Nama: Alvaro Austin
NPM: 2106[illegible]2180
Kelas: D
Asdos: [redacted] TZA (Rotasi setiap 3 LK)
Pengajar: Ratu Almas, MA

1) a) $A = \{(1,2,0), (2,0,1), (0,2,3)\}$

$\alpha(1,2,0) + \beta(2,0,1) + \omega(0,2,3) = 0$

$\alpha(1,2,0) + \beta(2,0,1) + \omega(0,2,3) =$

$\alpha i + 2\alpha j + 0\alpha k + 2\beta i + 0\beta j + 1\cdot\beta\cdot k + 0\cdot\omega\cdot i + 2\omega j + 3\omega k = 0$

$= \alpha i + 2\beta i + 2\alpha j + 2\omega j + \beta k + 3\omega k = 0$

$(\alpha + 2\beta) i + (2\alpha + 2\omega) j + (\beta + 3\omega) k = 0$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow -\frac{1}{4}R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_3 \to R_3 - R_2]{R_1 \to R_1 - 2R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_3 \leftarrow \frac{2}{7}R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_2 \to R_2 + \frac{1}{2}R_3]{R_1 \to R_1 - R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

: bebas linear ; ebt

1) b) $B = \{2 - x + 3x^2, 4 - 2x + 6x^2\}$

$\alpha(2 - x + 3x^2) + \beta(4 - 2x + 6x^2) = 0 \Rightarrow 2\alpha - \alpha x + 3\alpha x^2 + 4\beta - 2\beta x + 6\beta x^2 = 0$

$(2\alpha + 4\beta) + (-\alpha - 2\beta)x + (3\alpha + 6\beta)x^2 =$

$\hookrightarrow 2\alpha = -4\beta$, $\alpha = -2\beta$

$2\beta - 2\beta = 0$, $3(-2\beta) + 6\beta$, $-6\beta + 6\beta = 0$

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka terlihat bahwa seluruh variabel hanya dapat direpresentasikan sebagai $\alpha = -2\beta$ agar memenuhi $= 0$, maka tidak bebas linear

1) c) $E = \{(1,2,3), (-1,2,3), (1,-2,3), (1,2,-3)\}$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_3 \to \frac{1}{3}R_3]{R_2 \leftarrow \frac{1}{2}R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_3 \leftarrow R_3 - R_1]{R_2 \leftarrow R_2 - R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[R_3 \leftarrow \frac{1}{2}R_3]{R_2 \leftarrow \frac{1}{2}R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_3 \leftarrow R_3 - R_2]{R_1 \leftarrow R_1 + R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 + R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

ada parameter bebas sehingga bukan bebas linear maka bergantung linear

2) a) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$

b) $\left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$

c) Tidak bisa karena $M^{D \times D}$ hanya dapat memiliki dimensi $D \times D$, dengan D bilangan real, maka $M^{2 \times 2}$ hanya dapat memiliki 4 dimensi, yaitu 4 vektor representatif

d) $M^{n \times n}$ paling banyak $n \times n$ vektor

e) bergantung linear / tidak ada basis

3a) ~~Himpunan~~ kombinasi ~~skalar~~ linear dari seluruh vektor dihimpunan S.

b) $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \mid a, b \in R \right\}$

c) $\{ (2a, a, 0) \mid a \in R \}$

d) $\{ (a, 0, a) \mid a \in R \}$

e) $\{ (c, a, b) \mid a, b, c \in R \}$ $\rightarrow$ $c = 6d$ $a = 3e$ $b = 2f$

f) $\{\{(1,0), (0,1), (1,3)\}\} = \{ (a,b) \mid a, b \in R \} \rightarrow d(1,0) + e(0,1) + f(1,3) = (d+f, e+3f)$

$a = d+f$ $b = e+3f$

g) $\{ a - ax^2 \mid a \in R \}$

h) $\{ a + bx + cx^3 \mid a, b, c \in R \} \rightarrow c = 2d$.

4a) Basis adalah himpunan bebas linear maksimal dan merupakan perentang minimal.
dimensi adalah jumlah vektor dalam basis

b) $\{ (1,0,-1,1), (-1,0,1,0), w = (0,-1,0,1), (1,-1,0,0) \}$

Tentukan basis: 1. Bebas linear $0 = d_1(1,0,-1,1) + d_2(-1,0,1,0) + d_3(0,-1,0,1) + d_4(1,-1,0,0)$

$d_1 i + d_1(-k) + d_1 p + -d_2 i + d_2 k + (-1) d_3 j + d_3 p + d_4 i + d_4 j$

$$\begin{aligned} d_1 - d_2 + d_4 &= 0 \\ -d_3 - d_4 &= 0 \\ -d_1 + d_2 &= 0 \\ d_1 + d_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_4 \leftarrow R_4 - R_1]{R_3 \leftarrow R_3 + R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftrightarrow R_4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \rightarrow -R_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[\substack{R_2 \rightarrow R_2 - R_4 \\ R_3 \rightarrow R_3 - R_4}]{R_1 \leftarrow R_1 - R_4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - R_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 + R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) merentang R^4.

merentang karena: $(d_1 - d_2 + d_4) i + (-(d_3 + d_4)) j + (-d_1 + d_2) k + (d_1 + d_3) p = (a, b, c, d)$

$$\left.\begin{aligned} a &= d_1 - d_2 + d_4 \\ b &= -d_3 - d_4 \\ c &= -d_1 + d_2 \\ d &= d_1 + d_3 \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

hal ini berarti bahwa Span(S) merepresentasikan semua kombinasi linear di R^4, oleh karena itu merentang R^4.

Sehingga ~~basis~~ $S = \{u, v, w, x\}$ adalah basis di R^4.

4) c) Basis R^4 ada tak banyak hingganya

d) dimensi seperti definisi: Jumlah vektor dalam basis maka karena basis merupakan perentang minimal maka dimensi R^4: 4.

e) Seperti yg diatas, dimensi berdasarkan banyak vektor dibasis maka dimensi $(R^n) = n$

5) a) $S = \{2, 1+x, x^2+x\}$

- Bebas linear: $\alpha_1(2) + \alpha_2(1+x) + \alpha_3(x^2+x) = 0$

$2\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_2 x + \alpha_3 x + \alpha_3 x^2 = 0$

$(2\alpha_1 + \alpha_2) + (\alpha_2 + \alpha_3)x + \alpha_3 x^2 = 0x^2 + 0x + 0$

$\alpha_3 = 0$

$\alpha_2 + \alpha_3 = 0$
$\alpha_2 + 0 = 0 \rightarrow \alpha_2 = 0$ maka bebas linear

$2\alpha_1 + \alpha_2 = 0$
$2\alpha_1 + 0 = 0 \rightarrow \alpha_1 = 0$

- Merentang P^2

$(2\alpha_1 + \alpha_2) + (\alpha_2 + \alpha_3)x + \alpha_3 x^2 = c + bx + ax^2$

$a = \alpha_3$ $\quad c = 2\alpha_1 + \alpha_2 \rightarrow c = 2(\alpha_1) + b - a$

$b = \alpha_2 + \alpha_3 \rightarrow b = \alpha_2 + a$ $\quad a + c - b = 2(\alpha_1)$

$b - a = \alpha_2$ $\quad \frac{a+c-b}{2} = \alpha_1$

$\rightarrow 2\left(\frac{a+c-b}{2}\right) + b - a + (b)x + ax^2$

$\cancel{a} + c - \cancel{a} + bx + ax^2 = ax^2 + bx + c$, maka terbukti merentang P^2.

Oleh karena itu himpunan S merupakan basis di P^2

b) Iya, karena seperti yg didapatkan diatas, hasil faktor dari seluruh persamaan adalah 0

$\alpha_1 = 0$
$\alpha_2 = 0$
$\alpha_3 = 0$

maka tidak akan mengubah solusi dari S. Sifat Perentang juga tidak akan berubah akibat perkalian skalar

c) Basis lain dari P^2

$S: \{1, x, x^2\} \rightarrow$ merupakan basis P^2 karena

- bebas linear $\alpha_1(1) + \alpha_2(x) + \alpha_3(x^2) = 0$

$\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 = 0x^2 + 0x + 0$

$\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1 = 0 \rightarrow$ artinya hanya 0 yg dapat memenuhi permasalahan tersebut

- Merentang P^2 karena

$\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 = c + bx + ax^2 \rightarrow \boxed{c + bx + ax^2 = c + bx + ax^2}$

$\alpha_1 = c$ $\quad \alpha_3 = a$
$\alpha_2 = b$

artinya S tersebut merupakan basis dari P^2

5 d) $\dim(P^2)$ = Merupakan vektor di basis ,,
↳ jumlah

↳ sehingga P^2 memiliki 3 ~~...~~ ,,
↳ dimensi berukuran

e) $\dim(P^n) = n+1$,,

6) a) $\{1, x, x^2, x^3, x^4\}$

b) $\left\{ \begin{bmatrix} 1&0&0\\0&0&0\\0&0&0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0\\0&1&0\\0&0&0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0&0&0\\0&0&0\\0&0&1 \end{bmatrix} \right\}$

c) Pasti bergantung linear karena apabila basis pasti 4 vektor bebas linear
↳ contoh $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (1,0,1,0)\}$

7) a) Basis bagi R^4 artinya memiliki dimensi sebesar 4.
Apabila kita lihat span dari v_1 dan v_2 di R^4 adalah $\{(a,b,0,0) \mid a,b \in R\}$,,
Untuk merentang minimal R^4, kita perlu menambahkan 2 vektor lagi

$v_3 = (0,0,1,0)$ $\quad S = \{(1,0,0,0), (1,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$
$v_4 = (0,0,0,1)$ $\quad$ sehingga sekarang span $(S) = \{(a,b,c,d) \mid a,b,c,d \in R\}$

↳ Basis
↳ bebas linear: → $\begin{bmatrix} 1&0&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \to R_2 - R_1} \begin{bmatrix} 1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1 \end{bmatrix}$ bebas linear terbukti

↳ merentang R^4: $d_1 i + d_2 i + d_2 j + d_3 k + d_4 l = (a,b,c,d)$,,
$(d_1 + d_2)i + d_2 j + d_3 k + d_4 l =$ $\quad d_4 = d$ $\quad$ sehingga menjadi basis R^4
$d_3 = c$
$a + b + c + d = a+b+c+d$,, $\quad d_2 = b$
$d_1 + d_2 = a$
$d_1 + b = a$
$a - b = d_1$,,

b) $k_1 v_1 + k_2 v_2 + k_3 v_3 + k_4 v_4 = \vec{0}$

$\begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1\\k_2\\k_3\\k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\\0\\0\\0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1&1&2&0\\0&1&0&0\\0&0&1&-1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \to R_1 - R_2} \begin{bmatrix} 1&0&2&0\\0&1&0&0\\0&0&1&-1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \to R_1 - 2R_2} \begin{bmatrix} 1&0&0&2\\0&1&0&0\\0&0&1&-1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} k_1\\k_2\\k_3\\k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2t\\0\\t\\t \end{bmatrix}$ Apabila dihilangkan V_3 maka
$k_1(1,0,0) + k_2(1,1,0) + k_3(0,0,-1) = \vec{0}$

$k_1 + k_2 = 0$
$k_2 = 0$] terlihat bahwa k_1, k_2, k_3 bernilai 0 maka bebas linear
$-k_3 = 0$

Cek merentang R^3
Ambil vektor $\vec{u} = (a,b,c)$, setiap vektor $\vec{u}$ dapat direpresentasikan sebagai kombinasi linear vektor pada $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_4\}$. Oleh karena itu $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_4\}$ merentang R^3
sehingga dengan mengurangi $\vec{v}_3$ dari himpunan awal akan menjadi basis untuk sembarang R^3

10) a) Coll(A) adalah himpunan yg terdiri atas semua kombinasi linear kolom-kolom A

b) ~~A~~ Row(A) adalah himpunan yg terdiri atas semua kombinasi linear baris baris A

c) Null(A): Himpunan semua penyelesaian SPL homogen $AX=0$

11) Coll(A): Operasi baris elementer (obe) dapat merubah ruang kolom matrix

Row(A): OBE tidak merubah ruang baris suatu matriks A

Null(A): obe tidak mengubah ruang null suatu matriks A

depedensi linear: obe tidak mengubah depedensi linear kolom-kolom matriks A,

Contoh:

Contoh matrix $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ → $Row(A) = \{(a,b,0) \mid a,b \in R\}$

sama

$Coll(A) = \left\{\begin{bmatrix} a \\ 0 \\ b \end{bmatrix} \mid a,b \in R\right\}$

$Row(A) = \{(a,b,0) \mid a,b \in R\}$

$Coll(A) = \left\{\begin{bmatrix} a \\ b \\ 0 \end{bmatrix} \mid a,b \in R\right\}$ berbeda

$Null(A_1) = Null(A_2)$

↳ tetap saja SPL $(AX=0)$ $a=0$, $b=0$, $c=t$ $Null = \{(0,0,t) \mid t \in R\}$

depedensi linear

$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 0 \\ 5 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 5 & 50 & 0 \end{bmatrix}$

awal: $C_2 = 10C_1$ (kolom 2, kolom 1) → masih tetap $C_2 = 10C_1$ dan bebas linear

$A_3 = \{C_1, C_3\}$ bebas linear

$\{C_2, C_3\}$ bebas linear

A_4 juga sama yaitu

$\{C_1, C_2\}$ bebas linear

$\{C_2, C_3\}$ bebas linear

12) Basis Row(A)

$Row(A) = \{(1,4,5,2), (2,1,3,-3), (-1,3,2,2)\}$

ubah jadi ebt:

$\xrightarrow[R_3 \leftarrow R_3+R_1]{R_2 \leftarrow R_2-2R_1} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & -7 & -7 & -7 \\ 0 & 7 & 7 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3+R_2} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & -7 & -7 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_2 \leftarrow -\frac{1}{7}R_2]{R_3 \leftarrow -\frac{1}{3}R_3} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1-4R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\xrightarrow[R_2 \leftarrow R_2-R_3]{R_1 \leftarrow R_1+2R_3} \begin{array}{c} \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\{(1,0,1,0), (0,1,1,0), (0,0,0,1)\}$
K_1 K_2 K_3

→ terlihat untuk Row(A)

Basisnya $(Row(A)) = Basis(Row(EBT(A)))$

$Basis(Row(A)) =$

Basis (coll(A)) : ebt(A) $\begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow \\ c_1'\ c_2'\ c_3'\ c_4' \end{array}$ = kolom yg memuat 1 utama → c_1', c_2', c_4'

Basis Coll(B) : $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

c_1' & c_2' = c_4' = bebas linear

Null (A) = ebt (A) : $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ → Solusi umum
$a = -s$
$b = -s$
$c = s$
$d = 0$

$\begin{pmatrix} -s \\ -s \\ s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} s$

param utama, param utama, param utama

basis null a : $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$

(13) a) Rank (A) adalah Dimensi umum dari ruang baris dan ruang kolom suatu matriks A

b) Nulitas (A) adalah Dimensi ruang null dari A

c) Rank (A) = 3 → jumlah 1 utama baris dan kolom

Null (A) = 1
→ 1 parameter bebas

d) Rank matriks = n
nulitas = 0] karena punya invers apabila ebt matrix identitas

e) karena jumlah 1 utama apabila dilihat dari baris atau kolom A sama

f) Rank (A) ≤ min(m,n) → jumlah 1 utama

Rakan Nulitas (A) = jumlah parameter pada solusi umum $Ax = 0$

Rank (A) + Nulitas (A) = n → Jumlah kolom

Sehingga : Rank(A) = n - Nulitas (A)
→ jumlah kolom.

(1) Benar, berdasarkan definisi
Basis adalah himpunan bebas linear maksimal dan himpunan perentang V minimal. Hal ini akhirnya menyatakan bahwa basis harus memiliki setidaknya himpunan V yg agar dapat merentang

(2) Benar, tiap himpunan yg bebas linear pada S pasti termuat pada suatu basis di V. Untuk itu kita buktikan 2 arah:

- Merupakan basis: pasti merupakan perentang minimal maka pasti merupakan semua basis di V karena terpenuhi di perentang

- Bukan merupakan basis: tidak memenuhi sifat perentang, oleh karena itu kita dapat menambahkan vektor lain agar dapat menjadi merentang terhadap V.

Sehingga benar

3) Benar, untuk u merupakan basis di V, memenuhi syarat bebas linear dan merentang V

V

Sehingga setiap elemen di subset u dan v yg memiliki kesamaan tentunya juga bebas linear, karena apabila tidak maka u dan v tidak akan menjadi basis

4) Salah, apabila kita memiliki row(a) hanya dilihat dari himpunan yg mengandung 1 utama

Counter example :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$ ini hanya memiliki 2 ruang baris ;

5) Salah, apabila matrix nxn mempunyai rank(A) = n maka artinya tidak ada parameter bebas atau ada n satu utama. Demikian EBT(A) pastinya merupakan matriks identitas

sehingga solusi $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$ $\rightarrow$ Solusi $(x_1, x_2, x_3) = (1,2,3)$ namun bukan solusi trivial.

6) Benar, berdasarkan ~~materi~~, dapat dilihat bahwa nilai col(A) dan nilai col(B) bisa saja berbeda apabila diterapkan obe. Namun nilai dan row tidak akan terpengaruh oleh OBE. untuk col(A) dan col(B) juga tidak berubah dalam depedensi linear

7) Salah, ~~benar~~ karena spannya sama, artinya A dan B mempunyai ruang vektor V ~~sehingga~~ namun seluruh kombinasi linear yg memuat ~~...~~ himpunan ~~...~~ A tidak pasti sama dengan B

↳ contoh $A = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$

$B = \{(3,1,0), (0,5,1), (0,0,2)\}$

maka $A \neq B$ //

walaupun span $\{(a,b,c) \mid a,b,c \in R\}$

8) ~~nulitas A + rank(A) = n~~

~~rank = min(m,n) ≤ n~~

~~Anggap rank(A) = n~~

~~nulitas A + n = n~~

~~nulitas A = 0~~

~~maka ...~~

Benar, karena sesuai dengan definisi dan sifat rank

$\text{rank}(A) + \text{nulitas}(A) = n$

↳ $\min(m,n)$ → setidaknya

Apabila kita pilih rank(A) sebagai maksimal maka m

$\text{nulitas}(A) + m = n$

$\text{nulitas}(A) = n - m$

↳ diketahui $n > m$

sehingga nulitas A > 0 //

Refleksi : basis adalah himpunan perentang minimal dan himpunan bebas linear maksimal.
dimensi adalah jumlah vektor dalam suatu basis. Ruang baris biasa dikenal dengan Row (A). Untuk
ruang baris artinya semua himpunan kombinasi linear baris di A. Ruang kolom, seperti
Ruang kolom dengan perbedaan kolom. Ruang null adalah himpunan semua penyelesaian
SPL homogen Ax=0. Ruang baris dan null tidak terpengaruh oleh obe
sedangkan kolom iya. Ruang kolom berdasarkan obe tidak mengubah
dependensi linear. Untuk mencari basis ruang ~~kolom~~ baris dan null harus mencari EBT
matrix, untuk ruang kolom harus berdasarkan ebt dan satu utama.