bmatrix} \sqrt{74} & \frac{89\sqrt{74}}{74} & \frac{93\sqrt{74}}{74} \\ 0 & \frac{369\sqrt{74}}{74\sqrt{123}} & \frac{751\sqrt{74}}{222\sqrt{123}} \\ 0 & 0 & \frac{-37}{3\sqrt{123}} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{74} & \frac{89\sqrt{74}}{74} \\ 0 & \frac{369\sqrt{74}}{74\sqrt{123}} \end{bmatrix}$ $\quad bt = \begin{bmatrix} \frac{93\sqrt{74}}{74} \\ \frac{751\sqrt{74}}{222\sqrt{123}} \\ \frac{-37}{3\sqrt{123}} \end{bmatrix}$

e) Hitung x

diketahui $R = \begin{bmatrix} \sqrt{79} & \frac{89\sqrt{79}}{79} \\ 0 & \frac{369\sqrt{79}}{79\sqrt{123}} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 8{,}6023 & 10{,}3460 \\ 0 & 3{,}8677 \end{bmatrix}$

$bt = \begin{bmatrix} \frac{93\sqrt{79}}{79} \\ \frac{751\sqrt{79}}{222\sqrt{123}} \\ \frac{-37}{3\sqrt{123}} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 10{,}8110 \\ 2{,}6239 \\ -1{,}1721 \end{bmatrix}$

$\underbrace{R = \begin{bmatrix} 8.6023 & 10.346 \\ 0 & 3.8677 \end{bmatrix} \quad bt[1:2] = \begin{bmatrix} 10{,}8110 \\ 2.62390 \end{bmatrix}}_{\text{back substitution}}$

$y = \frac{bt(2,1)}{R(2,2)}$

$y = \frac{2{,}6239}{3.8677} = 0.6784$

$x = \frac{10.811 - 10.346 \cdot 0.6784}{8.6023}$

$= 0.4408$

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4408 \\ 0.6784 \end{bmatrix}$

Untuk mengetahui apabila x yg ditemukan merupakan solusi yg tepat perlu dicari Ax-b. Jika Ax-b = 0 maka x merupakan solusi tepat

$Ax-b = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.4408 \\ 0.6784 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.632 \\ 3.8328 \\ 4.036 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.368 \\ -0.1672 \\ 1.036 \end{bmatrix}$

Maka karena $Ax-b \neq 0$ maka x bukanlah solusi yg tepat

Perhitungan norm error 2 adalah

$\|Ax-b\|_2 = \sqrt{(-0.368)^2 + (-0.1672)^2 + (1.036)^2} = 1.12059279 \approx 1.21$ //

Error norm 2 adalah 1.121.

f) Menggunakan persamaan normal $A^TAx = A^Tb$ dengan " \ " di octave diperoleh nilai dari

$A^TA \setminus A^Tb = \begin{bmatrix} 0.4408 \\ 0.6784 \end{bmatrix}$

Perhitungan $\|Ax-b\|_2$ juga memperoleh hasil yg sama pada octave

error norm 2. hasil dari $\|Ax-b\|$ pada octave = 1.11205921 //

Maka kedua mencari error dari x yg didapat pada poin e dengan x pada octave (4 digit dibelakang koma) adalah sama //

(2) i) ~~a)~~ Tebakan awal yg digunakan adalah $a = 0.5$ $b = 1$ dan $tol. = 10^{-5}$.
Menurut saya tebakan awal ini baik karena akan menyebabkan ~~cepat~~ ~~17~~ iterasi.
sehingga memenuhi kriteria yg baik. → dapat dilihat $n > \left| {}^{2}\log\left(\frac{0.5}{10^{-5}}\right)\right| = {}^{2}\log(5000) = 1\cancel{5}$ //

ii) ~~b)~~ Iterasi pertama didapatkan

- nilai $X = \frac{0.5 + 1}{2} = 0.75$, dimana masih lebih besar daripada toleransi kita
- dapatkan nilai $F(x)$
  $F(0.75) = e^{-0.75} - 0.75 = -0.2776$
  ↓
  $F(x)$
- dapatkan nilai $F(a)$
  $F(0.5) = e^{-0.5} - 0.5 = 0.10$
- Lalu dievaluasi apakah $F(a) * F(\cancel{x}) < 0$
  Benar bahwa $F(a) * F(x) < 0$, maka $b = X$
  $b = 0.75$ //
- Kemudian dicari X terbaru
  $X = \frac{a+b}{2} = \frac{0.5 + 0.75}{2} = 0.625$

$\boxed{abs(F(0.625)) > 10^{-5}}$
$\boxed{0.089 > 10^{-5}}$

Iterasi kedua

- nilai $X = \frac{a+b}{2} = \frac{0.5 + 0.75}{2} = 0.625$, maka dicek apabila $F(x)$ lebih kecil daripada toleransi. Tidak, maka lanjut hasil $F(x)$ dengan x yg terbaru //
- dapatkan nilai $F(x)$
  $F(0.625) = e^{-0.625} - 0.625 = -0.089$
- dapatkan nilai $F(a)$
  $f(0,5) = e^{-0.5} - 0.5 = 0.1$
- Evaluasi apabila $F(a) * F(x) < 0$
  Benar bahwa $F(a) * F(x) < 0$, maka $b = x$
  $b = 0.625$ //

karena iterasi kedua masih terpenuhi $|F(x)| > tol$

Terakhir pada evaluasi 2, dicari
nilai $X = \frac{a+b}{2} = \frac{0.5 + 0.625}{2} = 0.5625$ //

iii) ~~c)~~ Ringkasan hasil

K	X	$F(x_K)$
1.	0.75	−0.2776
2.	0.6250	−0.089739
3.	0.5625	7.282×10^{-3}
4.	0.5938	−0.041498
5.	0.5781	−0.017176
6.	0.5703	-4.9630×10^{-3}
7.	0.5664	1.1552×10^{-3}
8.	0.5684	-1.9059×10^{-3}
9.	0.5674	-3.753×10^{-4}
10.	0.5669	3.896×10^{-4}

d) Pada iterasi terakhir didapatkan adalah $x = 0.5671$ dimana kita menemukan bahwa $F(0.5671) = e^{-0.5671} - 0.5671 = 6.7843 \times 10^{-5}$. Dapat dilihat bahwa ini merupakan errornya.

b) i) 2 buah fungsi $g(x)$ berbeda yg akan digunakan pada iterasi adalah didapatkan dengan mencari² nilai dan $F(x)$

$F(x) = e^{-x} - x$

$e^{-x} - x = 0 \rightarrow e^{-x} = x$

maka $g_1(x) = e^{-x}$

$\rightarrow$ masukkan ln (natural logaritma) kedua ruas

$\ln(e^{-x}) = \ln(x)$

$-x = \ln(x)$

$x = -\ln(x)$

$\rightarrow$ maka $g_2(x) = -\ln(x)$

ii) Skema iterasi konvergen dengan rate p

$g^{(p-1)}(x^*) = 0$ dan $g^{(p)}(x^*) \neq 0$

dapat dilihat untuk $g_1(x)$ dan $g_2(x)$ pada turunan 1.

Sehingga untuk $g^{(0)}(x)^* = 0$ terpenuhi dan $g^{(1)}(x^*) \neq 0$

Oleh karena itu rate 1 memenuhi karena

$g_1'(x) = -e^{-x} = \frac{-1}{e^x}$

$g_2'(x) = -\frac{1}{x} = \frac{-1}{x}$

] tidak akan 0.

Sehingga kecepatan konvergensi keduanya 1 atau linear.

Untuk lebih cepat maka $g_2'(x)$ akan lebih cepat daripada $g_1(x)$ karena dapat dilihat melalui $g^{(p)}(x)$

$-\frac{1}{x} < \frac{-1}{e^x}$

$\rightarrow -\frac{1}{2} < -\frac{1}{e^2}$, $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{e^3}$

Hal ini menandakan bahwa g_2 memiliki konvergen rate yg lebih rendah sehingga g_2 lebih cepat daripada g_1 secara konvergen

iii) Toleransi : 10^{-5}

tebakan awal $x_0 = 1$] $g(1)$

Toleransi : 10^{-5}

tebakan awal $x_0 = 3$

iv) Iterasi pertama

mutlak dari

- Dicek terlebih dahulu apakah $g_1(x)$ dan $g_2(x)$ lebih kecil daripada toleransi
  dikurang tebakan awal
- Lalu apabila memenuhi maka tebakan tersebut akan di override dengan nilai dari $g_1(x_0)$ dan $g_2(x_0)$ $\boxed{a = g_1(x_0) \quad a = 0.3679}$
  yg awal
- Selanjutnya dicari nilai $g_1(x_0)$ dan $g_2(x_0)$ yang baru menggunakan hasil x_0 yg diperoleh dari $x = g_1(x_0)$ dan $x = g_2(x_0)$ yg awal-awal didefinisikan $\boxed{b = g_1(a) \quad b = 0.6922}$

Iterasi kedua

mutlak dari

- Dicek apakah nilai $g_1(x_0)$ dan $g_2(x_0)$ terbaru (dari iterasi sebelumnya) ~~lebih kecil~~ pada step sebelumnya lebih kecil dari dikurangi nilai tebakan yg dioverride pada step sebelumnya lebih kecil dari toleransi.
- Apabila memenuhi maka nilai tebakan di override lagi menggunakan nilai $g_1(x)$ dan $g_2(x)$ $\boxed{a = g_1(x_0) \quad a = 0.6922}$
- Selanjutnya nilai tebakan yg diperbaharui tersebut digunakan lagi untuk mencari nilai $g_1(x)$ dan $g_2(x)$ $\boxed{b = 0.5005 \quad \to b = g_1(a)}$

v.

$g_1(x) = e^{-x}$

K	x_k	$F(x_k)$
1	0.6922	-0.1917
2	0.5005	0.1058
3	0.6062	-0.060848
4	0.5454	0.034217
5	0.5796	-0.019497
6	0.5601	0.011028
7	0.5711	-6.26×10^{-3}
8	0.5649	3.54×10^{-3}
9	0.5684	-2.014×10^{-3}
10	0.5664	1.1419×10^{-9}

$g_2(x) = -\ln(x)$

K	x_k	$F(x_k)$
1	$-0.094048 - 3.141593i$	$-1.0046 + 3.1416i$
2	$-1.1452 + 1.6007i$	$1.0511 - 4.7923i$
3	$-0.[illegible]6771 - 2.1918i$	$-0.4881 + 3.7925i$
4	$-0.8303 + 1.8709i$	$0.1532 - 4.0622i$
5	$-0.7161 - 1.9886i$	$-0.1142 + 3.8590i$
6	$-0.7484 + 1.9164i$	$0.032285 - 3.905019i$
7	$-0.7214 - 1.943i$	$-0.026946 + 3.859537i$
8	$7.4139\times10^{-3} - 3.8694i$	$7.4139\times10^{-3} - 3.8694\times10\, i$
9	$-0.7225 - 19325i$	$-6.3484\times10^{-3} + 3.8688\times10\, i$
10	$-0.7242 + 1.9286i$	$1.7363\times10^{-3} - 3.8611e\times10\, i$

vi) error yg didapat adalah

$g_1 = F(0.5672) = e^{-0.5672} - 0.5672 = \times 10^{-5}$
-0.8871

g_2: Infinite loop

vii) Hasil yg didapatkan tidak jauh berbeda dengan metode bisection, terlihat bahwa ada perbedaan nilai x. Perbedaan tersebut terjadi karena sifat rounding pada aplikasi octave. Sehingga hasil tersebut tidak jauh berbeda dengan hasil yg didapatkan menggunakan metode bisection.

(3) diketahui : $f_1(x,y) = x + y - 2x^2 y = 1$
$f_2(x,y) = x^2 + y^2 - 2x + 2y - 9 = 0$

didapatkan turunan kedua fungsi tersebut adalah

$$\frac{dF_1}{dx} = 1 - 4xy \qquad \frac{dF_2}{dx} = 2x - 2$$

$$\frac{dF_1}{dy} = 1 - 2x^2 \qquad \frac{dF_2}{dy} = 2y + 2$$

matriks Jacobian :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{dF_1}{dx} & \frac{dF_1}{dx} \\ \frac{dF_2}{dx} & \frac{dF_2}{dy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 4xy & 1 - 2x^2 \\ 2x - 2 & 2y + 2 \end{bmatrix}$$

Newton method:
$x_{n+1} = x_n - J^{-1}(x_n) F(x_n)$, dimana komputasi Jacobian sangat mahal sehingga

$\hookrightarrow x_{n+1} = x_n - d$

$x_n - d = x_n - J^{-1}(x_n) F(x_n)$

$-J^{-1}(x_n) F(x_n) = d$

$\boxed{F(x_n) = J(x_n)\, d}$ → membentuk SPL

Komputasi :

tebakan awal $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, dan toleransi 10^{-5}

Iterasi 1:

dengan rumus $F(x_n) = J(x_n)d$ → $F_1(x,y) = x+y-2x^2y-1 \Rightarrow F(0,0) = 0+0+0-1 = -1$

↳ masukkan $x_0 = 0$ $y_0 = 0$ ——— $F_2(x,y) = x^2+y^2-2x+2y-9 \Rightarrow F(0,0) = 0+0-0+0-9 = -9$

maka didapatkan $F(x_0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -9 \end{bmatrix}$ dan $J = \begin{bmatrix} 1-4(0)(0) & 1-2(0)^2 \\ 2(0)-2 & 2(0)+2 \end{bmatrix}$

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} d = \begin{bmatrix} -1 \\ -9 \end{bmatrix} \Rightarrow$ gunakan LU sehingga : $\begin{bmatrix} -1.75 \\ 2.75 \end{bmatrix}$

Iterasi 2 :

$F_1(D) : -16.84375 \simeq 16.844$

$F_2(D) : 10.625$

$J(D) = \begin{bmatrix} 1-4(-1.75)(2.75) & 1-2(-1.75)^2 \\ 2(-1.75)-2 & 2(2.75)+2 \end{bmatrix}$

$J(D) = \begin{bmatrix} 20,25 & -5,125 \\ -5,5 & 7,5 \end{bmatrix}$

diperoleh $\begin{bmatrix} 20,25 & -5,125 \\ -5,5 & 7,5 \end{bmatrix} d = \begin{bmatrix} 16.844 \\ 10.625 \end{bmatrix} \Rightarrow$ LU factorization

$d = \begin{bmatrix} -1.1689 \\ 1.7585 \end{bmatrix}$

Iterasi 3 :

$F_1(D) : -3,2174$

$F_2(D) : 1,3188$

$J(D) : \begin{bmatrix} 1-4(-1.1689)(1.7585) & 1-2(-1.1689)^2 \\ 2(-1.1689)-2 & 2(1.7585)+2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9.2266 & -1.7326 \\ -4.3878 & 5.5189 \end{bmatrix}$

d menggunakan LU diperoleh = $\begin{bmatrix} -0.5581 \\ 2.0006 \end{bmatrix}$

Dapat dilihat bahwa hasil D diperolehkan semakin kecil dan akurat.