① a) Tentukan floating point IEEE 754 double preasion dari 0.3 dan 0.9

Nama Alvaro Austin

Kelas : A

NPM : 2106752180

Pakta Integritas

Dengan ini, saya menyatakan bahwa tugas ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri.

↳ untuk 0,3 :

0 : 0

0.3

0.3 x 2	0.6	0
0.6 x 2	1.2	1
0.2 x 2	0.4	0
0.4 x 2	0.8	0
0.8 x 2	1.6	1
0.6 x 2	1.2	1
0.2 x 2	0.4	0
0.4 x 2	0.8	0
0.8 x 2	1.6	1

kembali ~~ulangi~~ lagi ke sana

Double

Sign	Exponent	Mantissa
1 bit	11 bit	52 bit

Mendapatkan total : $\underbrace{0}_{\text{dari desimal } 0}.\underbrace{0100110011001\ldots\ldots}_{\text{dari } 0.3} \times 2^{0}$ = $1.0011001 1001 \ldots\ldots \times 2^{-2}$ //

exponent bias : $2^{10} - 1 = 1023$

(Sign) Sign bit : 0

(exponent) 11 exp bits : $1023 - 2 = 1021_{10} = 01111111101_2$

(Mantissa) 52 bit fraction : 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011

Jadi total 0011 1111 1101 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011

Hexacode : 0x3FD 3 3 3333333333 //

↳ untuk 0.9 :

0 : 0

0.9

0.9 x 2	1.8	1
0.8 x 2	1.6	1
0.6 x 2	1.2	1
0.2 x 2	0.4	0
0.4 x 2	0.8	0
0.8 x 2	1.6	1
0.6 x 2	1.2	1

kembali lagi

total : $\underbrace{0}_{\text{dari } 0}.1\,1100\,1100\,1100 \ldots \times 2^{0}$

Jadi standar notation : $1.1100\,1100\,1100 \ldots \times 2^{-1}$

dengan exponen bias : 1023 maka ~~exp~~ exponen $= 1022_{10}$

Sign bit : 0

11 exp bit (exponent) . 1022_{10} : 01111111110

52 bit Mantissa : 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100

Jadi total 64 bit IEEE floating point 754 :

0011 1111 1110 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 . . .

↳ bulatkan 1101

↳ Hexadecimal : 0x3FE CCCCCCCCCCCCD

Pengertian komponen floating point IEEE 754 double precision :

Nama : Alvaro Austin
Npm : 2106752180

- Sign : Menunjukkan bilangan tersebut positif atau negatif
  - ↳ 0 : angka/bilangan positif
  - 1 : bilangan negatif
- Exponen : Menunjukkan ukuran dari bilangan. Nilai eksponen didapat dari penambahan exponen bias dengan eksponen dari standar notation biner, untuk double precision exponen
- Mantissa : Menunjukkan presisi dari bilangan. Mantissa menyimpan bagian pecahan dan bilangan.

1b) Saya menggunakan Python IDE untuk mencari hasil dari ~~...~~ 0.3+0.3+0.3 == 0.9

↳ Perintah yg saya masukkan adalah $\boxed{\text{0.3+0.3+0.3 == 0.9}}$

Return: False

Apabila kita mencoba mencari hasil dari 0.3 + 0.3 + 0.3 di python IDE maka hasil yg diperoleh adalah 0.8999999999999999 , sedangkan hasil yg diinginkan adalah 0.9 oleh karena itu 0.3+0.3 +0.3 ≠ 0.9 menggunakan python IDE

1c) Kita dapat membuktikan berdasarkan hasil hexadesimal code yg diperoleh karena ingin membuktikan 0.3+0.3+0.3 maka

0.3 : 3FD 3333333333333

3FD 3333333333333

3FD 3333333333333 +

3FE 9999999999999

namun karena hasil penjumlahan digit terakhir adalah 9 yg tidak dapat direpresentasikan kedalam digit hex tunggal

Sehingga kita memperoleh

0.3+ 0.3+0.3 = 0X 3FECCCCCCCCCCC1 (pembulatan)

Terlihat bahwa 0.3+0.3+0.3 menghasilkan : 0X3FE CCCCCCCCCCC1

sedangkan 0.9 menghasilkan 0X3FECCCCCCCCCCCD

Dapat dilihat bahwa terdapat perbedaan antara 0.3+0.3+0.3 dengan 0.9. Hal ini terjadi karena bilangan 0.3 tidak dapat direpresentasikan secara akurat dalam sistem bilangan floating point. Sehingga saat dilakukan pembulatan terjadi kesalahan yg menyebabkan perbedaan tersebut. Sehingga pada saat komputer membulatkan 0.3 tidak terdapat bilangan 0.3 yg dapat direpresentasikan secara akurat. Alhasil, pertambahan pembulatan 0.3 yg tidak akurat tersebut menyebabkan hasil berbeda dari yg harusnya 0.9

↳ Konklusi : Keterbatasan komputer menyimpan bit, menyebabkan 0.3 dan 0.9 tidak tersimpan secara exact.

2a) Fungsi matlab :

Function $[F_1, F_2]$ = hitung Fungsi (n)

$x = 10^n$

$F_1 = (1-sec(x)) / (tan(x) * tan(x))$

$F_2 = (-1) / (1+sec(x))$

end function

n	x	f_1	F_2
-1	10^{-1}	-0,4987	-0.4987
-2	10^{-2}	-0.5000	-0.5000
-3	10^{-3}	-0.5000	-0.5000
-4	10^{-4}	-0.5000	-0.5000
-5	10^{-5}	-0.5000	-0.5000
-6	10^{-6}	-0.5000	-0.5000
-7	10^{-7}	-0.5107	-0.5000
-8	10^{-8}	0	-0.5000

2b) Dapat terlihat dari jawaban tabel 2a bahwa sebelum n=-7, seperti n=6, n=5, ..., n=1 hasil $F_1 = \frac{1-sec(x)}{tan^2(x)}$ dan $F_2 = \frac{-1}{1+secx}$ sama dengan $x = 10^n$ //

Sedangkan untuk n=-7 dan n=-8 terlihat perbedaan antara F_1 dan F_2

$x = 10^{-7}$ $x = 10^{-8}$

Perlu disebutkan juga bahwa untuk $n \geq 2$, nilai F_1 dan nilai F_2 SEHARUSNYA bernilai -0.5000 //

Sehingga dapat terlihat dan kita identifikasi perbedaan tersebut.

Pada persamaan F_1 terlihat ada operasi pengurangan pada bagian $1-sec(x)$ sedangkan F_2 tidak memiliki operasi pengurangan sama sekali. Oleh karena itu ~~karena~~, akibat $sec(10^{-7})$ atau $sec(10^{-8})$ menghasilkan pengurangan dengan 1. Hal ini menyebabkan ~~bahwa adany~~ adanya Pengurangan 2 bilangan yg nilainya sangat dekat, yaitu 1. Akibat nilai $sec(10^{-7})$ da $sec(10^{-8})$ Sangat ~~dekat~~ dekat dengan 1. Maka terjadi fenomena bernama Loss of Significant Digits. Hasil dari F_1 dapat berubah karena loss of significant digits. Hal ini menyebabkan saat operasi pengurangan 1 dengan $sec(10^{-7})$ atau $sec(10^{-8})$ hilangnya ~~digit~~ angka penting.

Hilangnya angka penting ini di dorong karena untuk bilangan floating point number hanya terdapat 52 bits ~~matissa~~ mantissa, sehingga apabila ~~bit~~ pengurangan terjadi, bit diluar dari 52 bit masih tetap ada namun ~~bit~~ ~~diantara~~ untuk bit diantara 52 bit matissa tersebut sudah ~~berkurang~~ dikurangi dipenuhi oleh 0. Hal inilah

Hal ini membuat 52 bit mantissa yg mengandung angka penting ~~bit~~ dipenuhi oleh 0 ...

yang terjadi untuk F_1, 52 bit matissa yg dikurangi dengan angka 1 menjadi 0, sehingga hasil pengurangan pada $F_1 = \frac{0}{tan^2(x)}$ sedangkan $F_2 = \frac{1}{1+sec(x)}$ //

//

(3) a) Gunakan rumus kappa, cari error relatif pada input

Cek:

Input: $+0.01$

$\hat{x}: 2+0.01$

$\hat{x}: 2.01$

error Relatif input : $\frac{|2.01-2|}{|2|}$: 0.005 → 0.5 %

Input : -0.01

$\hat{x}: 2-0.01$

$\hat{x}: 1.99$ → $\frac{|1.99-2|}{|2|}$: 0.005 → 0.5 %

Cek output : $F(2) = \cancel{2}^2 - 2(2) - 1000 = -1000$

$F(\hat{2.01})$: $2.01^2 - 2 \cdot 2.01 - 1000 : -999.98$ → error relatif : $\frac{|-999.98+1000|}{|-1000|}$: 2×10^{-4} : 0.02 %

$F(\hat{1.99})$: $1.99^2 - 2 \cdot 1.99 - 1000 = -1000.0$ → error relatif : $\frac{|-1000+1000|}{|-1000|}$: 0 → 0 %

Sehingga

untuk $\hat{x}: 2.01$

$K_F: \frac{0.02}{0.5} : 0.04$

$\hat{x}: 1.99$

$K_F: 0$

Sehingga pilih $K_F(2): 0.04$

b) Cek

Input: $+0.01$

$\hat{x}: 30+0.01$

$\hat{x}: 30.01$

Error relatif input: $\frac{|30.01-30|}{|30|}$: 3.33×10^{-4}

: 0.0333 %

Input: -0.01

$\hat{x} = 30 - 0.01$

$\hat{x} = 29.99$

Eror relatif Input : $\frac{|29.99-30|}{|30|}$: 0.0333 %

Cek output: $F(30) = 30^2 - 2(30) - 1000 : -160$

$F(30.01)$: $30.01^2 - 2(30.01) - 1000 : -159.42$ → error relatif $\frac{|-159.42+160|}{|-160|}$: $\frac{0.58}{160}$

$F(29.99)$: $29.99^2 - 2(29.99) - 1000 : -160.58$ → error relatif $\frac{|-160.58+160|}{|-160|}$: $\frac{0.58}{160}$

$\frac{0.58}{160} \times 100\%$:

: 0.3625 %

Sehingga untuk

$\hat{x}: 30.01$ dan $\hat{x}: 29.99$

$K_F(30) = \frac{0.3625\%}{0.0333\%} : 10.885$

c) Dapat terlihat dari jawaban a dan b, bahwa

K_f pada bagian a adalah 0.04

K_f pada bagian b adalah 10.885.

K_f adalah indikator untuk menentukan ill condition problem. Sehingga untuk perhitungan $K_f(x)$ dimana $K_f(x) >> 1$ akan dikatakan ill condition.

Terlihat untuk $K_f(2) \rightarrow$ bagian a memiliki hasil 0.04 sehingga nilai $x = 2$ dengan error input sebesar ± 0.01 tidak dinyatakan / digolongkan sebagai ill condition promblem.

Akan tetapi untuk K_f pada bagian b, $K_f(30)$ memiliki hasil 10.885, hal ini sangat lebih besar dari batas ill condition (≤ 1). Sehingga untuk hasil $x = 30$, dengan error input sebesar ± 0.01 akan menghasilkan ill conditioned problem.

Secara kesimpulan, Ill condition problem terjadi apabila error input yg kecil menyebabkan perbedaan yg sangat besar di input. Dalam kasus ini terjadi round of error pada mesin kita sehingga mesin tidak bisa secara akurat menyatakan presisi yg tepat bagi angka tersebut.

4a) $Ax = b$

$$\begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & 2 & 2 \\ \frac{1}{2} & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 13 \\ \frac{40}{3} \end{bmatrix} \longrightarrow \underbrace{PA}_{LU}X = PB$$

Note: $\boxed{R_i : (A_{i}, :)}$

Step1: Factoring 1

- Membuat vektor $np = [1,2,3]$
- Karena elemen paling tinggi sudah berada di kolom (i,i) → i mulai dari 1, sehingga bisa langsung dilakukan gauss operation

Buat ~~kolom dan baris~~ baris dan kolom $(2,1)$ menjadi 0

Awal L:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{5}{4} & \frac{7}{4} \\ \frac{1}{2} & 2 & 3 \end{bmatrix} \longrightarrow \text{dari } R_2 - \frac{1}{2}R_1 \longrightarrow L(2,1) = \frac{A(2,1)}{A(1,1)}$$

→ simpan nanti

Membuat baris dan kolom $(3,1)$ menjadi 0 menggunakan $R_3 \leftarrow R_3 - \frac{1}{6}R_1 \longrightarrow L(3,1) = \frac{A(3,1)}{A(1,1)}$

→ Simpan nanti

$$\begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{5}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & \frac{7}{4} & \frac{35}{12} \end{bmatrix}$$

Step 1: L berubah menjadi

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Step2: Factoring kolom 2, mengubah/menukar baris 3 dan 2

→ sehingga $np = [1,3,2]$ → merubah $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (setelah swapping)

→ berubah karena pertukaran baris

swap

$$\begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{7}{4} & \frac{35}{12} \\ 0 & \frac{5}{4} & \frac{7}{4} \end{bmatrix}$$

- Membuat baris dan kolom $(3,2)$ 0, menggunakan $R_3 \leftarrow R_3 - \frac{5}{7}R_2$

→ Simpan nanti → $L(3,2) = \frac{A(3,2)}{A(2,2)}$

$$\begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{7}{4} & \frac{35}{12} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{7} & 1 \end{bmatrix}$$

→ U = matriks segitiga atas

Sehingga $U = \begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{7}{4} & \frac{35}{12} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$. $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{7} & 1 \end{bmatrix}$

$P = [1,3,2]$

$b = \begin{bmatrix} 10 \\ 13 \\ \frac{40}{3} \end{bmatrix}$ b setelah swapping berdasarkan P

$b' = \begin{bmatrix} 10 \\ \frac{40}{3} \\ 13 \end{bmatrix}$

karena $Ax = b$ dan $A = LU$ maka $LUx = b$ dimana kita bisa mengubah $Ux = y$

$Ly = b$, kita mengetahui L dan b (yg merupakan b') yaitu

$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{7} & 1 \end{bmatrix}$ dan $b = \begin{bmatrix} 10 \\ \frac{40}{3} \\ 13 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{7} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ \frac{40}{3} \\ 13 \end{bmatrix}$$

$\to y_1 = \frac{b(1)}{L(1,1)} = \frac{10}{1} = 10$

$y_2 = \frac{b(2) - L(2,1)\cdot y_1}{L(2,2)} = \frac{\frac{40}{3} - \frac{10}{6}}{1}$

$= \frac{80}{6} - \frac{10}{6}$

$= \frac{70}{6} = \frac{35}{3}$

$y_3 = \frac{b(3) - L(3,1)\cdot y_1 - L(3,2)\cdot y_2}{L(3,3)}$

~~bawah~~

$y_3 = \frac{13 - \frac{1}{2}\cdot 10 - \frac{5}{7} \cdot \frac{35}{3}}{1} = -\frac{1}{3}$

sehingga $y = \begin{bmatrix} 10 \\ \frac{35}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

kita bisa mendapatkan $Ux = y$ untuk mendapatkan x → "kita mendapatkan U sebelumnya"

$$\begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{7}{4} & \frac{35}{12} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ \frac{35}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$\to$ x_3 didapatkan dengan

$x_3 = \frac{y(3,3)}{U(3,3)} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}} = 1$

$\to$ x_2 didapatkan dengan

$x_2 = \frac{y_2 - U(2,3)\cdot x_3}{U(2,2)} = \frac{\frac{35}{3} - \frac{35}{12}\cdot 1}{\frac{7}{4}}$

$= \frac{\frac{140 - 35}{12}}{\frac{7}{4}} = \frac{\frac{105}{12}}{\frac{7}{4}}$

$= 5$

$x = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

$x_3 = \frac{y_1 - U(1,2)\cdot x_2 - U(1,3)\cdot x_3}{U(1,1)}$

$= \frac{10 - \frac{3}{2}\cdot 5 - \frac{1}{2}\cdot 1}{3}$

$= \frac{10 - \frac{15}{2} - \frac{1}{2}}{3} = \frac{10 - 8}{3}$

$= \frac{2}{3}$

Lanjutan 4a. Dapat dilihat pada operasi tersebut menggunakan LU dan pivoting.

Seperti yg disebutkan pada slide bahwa kompleksitas dari LU Factorization adalah $\frac{n^3}{3}$

Namun pada 4a, kita melakukan forward elimination dan backward substitution

yg masing² memiliki kompleksitas $\frac{n^2}{2}$. Sehingga kompleksitas dari

LU pivoting ini adalah $\boxed{\frac{n^3}{3} + n^2}$ //

b) Berdasarkan matriks A pada soal

$$A = \begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & 2 & 2 \\ \frac{1}{2} & 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{dapat dilihat bahwa} \quad A^T = \begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{2} & 2 & 2 \\ \frac{1}{2} & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Matriks A dan transposnya sama. Sehingga $A = A^T$ yaitu dapat dikatakan matriks A ini simetris

Sehingga ya, matriks A ini spesial karena matriks A merupakan matriks simetris

c)
$$A = \begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & 2 & 2 \\ \frac{1}{2} & 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow$$

Step 1: Cari LD, ~~[illegible]~~

Lakukan eliminasi kolom (1,2) dan (1,3)

~~[illegible]~~

$$A(2,:) = A(2,:) - \frac{A(2,1)}{A(1,1)} * A(1,:) = A(2,:) - \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{1}} * A(1,:)$$

atau $R_2 \leftarrow R_2 - \frac{1}{2} R_1$

sehingga A yg baru adalah

$$A = \begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{5}{4} & \frac{7}{4} \\ \frac{1}{2} & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Lalu hilangkan kolom 3 baris 1 (di 0 kan)

$$A(3,:) = A(3,:) - \frac{A(3:1)}{A(1:1)} * A(1,:) = A(3,:) = A(3,:) - \frac{1}{6} A(1,:)$$

atau $R_3 \leftarrow R_3 - \frac{1}{6} R_1$

Sehingga A baru adalah:

$$\begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{5}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & \frac{7}{4} & \frac{35}{12} \end{bmatrix}$$

Lalu hilangkan baris 3 kolom 2 (di 0 kan)

$$A(3,:) = A(3,:) - \frac{A(3;2)}{A(2:2)} * A(2,:) = A(3,:) - \frac{\frac{7}{4}}{\frac{5}{4}} * A(2,:)$$

atau $R_3 \leftarrow R_3 - \frac{7}{5} R_2$

$$A \text{ yg baru} = \begin{bmatrix} 3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{5}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & \frac{7}{15} \end{bmatrix} \rightarrow$$

Sehingga diperoleh bahwa

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{15} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{5} & 1 \end{bmatrix}$$

Oleh karena itu $\underbrace{LD}_{A}L^T x = b$ adalah

$DL^T x = y$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{5} & 1 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ 0 & 1 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{y} = \begin{bmatrix} 10 \\ 13 \\ \frac{40}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{5} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 13 \\ \frac{40}{3} \end{bmatrix}$$

$$y_1 = \frac{b_1}{L(1,1)} = \frac{10}{1} = 10$$

$$y_2 = \frac{b_2 - L(2,1) \cdot y_1}{L(2,2)} = \frac{13 - \frac{1}{2} \cdot 10}{1} = 8$$

$$y_3 = \frac{b_3 - L(3,1) * y_1 - L(3,2) * y_2}{L(3,3)} = \frac{\frac{40}{3} - \frac{1}{6} * 10 - \frac{7}{5} \cdot 8}{1} = \frac{7}{15}$$

$$DL^T x = y \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{15} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{z} = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ \frac{7}{15} \end{bmatrix} \qquad L^T x = z$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ \frac{7}{15} \end{bmatrix}$$

Bisa dicari langsung.

$$z_1 = \frac{y_1}{D(1,1)} = \frac{10}{3}$$

$$z_2 = \frac{y_2}{D(2,2)} = \frac{8}{\frac{5}{4}} = \frac{32}{5}$$

$$z_3 = \frac{y_3}{D(3,3)} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{7}{15}} = 1$$

$L^T x = z$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ 0 & 1 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{3} \\ \frac{32}{5} \\ 1 \end{bmatrix}$$

dari bawah

$$x_3 = \frac{z_3}{L^T(3,3)} = \frac{1}{1} = 1$$

$$x_2 = \frac{z_2 - L^T(2,3) * x_3}{L^T(2,2)} = \frac{\frac{32}{5} - \frac{7}{5} \cdot 1}{1} = \frac{25}{5} = 5$$

$$x_3 = \frac{z_1 - L(1,2) * x_2 - L(1,3) * x_3}{L^T(1,1)} = \frac{\frac{10}{3} - \frac{1}{2} * 5 - \frac{1}{6}}{1} = \frac{2}{3}$$

sehingga dengan $A = LDL^T$

kita memperoleh bahwa

$LDL^T x = b$ dengan hasil akhir x

$$x = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Lanjutan 9c: Terlihat dari cara LDL^T yg dilakukan pada nomor 9c bahwa kompleksitasnya hanyalah sebesar $\frac{n^3}{6}$ karena kita hanya mengiterasi salah satu bagian pada matriks tersebut. Pada kasus ini, matriks yg kita evaluasi adalah segitiga bawahnya karena matriks ini simetris. Kita juga memiliki ~~substitusi~~ 1 forward elimination, 1 backward elimination, ~~2~~ 1 eliminasi langsung yg menyebabkan kompleksitas sebesar $\boxed{\frac{n^3}{6} + n^2 + n}$ bagi matriks A menggunakan LDL^T //

9d) Hasil yg didapatkan pada bagian a dan ~~b~~ adalah sama yaitu $X = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$. Terdapat perbedaan dalam segi kompleksitas, untuk bagian a kompleksitas nya adalah $\boxed{\frac{n^3}{3} + n^2}$ sedangkan b adalah $\boxed{\frac{n^3}{6} + n^2 + n}$

Perbedaan kompleksitas ini adalah pengerjaan menggunakan LDL^T hanya membutuhkan $\frac{1}{2}$ evaluasi dari LU factorization karena matriks A merupakan matriks special yg simetris. Matriks dengan cara C, kita hanya perlu menyelesaikan bagian dari segitiga bawah ~~matriks~~ saja. Hal ini yg membedakan kompleksitasnya, karena LU membagi L menjadi matriks segitiga bawah dan U menjadi segitiga atas. Sehingga pada LDL^T kita hanya perlu mengevaluasi bagian segitiga bawah matriks saja.

Sehingga LDL^T lebih cepat dibandingkan LU factorization algoritma fe) Untuk poin a, kita sudah mendapatkan kompleksitas sebesar

$A = \frac{n^3}{3} + n^2$ → dimana untuk mengevaluasi matriks n sebesar 1000, akan membutuhkan $\frac{1000^3}{3} + 1000^2$ operasi

total operasi = 334.333.333,3

sehingga total waktunya adalah 3.343.333,333 s

atau 928,7 jam

Untuk C

$C = \frac{n^3}{6} + n^2 + n$ memiliki operasi sebanyak = 16.766.766,70 operasi

yaitu 1.676.676, detik

atau 465.7 jam

Terlihat bahwa operasi yg didapatkan menggunakan metode LDL^T Factorization (metode C) lebih cepat ± 2 kali dibandingkan metode LU Factorization (metode A).

Hal ini disebabkan karena pada LDL^T kita hanya mengevaluasi segitiga bawah atau SETENGAH dari LU karena LU ~~harus~~ mengevaluasi matriks segitiga bawah (L) dan matriks segitiga atas (U). Inilah yg menyebabkan bahwa algoritma LDL^T kurang lebih, lebih cepat 2 kali dari LU factorization.