

Tugas Kelompok 1

Analisis Numerik Genap 2022/2023

Petunjuk

1. Project dikerjakan secara **berkelompok**
2. Pembagian kelompok dapat dilihat di SCeLE Anum
3. Setiap kelompok diwajibkan mengumpulkan 1 berkas zip pada slot Project 1 yang ada di SCeLE dengan ketentuan yang ada pada Petunjuk Penulisan Dokumen Project Anum paling lambat **17 Maret 2023 pukul 23.55** waktu SCeLE. **Tidak ada toleransi keterlambatan**
4. Tujuan dari project ini adalah untuk memberikan hands on yang dapat dikerjakan secara berkelompok untuk membantu memperkuat pemahaman materi terkait. Oleh karena itu, ekspektasinya adalah untuk algoritma-algoritma utama yang digunakan, yaitu untuk melakukan transformasi matriks, menyelesaikan Sistem Persamaan Linear, dan menyelesaikan Persamaan Kuadrat Terkecil diharapkan menggunakan algoritma yang diimplementasikan sendiri (dibuat sejak awal, **bukan** dari library yang sudah tinggal pakai).

Pakta Integritas

Dengan ini, saya menyatakan bahwa tugas ini adalah hasil pekerjaan kelompok saya sendiri.

1 Sistem Persamaan Linear

Tugas ini adalah kesempatan Anda untuk belajar mengoptimalkan suatu algoritma melalui penggunaan struktur data dan algoritma yang lebih efisien.

Pada bagian pertama ini, kelompok Anda akan mengerjakan soal sesuai nomor kelompok sebagai berikut:

- **Block LU Factorization** (Dikerjakan oleh kelompok 1,4,7,dst)

Kelompok Anda diminta merancang algoritma untuk menyelesaikan SPL $Ax = b$, dengan A matriks persegi berukuran $n \times n$, menggunakan metode Block LU Factorization.

- **A Matriks Toeplitz** (Dikerjakan oleh kelompok 2,5,8,dst)

Kelompok Anda diminta merancang algoritma yang efisien untuk menyelesaikan SPL $Ax = b$ dengan A matriks Toeplitz. Matriks Toeplitz adalah matriks $A_{n \times n}$ dengan struktur sbb:

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_{-1} & a_{-2} & \cdots & \cdots & a_{-(n-1)} \\ a_1 & a_0 & a_{-1} & \ddots & & \vdots \\ a_2 & a_1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & a_{-1} & a_{-2} \\ \vdots & & \ddots & a_1 & a_0 & a_{-1} \\ a_{n-1} & \cdots & \cdots & a_2 & a_1 & a_0 \end{bmatrix}$$

Jika i, j adalah elemen A pada baris ke- i dan kolom ke- j , maka $A_{i,j} = A_{i+1,j+1} = a_{i-j}$.

- **A Matriks Block Tridiagonal** (Dikerjakan oleh kelompok 3,6,9,dst)

Kelompok Anda diminta merancang algoritma yang efisien untuk menyelesaikan SPL $Ax = b$ dengan A matriks block tridiagonal. Matriks block tridiagonal memiliki bentuk seperti matriks tridiagonal, namun elemen di bawah, pada dan di atas diagonal utama disusun oleh block-block matriks persegi. Block lain di luar posisi tersebut merupakan block matriks nol. Secara umum struktur matriks block tridiagonal sbb

$$A = \begin{bmatrix} B_1 & C_1 & & \cdots & & 0 \\ A_2 & B_2 & C_2 & & & \vdots \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & A_k & B_k & C_k & \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & & A_{n-1} & B_{n-1} & C_{n-1} \\ 0 & \cdots & & & & A_n & B_n \end{bmatrix}$$

dimana A_k, B_k , dan C_k adalah submatriks persegi yang berada di bawah, pada dan di atas diagonal utama. Asumsikan bahwa A_k non singular sehingga tidak dibutuhkan pivoting.

Instruksi untuk semua kelompok sebagai berikut:

- Jalankan pada beberapa ukuran matriks A yaitu: 15×15 , 30×30 , 50×50 , 100×100 , 1000×1000 , dan 5000×5000 . Catat running time untuk masing-masing ukuran. Lalu, bandingkan dengan running time saat dijalankan dengan memakai faktorisasi LU biasa jika dibandingkan dengan strategi yang dirancang oleh kelompok Anda pada mesin yang sama.

- (b) Analisis cost dari strategi faktorisasi LU yang dipilih. Bagaimana kaitannya dengan running time yang didapatkan pada poin (a)?
- (c) Periksa apakah sistem ini *ill-conditioned* atau *well - conditioned*.
- (d) Selanjutnya, periksa dan bandingkan akurasi hasil yang didapatkan untuk 10 masukan berbeda (pilih ukuran matriks yang sama). Tuliskan dan analisis hasil yang Anda peroleh dengan mempertimbangkan hasil pada poin (c).

2 Persoalan Kuadrat Terkecil

Soal ini dikerjakan oleh semua kelompok. Kelompok Anda diminta untuk memodelkan kasus baru harian Covid-19 di Indonesia dengan menggunakan metode penyelesaian Persoalan Kuadrat Terkecil (*Least Square Problem*).

Jumlah kasus baru harian pasien positif Covid-19 di Indonesia berbanding lurus dengan pertumbuhan virus penyebab Covid-19. Maka, digunakan hipotesis bahwa populasi total pasien positif Covid-19 harian mengikuti pola sbb

$$NV(t) = e^{at^2+bt+c}$$

Dimana $NV(t)$ adalah jumlah kasus baru harian Covid-19 pada hari ke- t .

Anda diminta menggunakan data riil total pasien Covid-19. Data yang kelompok Anda gunakan adalah data pada tanggal 3 setiap bulannya mulai dari bulan Maret 2020 - Desember 2022. Cantumkan data yang kelompok Anda pakai pada laporan beserta sumbernya.

Data-data riil Covid-19 di Indonesia ini akan Anda gunakan untuk membangun model dengan formula di atas. Model ini dapat digunakan untuk memprediksi jumlah kasus baru harian Covid-19. (**Hint:** Manfaatkan logaritma dalam penyusunan sistem persamaan yang akan diselesaikan)

Dari ketentuan tersebut:

- (a) Carilah parameter yang paling fit untuk model $NV(t)$ menggunakan data kasus harian Covid-19 di Indonesia sesuai ketentuan di atas. Gunakan Householder Transformation untuk penyelesaian *least square* yang dibutuhkan.
- (b) Hitung kompleksitas dari algoritma yang digunakan di atas.
- (c) Tuliskan isu-isu numerik yang mungkin terjadi saat menjalankan algoritma untuk membangun model. Tuliskan juga antisipasi yang dilakukan (jika ada).
- (d) Berikan analisis stabilitas dari algoritma yang digunakan untuk membangun model. Apakah mungkin terjadi kegagalan saat menjalankan algoritma tersebut? Jelaskan alasannya.
- (e) Hitung best fit polynomial dengan menggunakan polynomial orde 3 (Hint: Gunakan fungsi polyfit pada Matlab). Jalankan analisis *time complexity* dengan membandingkan *running time*-nya dengan metode (a) .
- (f) Tambahkan data Anda dengan mengambil data kasus baru harian pada tanggal 10 setiap bulannya. Jalankan program pada hasil (a) untuk mendapatkan modelnya. Bandingkan residual error yang didapatkan dengan hasil sebelumnya. Tuliskan hasil dan analisis kelompok Anda pada laporan.