

# Prognozowanie popytu na energię elektryczną na amerykańskim rynku day-ahead.

Komputerowa analiza szeregów czasowych  
Raport 2.

Emil Olszewski, Artur Sadurski

5 lutego 2024

## Streszczenie

Poniższy raport przedstawia analizę szeregu czasowego opisującego obciążenie na sieci elektrycznej na podstawie danych z rynku amerykańskiego z przestrzeni dni od 01.01.2016 do 31.12.2017. Celem raportu jest dopasowanie modelu ARMA do danych, a następnie predykcja zapotrzebowania w przyszłości. Predykcja taka jest istotna dla operatorów sieci, którzy muszą dostosować produkcję energii do zapotrzebowania. W pierwszej części raportu przedstawiono wstęp teoretyczny dotyczący rynków day-ahead, szeregów ARMA oraz opisano dane i ich charakterystykę.

## 1 Wstęp

### 1.1 Rynki day-ahead

W przypadku energii elektrycznej do zawierania kontraktów kupna-sprzedaży pomiędzy spółkami energetycznymi a operatorami elektrowni i sieci dochodzi na rynku *day-ahead*, który nie pozwala na ciągły handel między uczestnikami. Na taki rynek wpływają oferty kupna i dostarczenia konkretnej ilości energii na **każdą godzinę następnego dnia**. Ceny na każdy z tych okresów wyznaczane są jako punkt przecięcia się **krzywej popytu i podaży**.

### 1.2 Szeregi ARMA

Głównym celem raportu będzie dopasowanie szeregu ARMA do danych, więc należy wpierw przypomnieć jego definicję.

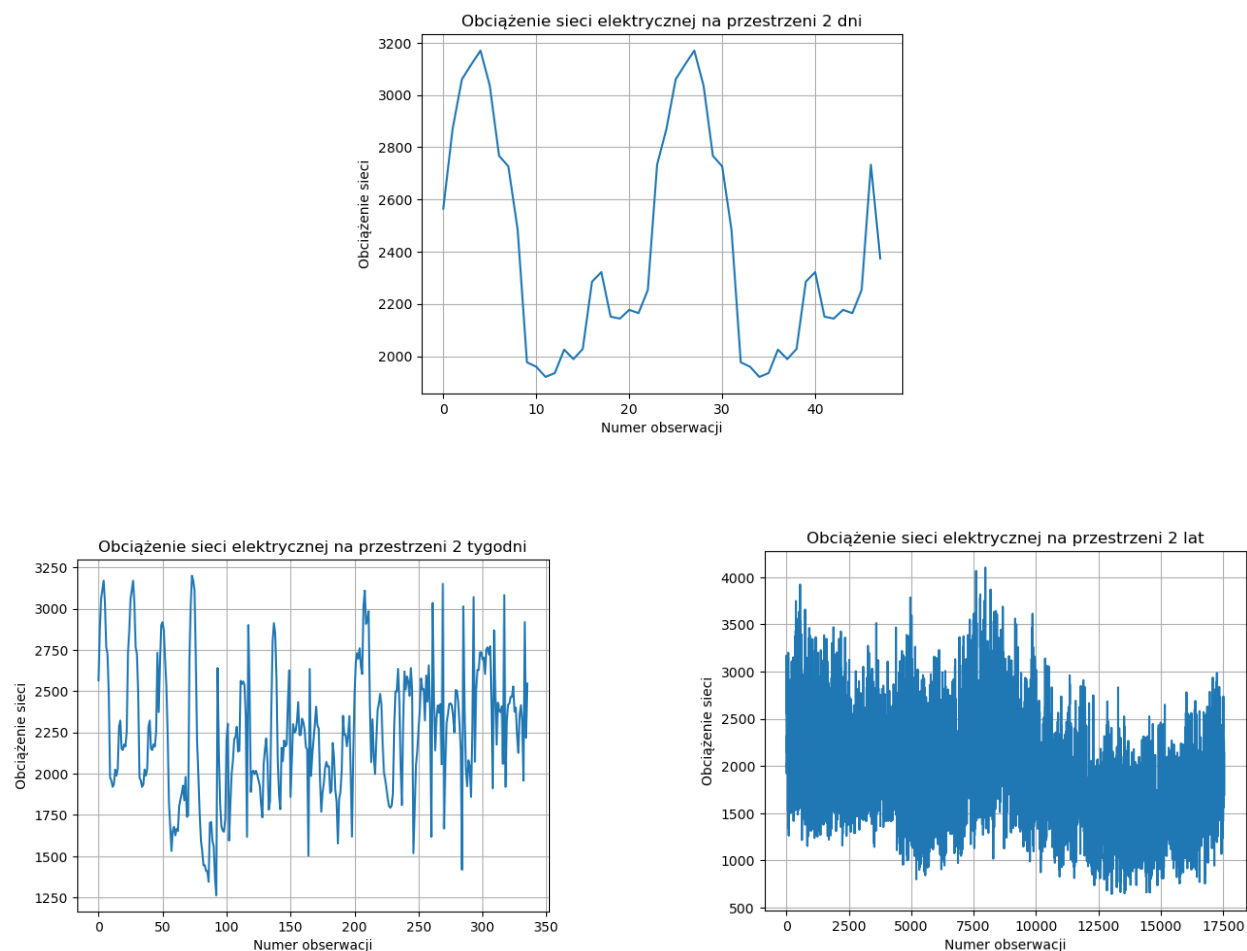
**Definicja 1.** Szereg czasowy  $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  nazywamy szeregiem ARMA( $p, q$ ) gdy da się go przedstawić jako

$$X_t = \varepsilon_t + \sum_{i=0}^p \phi_i X_{t-i} + \sum_{i=0}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

gdzie współczynniki  $\phi_i$  oraz  $\theta_i$  to współczynniki modelu zaś  $\varepsilon_i \sim WN(0, \sigma^2)$ .

### 1.3 Opis danych

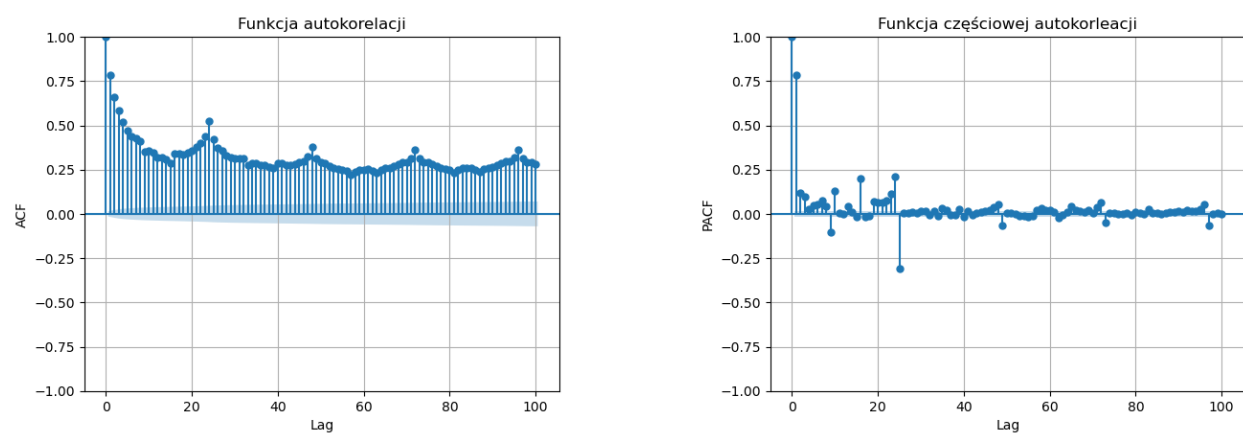
[Dane](#), do których został dopasowany model zostały udostępnione w domenie publicznej. Przedstawiają one ilości energii elektrycznej na którą zostały zawarte kontrakty na rynku **PMJ** na każdą godzinę dni pomiędzy 01.01.2016 a 31.12.2017. Obejmują więc okres dwuletni. Horyzont czasowy specjalnie został dobrany tak aby można było zaobserwować różne sezonowości dotyczące cen energii elektrycznej, to jest **sezonowość dobową** (związaną z cyklem dzień-noc), **tygodniową** (dni robocze-weekend) oraz **roczną** (pory roku). Przykładowe trajektorie przedstawiono na rysunku [1](#).



Rysunek 1: Trajektorie popytu na energię elektryczną przedstawione w różnych rozdzielczościach czasowych.

## 2 Analiza danych

### 2.1 Stacjonarność



Rysunek 2: Wykresy ACF i PACF wskazują na to, że szereg nie jest stacjonarny.

Zacniemy od przebadania danych pod względem ich stacjonarności. Własność ta jest kluczowa aby efektywnie dopasować model ARMA. Wpierw użyjemy **funkcji autokorelacji** oraz **częściowej autokorelacji**, więc przypomnijmy ich definicje.

**Definicja 2.** *Funkcja autokorelacji (ACF) dla szeregu czasowego  $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  to funkcja  $\rho$  określona wzorem*

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$$

gdzie  $\gamma(k) = \text{Cov}(X_t, X_{t-k})$  to funkcja autokowariancji.

**Definicja 3.** *Funkcja częściowej autokorelacji (PACF) dla szeregu czasowego  $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  to funkcja  $\alpha$  określona równaniami*

$$\alpha(0) = 1$$

oraz

$$\alpha(k) = \phi_{kk},$$

gdzie  $\phi_{kk}$  to ostatnia współrzędna wektora  $\phi_k$  danego wzorem

$$\phi_k = \Gamma_k^{-1} \gamma_k,$$

$$\Gamma_k = [\gamma(i-j)]_{i,j=1}^k, \gamma_k = [\gamma(1), \gamma(2), \dots, \gamma(k)].$$

Na wykresach 2 przedstawiono wykresy próbkowych ACF i PACF dla poszczególnych przesunięć czasowych. Jak widać funkcja autokorelacji nie zanika do zera, co byłoby charakterystyczne dla szeregu ARMA, lecz oscyluje wokół pewnej wartości. Choć od pewnego momentu funkcja PACF wydaje się zanikać do zera, to możemy zaobserwować okresowo występujące wartości odstające. Wszystko to wskazuje, że nie mamy do czynienia ze stacjonarnym szeregiem czasowym.

Kolejnym krokiem, który możemy podjąć celem weryfikacji naszych obserwacji jest skorzystanie z rozszerzonego testu Dickeya-Fullera. Jego procedura polega na testowaniu

$$H_0 : \text{szereg jest niestacjonarny}$$

przeciwko

$$H_1 : \text{szereg jest stacjonarny}.$$

Przyjmijmy poziom istotności  $\alpha = 0,05$  i przeprowadźmy test. W rezultacie otrzymujemy

$$p \approx 0,08,$$

gdzie  $p$  oznacza p-wartość. Tym samym odrzucamy hipotezę na rzecz alternatywnej, co oznacza, że zakładamy, że szereg nie jest stacjonarny.

## 2.2 Dekompozycja szeregu