

### Tugas Refleksi 3

*Alvaro Austin 2106752180*

Saya mempelajari banyak hal baru yang penting pada saat mempelajari mata kuliah aljabar linear ini. Semua hal baru ini membuat saya semakin mengerti pada konsep matematika yang dulunya saya hanya menerimanya saja tanpa memahami konsep secara penuh. Salah satu hal yang saya sadari berubah drastis dari alur pemikiran saya adalah pandangan pada saat saya melihat persamaan linear. Sebelum mempelajari mata kuliah aljabar linear, saya selalu melihat persamaan dan mencoba menyelesaikan persamaan tersebut dengan metode substitusi dan eliminasi. Sekarang, saya selalu menyelesaikan persamaan linear dengan menggunakan *matrix augmented* atau *cramer*.

Hal kedua yang saya pelajari juga konsep pemikiran saya mengenai hubungan invers dan determinan yang berubah. Sifat-sifat determinan yang saya pelajari sangat membantu saya mengerjakan banyak soal berkaitan dengan aljabar linear. Pemahaman mengenai basis dan dependensi linear juga merupakan hal yang paling berkesan pada mata kuliah aljabar linear. Menurut saya, konsep basis dan dependensi linear merupakan konsep yang sangat penting karena materinya yang selalu berhubungan dengan materi-materi selanjutnya. Saya mempelajari bahwa dependensi linear mempunyai 2 himpunan yaitu bebas linear dan bergantung linear. Bebas linear adalah kondisi dimana setiap vektor pada suatu himpunan tidak dapat dinyatakan sebagai kombinasi linear vektor-vektor lain. Sedangkan bergantung linear adalah kebalikan dari bebas linear. Kedua konsep merupakan konsep yang saya sadari sangat penting. Kedua konsep ini akan banyak digunakan pada basis, proses Gramm-schmidt, dsb. Tentu saja saya juga mempelajari bab-bab lainnya seperti Ruang baris, ruang kolom, ruang null, RHKD, Vektor dan nilai eigen serta diagonalisasi dan transformasi linear.

Pengalaman saya mempelajari materi aljabar linear ini telah menjadi pengalaman yang berharga. Pada saat saya mempelajari mata kuliah ini, saya merasa sangat senang menjalani setiap materi. Tidak hanya materi ini memperbaiki konsep saya mengenai pemahaman dasar namun juga membantu saya menjadi lebih kritis mengevaluasi soal-soal yang diberikan. Tidak hanya itu, saya juga memiliki banyak kesalahan dalam mata kuliah aljabar linear ini, melalui kesalahan itu, saya selalu belajar dan mengingatkan diri saya mengenai solusi dari kesalahan tersebut.

Meski dari itu, saya juga mengalami banyak kesulitan pada saat mempelajari materi aljabar linear. Kesulitan tersebut berasal dari ketidakpahaman konsep materi. Menurut saya, kesulitan yang saya paling ingat adalah kurang pahami materi mengenai *span* sebelum UTS. Maka dari itu, saya merasa bahwa pada UTS, saya tidak secara maksimal menjawab materi yang berhubungan dengan *span*. Ketika UTS selesai, saya mulai coba untuk melakukan *review* pada materi tersebut dan menemukan kekurangan yang saya miliki. Sekarang, saya juga mengalami kesulitan dalam memahami materi LSS serta vektor dan nilai eigen. Kesulitan ini merupakan

kesulitan yang ambigu. Saya merasa bahwa saya sudah cukup paham tentang materi ini, namun pada saat kuis terjadi, saya tidak mendapatkan hasil yang baik. Hal ini cukup menyadarkan saya bahwa saya sedang mengalami kesulitan pada kedua materi itu.

Menurut saya, kesulitan yang saya hadapi, sering terjadi pada ketidakselarasan konsep yang saya tangkap dengan konsep yang sebenarnya. Oleh karena itu, melalui materi aljabar ini, saya mengalami banyak melakukan introspeksi konsep pada setiap materi yang dipelajari agar saya dapat memahami materi secara maksimal.

Transformasi linear disebut fungsi dari ruang vektor  $V$  ke ruang Vektor  $W$  ( $T: V \rightarrow W$ ) apabila untuk setiap  $u, v$  di ruang vektor  $V$  dan setiap skalar  $k$  berlaku 2 syarat yaitu:

1.  $T(u+v) = T(u) + T(v)$
2.  $T(Ku) = k T(u)$

Apabila  $V = W$  maka  $T$  adalah operator linear. Apabila  $T$  merupakan operator linear maka  $\det(T) = \det([T])$  dimana  $[T]$  adalah matriks standar. Untuk mencari matriks standar, ada 2 cara yang dapat kita gunakan. Cara pertama adalah dengan menjabarkan kombinasi linear sedangkan cara kedua adalah menggunakan vektor satuan berdasarkan ordo dari matriks utamanya. Dengan menggunakan matriks satuan, kita bisa mendapatkan hasil-hasil per kolom berdasarkan matriks satuan tersebut. Ordo dari matriks standar adalah  $m \times n$ , dengan  $m$  berasal dari kodomain dan  $n$  berasal dari domain. Komposisi transformasi linear untuk  $T_1: V \rightarrow U$  dan  $T_2: U \rightarrow W$  adalah  $T_2(T_1(v))$ . Komposisi linear tidak komutatif. Apabila  $T_1: R^n \rightarrow R^m$  dan  $T_2: R^m \rightarrow R^k$ , maka  $[T_2 \circ T_1] = [T_1][T_2]$ . Kernel adalah himpunan vektor  $V$  yang dipetakan dari  $T$  ( $\text{Ker}(T)$ ) dan range dari  $T$  adalah himpunan vektor-vektor yang mempunyai kawan di  $V$  ( $\text{Range}(T)$ ). Dimensi dari range  $T$  disebut dengan  $\text{rank}(T)$  sedangkan dimensi dari kernel ( $T$ ) adalah nulitas ( $T$ ). Transformasi linear satu-satu adalah jika vektor berbeda di  $V$  dipetakan ke vektor-vektor berbeda di  $W$ .

Jika  $A$  matriks  $n \times n$  yang mempunyai inverse dan merupakan matriks standar operator linier  $T_A: R^n \rightarrow R^n$  maka

1.  $A$  mempunyai invers
2.  $\text{Range}(T_A) = R^n$
3.  $\text{Kernel}(T_A) = \{0\}$
4.  $T_A$  satu-satu

Lalu isomorfisma adalah transformasi linear bersifat satu-satu dan pada surjektif. Sehingga, untuk membuktikan isomorfis, kita harus menunjukkan bahwa transformasi linear tersebut memiliki  $\text{Kernel}(T) = \{0\}$  dan  $\text{Range}(T) = W$ . Similaritas tidak berbeda dengan materi diagonalisasi, menyatakan bahwa matriks  $A$  similar dengan matriks  $B$  apabila matriks  $A$  dapat didiagonalkan menjadi matriks  $B$ . Sehingga dapat dicari bahwa  $A = PBP^{-1}$ . Similaritas juga memiliki sifat-sifat tertentu yaitu: determinan, trace, singularitas, karakteristik polinomial, rank serta nulitas dan nilai eigen yang sama pada matriks  $A$  dengan  $B$  apabila similar