

Desain dan Analisis Algoritma

Semester Ganjil 2023/2024

PR 1 - Analyzing Algorithm and Growth of Function

Deadline: Rabu, 20 September 2023 pukul 08:00 WIB

Petunjuk Pengerjaan:

- Berkas PR Anda harus dibuat dengan cara ditulis tangan di kertas A4 lalu difoto/di scan dan disimpan sebagai satu berkas PDF (bukan di-*zip*). Mengumpulkan selain tipe file PDF dikenakan penalti sebesar 5 poin.
- Format penamaan berkas PR1 NPM Nama.pdf.
Contoh: PR1 2106123456 John Doe.pdf.
Penamaan berkas yang tidak sesuai dikenakan penalti sebesar 5 poin.
- Tuliskan Nama, NPM, dan Kode Asdos Anda pada bagian kiri atas setiap halaman pada PR Anda.
- Awali berkas PR Anda dengan pernyataan “Dengan ini saya menyatakan bahwa PR ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri” disertai tanda tangan pada halaman pertama berkas PR anda. **Tanpa pernyataan ini, PR Anda tidak akan diperiksa.**
- Jika ada, tuliskan Nama Kolaborator pada berkas PR Anda. Perhatikan bahwa walaupun Anda sudah menuliskan nama kolaborator, bukan berarti jawaban Anda boleh sama persis dengan kolaborator Anda. PR adalah tugas individu, bukan tugas kelompok. Pastikan kolaborasi hanya pada sebatas ide pengerjaan, bukan ketika menulis jawaban.
- Anda harus memberikan penjelasan jawaban pada setiap soal. Bila kurang penjelasan, maka akan dikenakan penalti.
- Anda diperbolehkan menghitung menggunakan kalkulator, namun langkah pengerjaan harus dijelaskan. Tidak boleh menulis nilai akhir saja.
- Pelanggaran peraturan kejujuran akademis akan diproses sesuai peraturan yang sudah dijelaskan di BRP.
- **Tidak ada toleransi terhadap keterlambatan pengumpulan PR.**

1. Soal 1 (5 + 5 + 15 poin)

Diberikan Algoritma `misteri()` berikut yang menerima bilangan asli m dan *array* $A[1 \dots n]$ berisi n -buah bilangan asli.

```
misteri(m,A):
1.  x = 0; i = 1;
2.  while (i ≤ n):
3.      temp = |A[i] - m|;
4.      if (temp > x):
5.          x = temp;
6.      i = i + 1;
7.  endwhile;
8.  return x;
```

- (a) Hitunglah keluaran dari `misteri(3, [2,10,6,5,9])` dan `misteri(7, [2,10,6,5,9])`.
- (b) Dari observasi di atas, operasi apakah yang dilakukan oleh algoritma `misteri(m,A)`.
- (c) Apakah loop invariant dari loop di baris 2 hingga 7? Jelaskan dengan memeriksanya pada tahap initialization, maintenance, dan termination.

2. Soal 2 (18 poin)

Urutkanlah keenam fungsi berikut dari yang memiliki *order of growth* paling rendah ke yang paling tinggi, sedemikian hingga untuk urutan fungsi f_1, f_2, \dots, f_6 , berlaku $f_1 = \mathcal{O}(f_2)$, $f_2 = \mathcal{O}(f_3)$, \dots , $f_5 = \mathcal{O}(f_6)$. Jelaskan jawaban Anda.

$$(n-3)!, \quad 2 \lg(n+50)^{20}, \quad 2^{3n}, \quad 0.002n^5 + 5n^3 + 3, \quad \ln^2(n+10), \quad \sqrt[3]{n+1}$$

3. Soal 3 (8 + 8 + 8 + 8 poin)

Tentukan kebenaran dari pernyataan-pernyataan berikut. Buktikan jawaban Anda.

- (a) $n! \in \Theta((n+1)!)$ atau $(n+1)! \in \Theta(n!)$.
- (b) $\sum_{j=1}^n j^k \in \Theta(n^{k+1})$ untuk sembarang bilangan riil $k > 0$.
- (c) Untuk setiap fungsi positif $f(n)$ dan $g(n)$, berlaku: Jika $2^{f(n)} \in \Omega(2^{g(n)})$ maka $f(n) \in \Omega(g(n))$.
- (d) Untuk setiap fungsi positif $f(n)$ dan $g(n)$, berlaku: Jika $f(n) \in \mathcal{o}(g(n))$ maka $[f(n)]^2 \in \mathcal{O}([g(n)]^2)$.

4. Soal 4 (5 + 10 + 10 poin)

Diberikan Algoritma `count()` berikut yang menerima input bilangan kuadrat sempurna $n = k^2$ untuk suatu bilangan bulat k .

```
count(n):  
1.   $k = \sqrt{n}$ ;  
2.  let sum[1...k] be a new array;  
3.  for  $j = 1$  to  $k$ :  
4.      sum[j] = 0;  
5.      for  $i = 1$  to  $j^2$ ;  
6.          sum[j] = sum[j] + i;  
7.      endfor;  
8.  endfor;  
9.  return sum[1...k];
```

- (a) Jelaskan apa yang dilakukan oleh Algoritma `count()` tersebut. Berikan contoh keluaran untuk input $n = 16$.
- (b) Berapakah total *running time* dari Algoritma `count()` tersebut, apabila diasumsikan operasi \sqrt{n} dapat dijalankan dalam waktu konstan?
- (c) Tentukan *tight-bound* dari kompleksitas waktu Algoritma `count()` tersebut dalam notasi Theta (Θ). Jelaskan jawaban Anda,