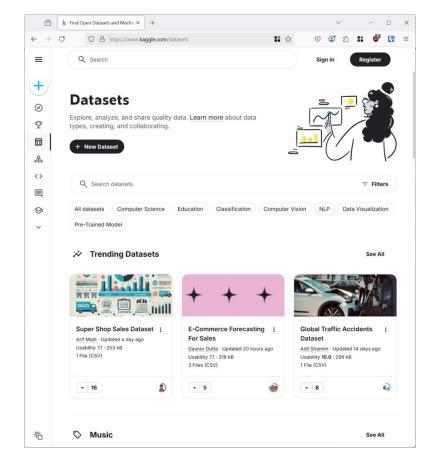
Örüntü Tanıma

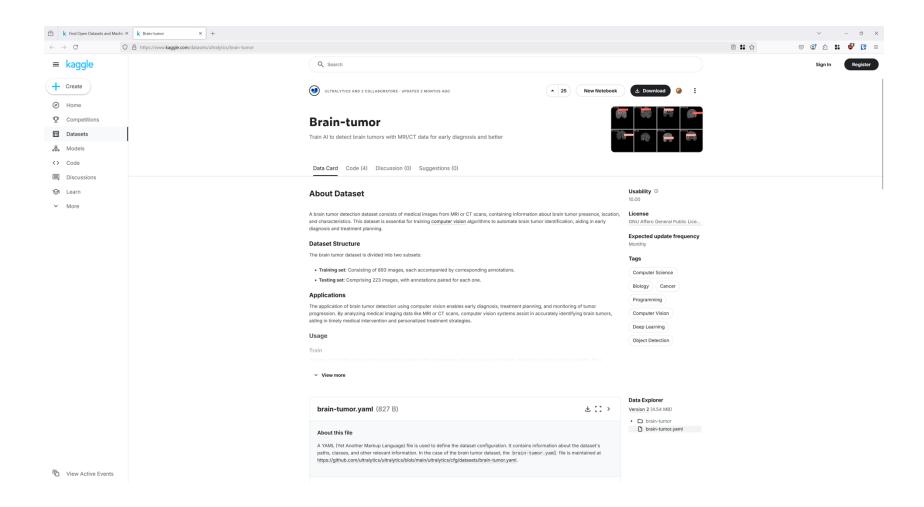
Uygulama -3-

Proje Ödevi İçin Fikir Bulma

• https://Kaggle.com/datasets adresindeki veri kümelerini

kullanabilirsiniz.





Bayes Teoremi

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Bayes Hastalık Örneği

- Toplumda az sıklıkta görülen bir hastalık düşünelim.
 Toplumda 100 kişide 1 kişi bu hastalığa sahip.
- Hastalık için bir test var bu test hastaları %90 doğru olasılıkla tahmin ediyor (duyarlılılık). Test, hasta olmayanları da %95 oranda doğru tespit ediyor (spesifite)
- Testiniz pozitif çıktığında gerçekten hasta olma olasılığınız nedir?

Bayes Teoremini Uygulayalım

$$P(H|P) = \frac{P(P|H)P(H)}{P(P)}$$

P(H): Toplumda hastalığın görülme olasılığı: %1 = 0.01

P(P|H): Testin hastalığı doğru tespit oranı: %90 = 0.9

$$P(P)=P(P|H)P(H)+P(P|\neg H)P(\neg H)$$

P(P): Testin pozitif çıkma olasılığı:

→ Hastasınız ve pozitif çıktı: 0.01 x 0.9

→ Hasta değilsiniz ve pozitif çıktı: 0.99 x 0.05

P(P) = 0.009 + 0.0495 = 0.0585

Bayes'i uygulayalım:

 $P(H|P) = (0.9 \times 0.01)/0.585$

= 0.1538 ~= 0.154

Yani hasta olma olasılığınız: %15.4

Neden Böyle Oldu?

- Toplumda hastalık çok az görülüyor.
- Örneğin 10,000 kişiden sadece 100 kişi hasta. Geri kalan 9,900 kişi sağlıklı
- Test bu 9,900 kişide 9,900x0,05=495 kişide hatalı sonuç veriyor.
- Gerçek hasta olan 100 kişiden 90'u pozitif çıkıyor.
- Testi pozitif çıkan kişi sayısı= 90+495=585 kişi
- Gerçektan hasta olan kişi sayısı = 90
- Bu yüzden pozitif çıksak da hasta olma olasılığımız = 90/585
 ~=0.15

Prior ve Posterior Olasılıklar

- Test yapmadan önce bir kişinin hasta olma olasılığının %1 olduğunu biliyorduk. Bu bizim öncül (prior) olasılığımızdı.
- Daha sonra yaptığımız testin pozitif çıkması, bu kişinin hasta olma olasılığını arttırdı ve %15'e çıkardı. Bu bizim sonsal (posterior) olasılığımız oldu.

Bayes Python Kodu

```
def bayes theorem(prior, likelihood, marginal likelihood):
    posterior = (likelihood * prior) / marginal likelihood
    return posterior
prior = 0.01 # Bir hastalığa sahip olma olasılığı
likelihood = 0.9 # Testin hasta olan birini doğru tespit etme olasılığı
false positive rate = 0.05 # Testin yanlış pozitif verme olasılığı
marginal likelihood = (likelihood * prior) + (false positive rate * (1 -
prior))
posterior = bayes_theorem(prior, likelihood, marginal_likelihood)
print(f"Test pozitif çıktığında gerçekten hasta olma olasılığı:
{posterior:.4f}")
```

MLE ve MAP

MLE (Maximum Likelihood Estimation – Maksimum Olabilirlik Tahmini)

→Bir gözlem kümesi için olasılığı en yüksek yapan parametreleri bulur.

$$L(heta) = P(X| heta) = \prod_{i=1}^n P(x_i| heta)$$

L, bağımsız gözlemler için bir olabilirlik fonksiyonu (likelihood function) olsun. θ ise bu fonksiyonun bir parametresi.

$$\hat{ heta} = rg \max_{ heta} L(heta)$$

MLE

- Normalde bir zarın 6 yüzü vardır ve atıldığında her yüzünün gelme olasılığı 1/6 yani %16.7'dir. Bir zarın hileli olduğundan şüpheleniyoruz.
- 10 defa zarı attık ve 6 sayısı 4 kere geldi.
- MLE'ye göre 4/10=%40 olasılıkla tekrar attığınızda 6 gelir.

MAP

- MAP (Maximum A Posteriori Estimation), önceden elimizde bir tahmin varsa ona göre davranıyor. Başlangıçta zarın adil olduğunu düşünüyorduk ama 10 atışta 4 defa 6 geldi.
- MAP der ki:
- →Önceden adil olduğuna inanıyordum ama, belki zar gerçekten hilelidir.
- →Ama belki de bu şans eseri olmuştur.

Beta dağılımı ön fikir oluşturma

 $P(\theta) \sim Beta(\alpha, \beta)$

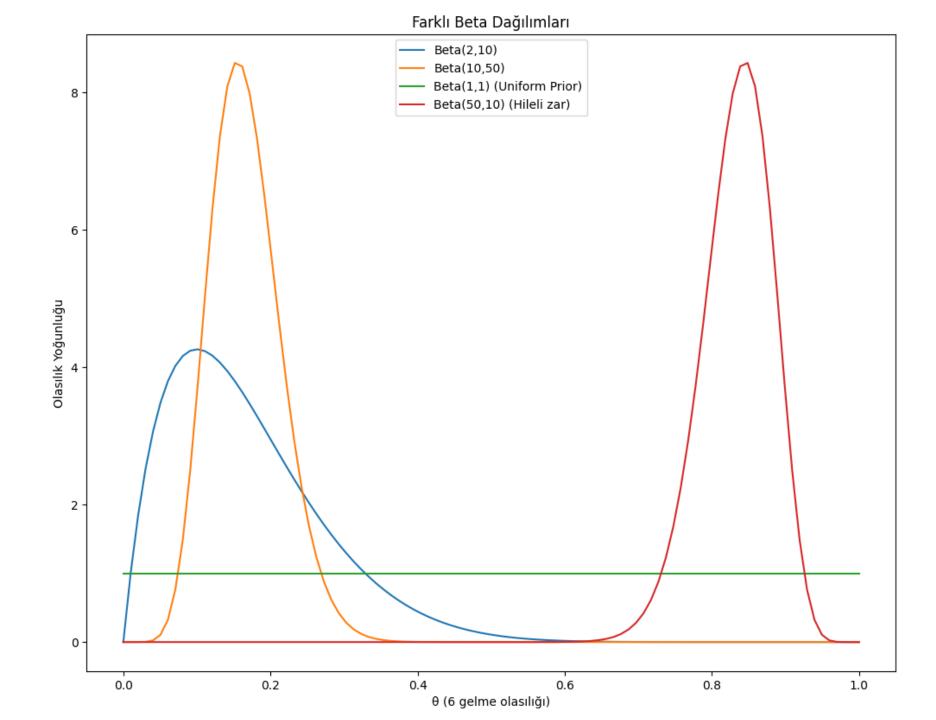
 $P(\theta)$ =Beta(2,10) dağılımı oluşturuyoruz.

Zar adil olsa ve zarı 12 kez atsak

α = 2 → Başlangıçta 2 kez 6 geldiğini düşünüyoruz.

 β = 10 \rightarrow Başlangıçta 10 kez 6 gelmediğini düşünüyoruz.

Zarın yaklaşık adil olduğuna inanıyoruz ama kesin de emin değiliz.



$$\hat{ heta}_{MAP} = rac{k+lpha-1}{n+lpha+eta-2}$$

k→ gözlemde kaç kez 6 geldi. (4 kez)
n→ gözlemde kaç kere zar attık (10 kez)

α,β → Önceden düşüncemiz

$$= (4 + 2 - 1) / (10 + 2 + 10 - 2) = 5/20 = 0.25$$

Öncül bilgimiz, MLE'ye göre oranı %40'tan %25'e çekti.

Bu zarın hilesiz olduğunu düşünüyorduk, ama gözlemlerimiz aksi olabileceği yönünde çıktı. Bu iki fikrimizi birleştirirsek %25 olasılıkla yine 6 gelebilir.

- Bu durumda MAP önceki bilgilerimizden yararlanarak daha etkili tahmin yapmamızı sağlayabilir. Elimizde az veri olduğunda daha kullanışlı olabilir.
- Eğer zar adilse, ileriki gözlemlerimiz ile MAP ve MLE'nin birbirine yaklaştığını görebiliriz.