



Designnotat

Tittel: Trekantoscillator

Forfattere: Mia Elisenberg

Versjon: 1.0

Dato: 25. februar 2020

Innhold

1	Problembeskrivelse	2
2	Prinsipiell løsning	3
2.1	Komparatoren	3
2.2	Integratoren	4
2.3	Komparatoren og integratoren sammen	5
3	Realisering og test	7
3.1	Punkter å ta hensyn til før testing	7
3.2	Verdier brukt i testene	7
3.3	Tester	8
3.4	Kommentarer til testene	9
4	Konklusjon	10
5	Takk	10
A	Fullstendige utregninger	11
A.1	Bestemmelse av faktisk maksimalt frekvensavvik	11
A.2	Bestemmelse av frekvens og amplitude	11
A.2.1	Å finne et uttrykk for $v_2(t)$	11
A.2.2	Å finne et uttrykk for T_f	12
A.2.3	Å finne et uttrykk for $v_3(t)$	12
A.2.4	Å finne et uttrykk for A'	13
A.2.5	Å finne et uttrykk for T_f gitt et uttrykk for A'	13
A.2.6	Å finne et uttrykk for T_s	14
A.2.7	Å finne et nytt uttrykk for $v_2(t)$	14
A.2.8	Å finne et uttrykk for ΔA	15
A.2.9	Å finne et endelig uttrykk for perioden T , frekvensen f og amplituden A	16

1 Problembeskrivelse

Det kan være nyttig med periodiske signaler med en gitt frekvens i ulike situasjoner. Dette designnotatet skal ta for seg hvordan en kan generere et trekantsignal med en spesifisert frekvens og et spesifisert maksimalt frekvensavvik.

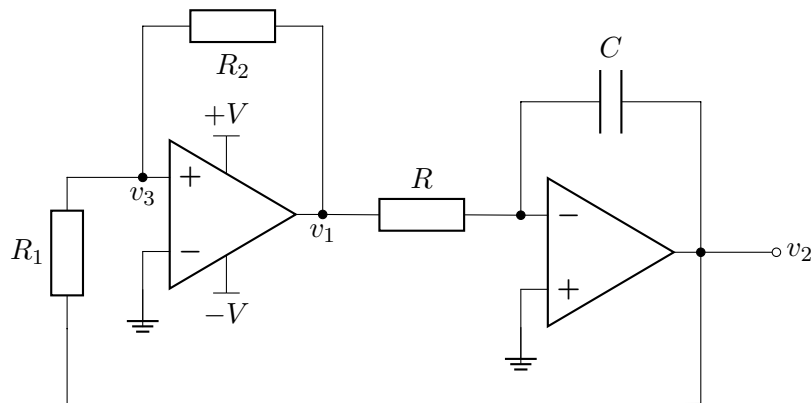
2 Prinsipiell løsning

Kretsdesignet for trekantoscillatoren vises i figur 1, og det består av en komparator (venstre) og integrator (høyre).

Komparatoren består av de to mostandene R_1 og R_2 og en operasjonsforsterker med forsyningsspenningene $+V$ og $-V$ (vist i figuren for å understreke at det er en komparator), hvor den inverterende terminalen går til jord, og den ikke-inverterende terminalen har inngangsspenning v_3 .

Integratoren består av motstanden R , kondensatoren C og en operasjonsforsterker med lik forsyningsspenning som komparatoren, ikke-inverterende terminal til jord og inverterende terminal med inngangsspenning v_1 .

Spenningsene v_1 , v_2 og v_3 vil alle ha ulike oppførsel, men det endelige utgangssignalet v_2 vil være trekanta. Årsakene til dette forklares videre etter figuren, og alle fullstendige utregninger finnes i vedlegget.



Figur 1: Kretsdesign for en trekantoscillator.

2.1 Komparatoren

En komparator vil sammenligne to inngangsspenningsverdier og returnere den høyeste verdien som utgangssignal. Når komparatoren har inngangsspenning $v_3(t)$, så vil utgangsspenningen $v_1(t)$ være gitt ved

$$v_1(t) = \begin{cases} +V, & v_3(t) > 0 \\ -V, & v_3(t) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$v_1(t)$ vil være et firkantsignal som skifter mellom verdiene V og $-V$ og er konstant mellom to skifter. For at disse skiftene skal fungere, så må $v_3(t)$ variere mellom positive og negative verdier, og verdien til $v_3(t)$ er gitt ved spenningsdelingen

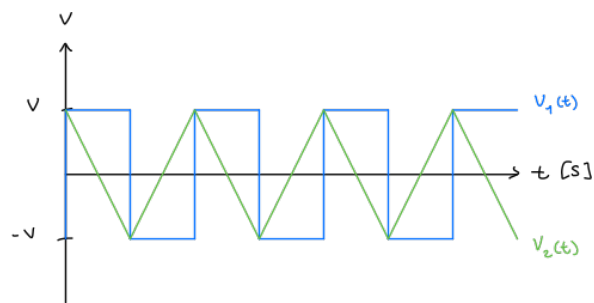
$$v_3(t) = v_2(t) + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_1(t) - v_2(t)) \quad (2)$$

2.2 Integratoren

En integrator vil integrere inngangssignalet. Når integratoren har inngangsspenning $v_1(t)$, så vil utgangsspenningen $v_2(t)$ være gitt som

$$v_2(t) = v_2(0) - \frac{1}{\tau} \int_0^t v_1(t) dt \quad (3)$$

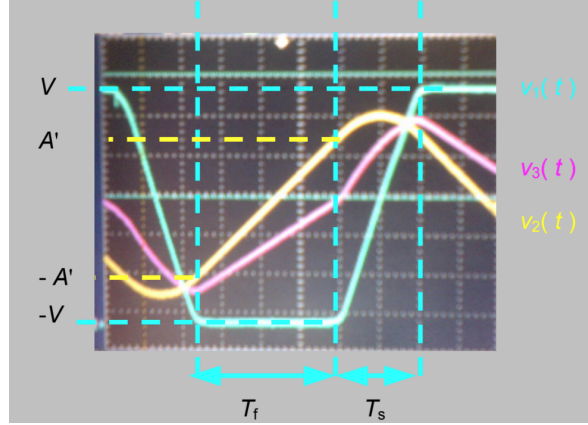
hvor tidskonstanten $\tau = RC$. Komparatoren gjør $v_1(t)$ til et firkantssignal, og da vil integratoren gjøre $v_2(t)$ til et trekantssignal. Dersom $v_1(t)$ er sentrert rundt 0, så vil $v_1(t)$ og $v_2(t)$ se ut som i figur 2. Der er minimumsverdien $-V$ og maksimumsverdien V .



Figur 2: Firkantssignalet $v_1(t)$ (blå) og trekantssignalet $v_2(t)$ (grønn) som funksjoner av tiden $t[t]$.

2.3 Komparatoren og integratoren sammen

Figur 3 viser hvordan $v_1(t)$, $v_2(t)$ og $v_3(t)$ oppfører seg inne i trekantoscillatoren. Der er A' og $-A'$ spenningsverdiene $v_2(t)$ har ved starten og slutten av området hvor $v_1(t)$ er konstant lik $-V$, $v_1(t)$ er konstant lik $-V$ i tidsrommet T_f , og T_s er tiden $v_1(t)$ bruker på å skifte mellom V og $-V$.



Figur 3: Interne signaler i trekantoscillatoren.

En ser at signalene ikke oppfører seg helt ideelt som i figur 2, og dette skjer fordi komparatoren trenger tiden T_s på å skifte mellom verdiene V og $-V$, gitt ved

$$T_s = \frac{2V}{SR} \quad (4)$$

hvor SR er stigningsraten til den aktuelle operasjonsforsterkeren (oppgitt i datablad).

Forsyningsspenningene til operasjonsforsterkerene er symmetriske om tidsaksen, og dermed vil $v_2(t)$ også være symmetrisk om tidsaksen. Ved å la tiden $t = 0$ ved starten av T_f , så vil $v_2(0) = -A'$ og $v_2(T_f) = A'$. Dette gjør at T_f gis ved

$$T_f = \frac{4A'}{V}\tau \quad (5)$$

Ved å la $t = 0$ ved starten av T_s , så vil $v_1(t)$ være

$$v_1(t) = -V + \frac{2V}{SR}t \quad (6)$$

og av likning (3), så vil $v_2(t)$ være

$$v_2(t) = A' + \frac{V}{\tau}\left(t - \frac{t^2}{T_s}\right) \quad (7)$$

$v_2(t)$ vil være en parabel med toppunkt midt i intervallet, og av likning (4), så vil verdien ved toppunktet være

$$v_2(\frac{1}{2}T_s) = A' + \frac{VT_s}{4\tau} = A' + \frac{V^2}{2\tau SR} \quad (8)$$

Det er denne parabelformen som gjør at $v_2(t)$ ikke er perfekt trekantforma, men vil få en parabelforma «hump» på toppen, med høyde ΔA over nivået A' , gitt ved

$$\Delta A = \frac{V^2}{2\tau SR} \quad (9)$$

Av dette, så vil amplituden A til $v_2(t)$ være

$$A = A' + \Delta A = \frac{R_1}{R_2}V + \frac{V^2}{2\tau SR} \quad (10)$$

Symmetrien til $v_1(t)$ gjør at alle signaletne i kretsen vil ha samme periode T , gitt ved

$$T = 2(T_f + T_s) \quad (11)$$

Trekantoscillatoren vil oscillere med en spesifisert frekvens $f_0[\text{Hz}]$, gitt ved

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{2(T_f + T_s)} \quad (12)$$

Oscillatoren vil oscillere med en aktuell frekvens $f[\text{Hz}]$, gitt ved

$$f = \frac{1}{4} \left(\frac{R_2 SR}{R_1 \tau SR + V R_2} \right) \quad (13)$$

og skal ha et spesifisert maksimalt frekvensavvik $\Delta f_{\max}[\text{ppm}]$, hvor det faktiske avviket skal være

$$|\Delta f| \leq \frac{\Delta f_{\max}}{10^6} f_0 \quad (14)$$

3 Realisering og test

3.1 Punkter å ta hensyn til før testing

- Ved bruk av operasjonsforsterkeren LF353P, så kan komparatoren fungere dårlig ved for høy spenning på v_3 . Fordi v_3 er gitt ved likning (2), som er en spenningsdeling, så må R_2 være stor nok i forhold til R_1 , og v_2 må ikke bli for høy.
- Det er sannsynlig at v_1 vil avvike noe fra $\pm V$.
- Ved valg av motstandsverdier, så må de være «passelige». Dvs. at de må ha en verdi mellom $1k\Omega$ og $100k\Omega$.
- Amplituden A til v_2 kan ikke være så høy at operasjonsforsterkeren går i metning og heller ikke så stor at v_3 blir for høy.
- Ofte vil $A' \gg \Delta A$, og pga. dette og likning (10), så vil A være avhengig av R_1 og R_2 . I tillegg vil ofte $T_f \gg T_s$, og pga. dette og likning (13), så vil frekvensen være avhengig av τ . Det kan dermed være gunstig å starte med å velge verdier for R_1 og R_2 så komparatoren virker, og så justere R -verdien for å få integratoren til å virke.

3.2 Verdier brukt i testene

Kretsen ble kobla opp etter figur 1, og de faste komponentverdiene er lista under. Motstandsverdiene ble endra for hver testing og er oppgitt i tabell 1.

- $C = 100nF$
- 2 operasjonsforsterkere av typen LF353P, hvor typiske stigerate $SR = 13 \frac{V}{\mu s}$

Den spesifiserte og ønskede frekvensen til $v_2(t)$ ble satt til $f_0 = 300Hz$. Det spesifiserte maksimale frekvensavviket ble dermed $\Delta f_{\max} = 10000ppm$. Av likning (15), så ble det faktiske maksimale frekvensavviket $3Hz$.

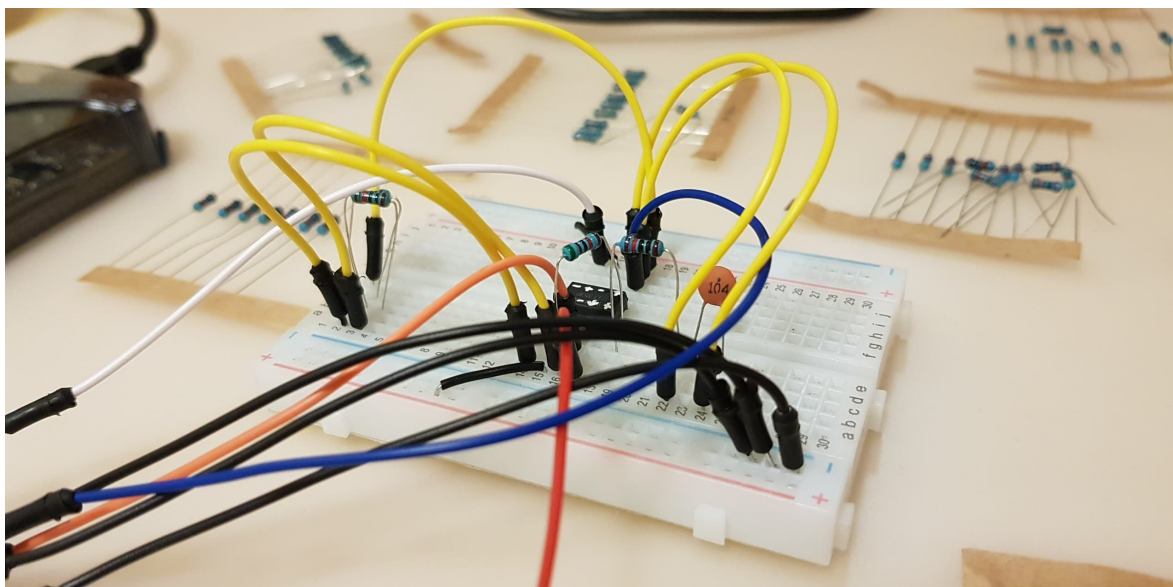
Forsyningsspenningen for operasjonsforsterkerne ble satt til $+V = 5V$ og $-V = -5V$.

3.3 Tester

Likninger brukt for til beregninger i tabell 1:

- $\tau = RC$
- (13): $f = \frac{1}{4} \left(\frac{R_2 SR}{R_1 \tau SR + V R_2} \right)$

Den fysiske implementeringa vises i figur 4.



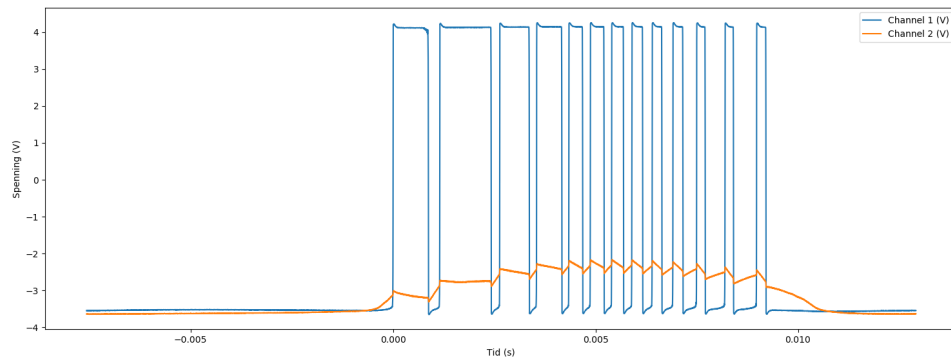
Figur 4: Fysisk implementering.

Tabell 1: Målte verdier ved testing.

Testnr.	$R_1 [\Omega]$	$R_2 [\Omega]$	$R [\Omega]$	$\tau [s]$	$v_1 [V]$	$f [Hz]$	$ \Delta f [Hz]$
1	1k	10k	50k	0.005	2.7	500	200
2	1k	10k	100k	0.01	2.7	250	50
3	4k	47.6k	100k	0.01	2.7	297	2.63
4	1k	5.95k	50k	0.005	2.7	297	2.63

3.4 Kommentarer til testene

Av tabell 1, så finner man at test nr. 3 og 4 gir nøyaktig samme resultat i endelig frekvens $f = 297$ og frekvensavvik $|\Delta f| = 2.63$. Figur 5 viser signalet ut av komparatoren og integratoren. Det er forventa å se ut som i figur 3, men dette viser seg å ikke stemme. Dette må være grunnet feil kombinasjon i motstandsverdier.



Figur 5: Firkantsignalet fra komparatoren og trekantsignalet fra integratoren.

4 Konklusjon

Et kretsoppsett som i figur 1 vil gi et trekantsignal, for komparatoren vil gi ut et firkantsignal, og integratoren vil gi ut et trekantsignal. Ved å bruke bestemte kombinasjoner av motstandsverdier, så vil en oppnå et trekantsignal med en bestemt frekvens med et bestemt maksimalt frekvensavvik. For å konkludere, så er den prinsipielle løsningen for systemet godt, men tetsingen og den fysiske implementeringa er mer komplisert å få til for å nå kravspesifikasjonene til testene.

5 Takk

Takk til Stud. Marie Eriksen Grude, Stud. Anders Lundberg og Stud. Sivert Sivertsen for godt samarbeid og nyttige diskusjoner om både teori og praktisk implementering av designprosjektet.

A Fullstendige utregninger

A.1 Bestemmelse av faktisk maksimalt frekvensavvik

1ppm = $\frac{1}{10^6}$ av utgangssignalets frekvens f_0 . Dette gjør at faktisk frekvensavvik Δf , med x ppm er gitt som

$$\Delta f = \frac{f_0 \cdot x}{10^6} \quad (15)$$

Dette tilsvarer høyresida av ulikheten (14).

A.2 Bestemmelse av frekvens og amplitude

I de fullstendige utregningene under vil det bestemmes uttrykk for frekvens og amplitude, uttrykt ved forsyningsspenningen V , tidskonstanten for integratordelen av kretsen $\tau = RC$, motstandene i spenningsdeleren i komparatordelen av kretsen R_1 og R_2 , og stigeraten SR .

A.2.1 Å finne et uttrykk for $v_2(t)$

En ser på figur 3 og ser først på intervallet T_f hvor $v_1(t)$ har den konstante verdien $-V$. Forsyningsspenningene til operasjonsforsterkerene er symmetriske, og dermed vil $v_2(t)$ også være symmetrisk om tids-aksen. Ved å la tiden $t = 0$ ved starten av T_f , så vil $v_2(0) = -A'$ og $v_2(T_f) = A'$. Av likning (3) er dermed

$$v_2(t) = -\frac{1}{RC} \int v_1(t) dt \quad (16)$$

Her er $v_1(t) = -V$, slik at

$$\begin{aligned} v_2(t) &= -\frac{1}{\tau} \int -V dt \\ &= \frac{1}{\tau} \int V dt \\ &= \frac{1}{\tau} Vt + C \\ &= \frac{V}{\tau} t + C \end{aligned} \quad (17)$$

hvor C er en konstant bestemt ved å sette inn $v_2(0) = -A'$ i uttrykket over, slik at

$$\begin{aligned}v_2(t) &= \frac{V}{\tau}t + C \\ -A' &= C\end{aligned}\tag{18}$$

Dermed er uttrykket for $v_2(t)$ gitt som

$$v_2(t) = -A' + \frac{V}{\tau}t\tag{19}$$

A.2.2 Å finne et uttrykk for T_f

T_f er tida $v_1(t) = -V$. I tidsintervallet T_f går $v_2(t)$ fra $-A'$ til $A' \implies v_2(T_f) = A'$. Bruker uttrykket fra likning (19) og løser for T_f slik at

$$\begin{aligned}v_2(t) &= -A' + \frac{V}{\tau}t \\ v_2(T_f) &= -A' + \frac{V}{\tau}T_f \\ \frac{v_2(T_f) + A'}{V}\tau &= T_f \\ \frac{A' + A'}{V}\tau &= T_f \\ T_f &= \frac{2A'}{V}\tau\end{aligned}\tag{20}$$

A.2.3 Å finne et uttrykk for $v_3(t)$

Fordi det ikke går noen strøm inn i den ikke-inverterende inngangsterminalen til komparatoren så kan en bruke spenningsdeling gitt ved

$$V_x = \frac{R_x}{R_x + R_y}V_s\tag{21}$$

hvor V_x er den ønskede spenningen, R_x er motstanden spenningen ligger over, nevneren i brøken er summen av motstandene R_x og R_y i kretsen, og V_s er spenningskilden. Med verdiene fra kretsen blir spenningsdelingsuttrykket

$$v_{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_1 - v_2)\tag{22}$$

Dermed blir det totale uttrykket for $v_3(t)$

$$v_3(t) = v_2(t) + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_1(t) - v_2(t)) \quad (23)$$

A.2.4 Å finne et uttrykk for A'

Ved T_f er $v_3(t)$ gitt som $v_3(T_f) = 0$, og det er der $v_1(t)$ går fra $-V$ til V . Setter denne v_3 -verdien inn i likning (23), og en har at $v_1(T_f) = -V$ og $v_2(T_f) = A'$.

$$\begin{aligned} v_3(t) &= v_2(t) + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_1(t) - v_2(t)) \\ v_3(T_f) &= v_2(T_f) + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v_1(T_f) - v_2(T_f)) \\ 0 &= A' + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(-V - A') \\ 0 &= \frac{(R_1 + R_2)A' + R_1(-V - A')}{R_1 + R_2} \\ 0 &= \frac{A'R_1 + A'R_2 - VR_1 - A'R_1}{R_1 + R_2} \\ 0 &= \frac{A'(R_1 + R_2 - R_1) - VR_1}{R_1 + R_2} \\ 0 &= \frac{A'R - 2 - VR_1}{R_1 + R_2} \\ 0 &= \frac{A'R_2}{R_1 + R_2} - \frac{VR_1}{R_1 + R_2} \\ \frac{VR_1}{R_1 + R_2} &= \frac{A'R_2}{R_1 + R_2} \\ VR_1 &= A'R_2 \\ A' &= \frac{R_1}{R_2}V \end{aligned} \quad (24)$$

A.2.5 Å finne et uttrykk for T_f gitt et uttrykk for A'

Bruker uttrykket for T_f fra likning (20) og uttrykket for A' fra likning (24).

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{2A'}{V}\tau \\ &= \frac{2\frac{R_1}{R_2}V}{V}\tau \\ &= 2\frac{R_1}{R_2}\tau \end{aligned} \quad (25)$$

A.2.6 Å finne et uttrykk for T_s

$v_1(t)$ skal stige fra $-V$ til V på tida T_s , og dette er en verdiendring på $2V$. Når T_s er tida, SR er en rate (fart), så kan en sammenlikne situasjonen med formelen for vei-fart-tid, gitt ved

$$v = \frac{s}{t} \quad (26)$$

hvor v er farta, s er veien (strekningen), og t er tida. For trekantoscillatoren er dermed $2V$ veien signalet må gå i løpet av tida T_s , med farta SR , og T_s blir gitt som

$$T_s = \frac{2V}{SR}. \quad (27)$$

A.2.7 Å finne et nytt uttrykk for $v_2(t)$

$v_2(t)$ er resultatet etter en integrasjon, så av likning (3), så er

$$v_2(t) = -\frac{1}{\tau} \int v_1(t) dt \quad (28)$$

og en vet fra tidligere utregninger at $v_1(t) = -V + \frac{2V}{T_s}t$. Da er

$$\begin{aligned} v_2(t) &= -\frac{1}{\tau} \int v_1(t) dt \\ &= -\frac{1}{\tau} \int (-V + \frac{2V}{T_s}t) dt \\ &= -\frac{1}{\tau} [-Vt + 2 \int \frac{V}{T_s} t dt] \\ &= -\frac{1}{\tau} [-Vt + 2 \frac{1}{2} \frac{V}{T_s} t^2] + C \\ &= \frac{1}{\tau} Vt - \frac{1}{\tau} \frac{V}{T_s} t^2 + C \\ &= \frac{V}{\tau} (t - \frac{t^2}{T_s}) + C \end{aligned} \quad (29)$$

C er en konstant bestemt ved å sette inn $v_2(0) = A' \implies A' = C$. Dermed er

$$v_2(t) = A' + \frac{V}{\tau} (t - \frac{t^2}{T_s}) \quad (30)$$

A.2.8 Å finne et uttrykk for ΔA

Ved en tid t er $v_2(t)$ lik $A = A' + \Delta A$. Dette brukes til å finne ΔA .

$v_2(t)$ er en funksjon av tid, og ekstremalpunktene finnes der den deriverte er lik 0, så

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}v_2(t) &= 0 \\ 0 &= \frac{d}{dt}\left(A' + \frac{V}{\tau}\left(t - \frac{t^2}{T_s}\right)\right) \\ 0 &= \frac{1}{\tau}\left(V + 2\frac{V}{T_s}t\right)\end{aligned}\tag{31}$$

Dette gjør at

$$\begin{aligned}V + 2\frac{V}{T_s}t &= 0 \\ \frac{V}{T_s}t &= -V \\ t &= \left|-\frac{VT_s}{2V}\right| \\ t &= \frac{T_s}{2}\end{aligned}\tag{32}$$

Setter inn denne t -verdien i uttrykket for $v_2(t)$ og får at

$$\begin{aligned}v_2(t) &= A' + \frac{1}{\tau}\left(Vt - \frac{V}{T_s}t^2\right) \\ v_2(T_s) &= A' + \frac{1}{\tau}\left(V\frac{T_s}{2} - \frac{V}{T_s}\frac{T_s^2}{4}\right) \\ &= A' + \frac{1}{\tau}\left(\frac{VT_s}{2} - \frac{T_s}{4}\right) \\ &= A' + \frac{1}{\tau}\left(\frac{2VT_s - VT_s}{4}\right) \\ &= A' + \frac{1}{\tau}\frac{VT_s}{4} \\ &= A' + \frac{VT_s}{4\tau}\end{aligned}\tag{33}$$

Likheten $v_2(T_s) = A = A' + \Delta A$ og at $SR = \frac{2V}{T_s} \implies T_s = \frac{2V}{SR}$ gir at

$$\begin{aligned}
A' + \Delta A &= A' + \frac{VT_s}{4\tau} \\
A' + \Delta A &= A' + \frac{V}{4\tau} \frac{2V}{SR} \\
\Delta A &= \frac{V^2}{2\tau R}
\end{aligned} \tag{34}$$

A.2.9 Å finne et endelig uttrykk for perioden T , frekvensen f og amplituden A

Frekvens f er gitt som 1 over perioden T , så $f = \frac{1}{T}$. Perioden er det dobbelte av summen av de to tidsintervallene T_f og T_s , så $T = 2(T_f + T_s)$. En har at $T_f = 2\frac{R_1}{R_2}\tau$ og $T_s = \frac{2V}{SR}$. Dermed er perioden

$$\begin{aligned}
T &= 2(T_f + T_s) \\
&= 2\left(2\frac{R_1}{R_2}\tau + \frac{2V}{SR}\right) \\
&= 4\left(\frac{R_1}{R_2}\tau + \frac{V}{SR}\right) \\
&= 4\left(\frac{R_1\tau SR + VR_2}{R_2SR}\right)
\end{aligned} \tag{35}$$

Dette gjør at frekvensen er

$$f = \frac{1}{4} \left(\frac{R_2SR}{R_1\tau SR + VR_2} \right) \tag{36}$$

og amplituden er

$$A = A' + \Delta A = \frac{R_1}{R_2}V + \frac{V^2}{2\tau SR} \tag{37}$$