Barometrische Höhenformel

Molare Masse M: $M \cdot n = m$
Aus der idealen Gasgleichung folgt: $\frac{dp}{dh} = -\rho \cdot g = -\frac{Mg}{RT} \cdot p$
Barometrische Höhenformel für isotherme Atmosphäre:
$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{Mg}{RT} \cdot h}$

Partialdruck, Dampfdruck

Partialdruck p / Dampfdruck
p_{H_2O}: Experimentell bestimmt. Maximaler Dampfdruck (Sättigungsdampfdruck) hängt von der Temperatur ab.
Absolute Luftfeuchtigkeit:
$f = \frac{m_{H_2O}}{V}$ $f = \frac{m_{H_2O,\max}}{V}$
Relative Luftfeuchtigkeit:
$\varphi = \frac{f}{f_{\max}}$
Zusammenhang Dampfdruck/Luftfeuchtigkeit:
$p_{H_2O} = \frac{n_{H_2O}RT}{V}$
$= \frac{m_{H_2O}RT}{M_{H_2O}V} = f \cdot \frac{RT}{M_{H_2O}}$

Wind

- Druckgradientenkraft
- Corioliskraft
- Zentrifugalkraft
- Reibungskraft

Geostrophischer Wind: Annahme: Nord-/Südkomponente der Corioliskraft und Druckgradienten heben sich auf, Reibung wird vernachlässigt. Parallel zu den Isobaren. Erklärt die Passatwinde und erklärt, warum Wind nicht direkt von Hoch nach Tief weht.
$F_D = -F_C \Leftrightarrow -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} = f_c \cdot v$
Zyklostrophischer Wind: Annahme: Nord-/Südkomponente der Druckgradientenkraft und der Zentrifugalkraft heben sich auf. F_C und F_R werden nicht berücksichtigt. Erklärt Tornados.
$F_D = F_Z \Leftrightarrow -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{v^2}{R}$
Gradientenwind / Geostropisch-Zyklostrophischer Wind:
Berücksichtigt F_D, F_C und F_Z. Reibung wird weiterhin vernachlässigt. Bestes Windmodell, welches trotzdem noch relativ genau rein durch Wetterkarten und Höhenwindmessungen vorhergesagt werden kann.
Zyklonaler Gradientenwind:
Die Luft dreht sich um ein Tiefdruckgebiet, es gilt:
$F_C + F_Z = F_D \Leftrightarrow f_c \cdot v + \frac{v^2}{R} = -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}$
Antizyklonaler Gradientenwind:
Die Luft dreht sich um ein Hochdruckgebiet, die Richtungen von F_C und F_D sind umgekehrt:
$F_C - F_Z = F_D \Leftrightarrow f_c \cdot v - \frac{v^2}{R} = -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}$

Wärme, Temperatur, Freiheitsgrade

Stoßrate gegen eine Quaderförmige Wand bei Teilchendichte D:
$\dot{N} = \frac{D}{6} \cdot v$
Druck durch Impulsübertragung:
$p = \frac{F}{A} = \frac{\|\dot{\vec{p}}\|}{A} = m \cdot \frac{\|\dot{v}\|}{A} = \frac{1}{3}\frac{N}{V}mv^2$
Freiheitsgrade:
Im Allgemeinen $f = 3n$ für n-atomiges Molekül
Effektive Freiheitsgrade (bei realistischen Temperaturen):

- He: 3
- N_2, O_2: 5
- CO_2: ~ 7
- H_2O: ~ 7

Energie pro Teilchen pro Freiheitsgrad:
$E = \frac{1}{2}kT$
Ideale Gasgleichung:
$pV = nRT = NkT$, mit $n = \frac{N}{N_A}$
Energie für N Teilchen mit jeweils f Freiheitsgraden:
$U = f \cdot N \cdot E = \frac{f}{2}NkT = \frac{f}{2}nRT$
Mittlere freie Weglänge:
$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi \frac{N}{V} d^2}$
Boltzmann-Verteilung:
$p(E) \sim e^{-\frac{E}{kT}}$, wahrscheinlichste Energie $E_{\text{kin}_p} = kT$, aber mittlere Energie $E_{\text{kin}_m} = \frac{3}{2}kT$!
Maxwell-Verteilung:
$p(v) \sim 4\pi v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$, wahrscheinlichste Geschwindigkeit
$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{RkT}{M}}$
Arrheniusgleichung für Reaktionsgeschwindigkeit c:
$c = A \cdot e^{-\frac{E_A}{RT}}$

Thermodynamik

Abgeschlossenes (isoliertes) System: Weder Energie-, noch Materialaustausch.
Geschlossenes System: Energieaustausch, aber kein Materialaustausch.
Offenes System: Energie- und Materialaustausch.
Adiabatisches System: Kein Wärmeaustausch.
Arbeitsdichtessystem: Kein Arbeitsaustausch.
Molare Wärmekapazität $[c_V] = 1\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$ **bei konstantem Volumen**:
$c_V = \frac{f}{2} \cdot R$
Spezifische Wärmekapazität $[C_V] = 1\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ **bei konstantem**

Klausurblatt Umweltphysik, Emma Marie Bach :3

Einheiten

Kraft:
$[F] = 1\text{N} = 1\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{s^2}$
Druck:
$[p] = 1\text{Pa} = 1\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}^2}$
$1\text{bar} = 100.000\text{Pa} = 1000\text{hPa}$
Arbeit, Energie:
$[W] = [E] = 1\text{J} = 1\text{N}\cdot\text{m}$
Leistung:
$[P] = W = 1\frac{\text{J}}{\text{s}} = 1\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{s}}$
Wärmekapazität:
$[c] = 1\frac{J}{K} = 1\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{K}$
Teilchenzahl N, **Stoffmenge** $n = \frac{N}{N_A}$ in Mol!
Masse m, **Molare Masse** $M = \frac{m}{n}$

Mathe

Taylorreihe: $f(x) \approx \sum_{k=1}^{n} f^{(k)} \cdot (x-a)^k$

Rotierende Systeme

Zentripetalbeschleunigung:
$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{r} \implies a_Z = \frac{v^2}{r}$
Zentripetalkraft:
$F_Z = m \cdot a_Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$
Umlaufgeschwindigkeit:
$F_Z = F_G \implies v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}$
Umlaufszeit:
$v = \omega \cdot r \implies t = 2\pi r \cdot \sqrt{\frac{r}{\gamma M}}$

Kräfte und Wege

Grundlagen:
$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
$\vec{F}_{a\to b} = -\vec{F}_{b\to A}$
Kreisbahn:
$s = \varphi \cdot R = \omega \cdot R \cdot t$
Schwerkraft auf der Erde:
$F_G = m \cdot g$
Schwerkraft allgemein:
$F_G = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$
Auftriebskraft (V = Volumen unter Wasser):
$F_A = F_{G_{\text{Fluid}}} - F_{G_K} = (\rho_{\text{Fluid}} - \rho_K) \cdot g \cdot V$
Hangabtriebskraft:
$F_H = F_G \cdot \sin(\alpha) = F_G \cdot \left\|\vec{\nabla} H\right\|_2$
Normalenkraft:
$F_N = F_G \cdot \cos(\alpha)$
Reibungskraft:
$F_R = \mu \cdot F_N$
Druck:
$p = \frac{F}{A} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$
Impuls:
$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \implies \vec{F} = \dot{\vec{p}}$
$\dot{\vec{p}}_{\text{ges}} = \vec{F}_{\text{ges}} = 0$
Drehmoment (Torque) mit Hebelarm r:
$T = F \cdot r$
$T_1 = F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2 = T_2$

Energie, Arbeit, Leistung

Arbeit:
Für F und Δs parallel:
$W = F \cdot \Delta s$
Arbeit gegen die Schwerkraft:
$W = F_G \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot \Delta h$
$= \gamma \cdot m \cdot M \cdot (\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_0 + h})$
Potentielle Energie:
$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$
Arbeit gegen die Reibungskraft:
$W = F_R \cdot \Delta s = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s$
Arbeit gegen die Zentripetalkraft:
$W = 0$, da $F \perp \Delta s$
Kinetische Energie:
$E_{\text{kin}} = W = F \cdot \Delta s = m \cdot a \cdot \Delta s = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
Gespannte Feder:
$F = k \cdot \Delta x$
$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2$
Mechanische Energieerhaltung:
$E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + Q = \text{const}$
inkl. Reibungswärme Q
Leistung:
$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \to \frac{dW}{dt}$
Leistung bei Kraftauswirkung:
$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$

Strömungsdynamik

Staudruck:
$p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$
Staukraft (ohne Umströmung):
$F = p \cdot A = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
Luftwiderstandskraft:
$F_L = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
Kontinuitätsgesetz für Inkompressible Fluide:
$A \cdot v = \text{const}$
Volumenarbeit:
$W_V = -\int F\, ds = -\int p \cdot A\, ds = -p \cdot \Delta V$
Vorzeichen zu Gewählt, das für die Kompression positive Arbeit nötig ist.
Hydrodynamische Energieerhaltung:
$E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + W_V = \text{const}$
$\implies$ **Bernoulli-Gleichung durch Division der Volumen:**
$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h + p = \text{const}$
Konsequenz: An Orten mit hoher Strömungsgeschwindigkeit ist der Druck geringer (Hydrodynamisches Paradoxon)
Gradientenkraft:
$\Delta p = \vec{\nabla} p \cdot \Delta x$
$\implies \Delta F = -\Delta p \cdot A = -\vec{\nabla} p \cdot \Delta x \cdot A$
$\implies a = \frac{\Delta F}{m} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho}$

Volumen:
$C_V = \frac{c_V}{M}$
Wärme / Thermische Energie:
$Q = m \cdot C \cdot \Delta T$
Wärmeströmung:
$\dot{Q} = \dot{m} \cdot C \cdot \Delta T$, $\dot{m} = \rho \cdot A \cdot v$
Erster Hauptsatz der Thermodynamik:
$\Delta U := \Delta E = \Delta Q + \Delta W$

Zustandsänderungen

Für Phasenübergang ist Energie nötig! $H = C \cdot \Delta T$
Isotherme Zustandsänderung:
Keine Änderung der **Temperatur** - bei Expansion ist aber mehr Wärme nötig um die gleiche Temperatur beizubehalten.
Langsame Kompression von Luft mit gleichzeitiger Abkühlung, näherungsweise Beschreibung technischer Prozesse.
$\Delta T = 0 \implies \Delta U = 0 \implies \Delta Q = -\Delta W$
Für die Volumenarbeit folgt für ideale Gase $W = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$
Isochore Zustandsänderung:
Konstantes Volumen. Es gilt $\Delta W = 0$, also $\Delta U = \Delta Q$
Isobare Zustandsänderung:
Konstanter Druck. Chemische Reaktionen, Ausdehung von Luft und Wasser bei Erwärmung. Ein Teil der Zugefügten Energie geht in Ausdehnung über, also muss für die Erwärmung mehr Energie hinzugefügt werden als unter isochoren Verhältnissen.
Wärmekapazität bei konstantem Druck:
$c_P = c_V + R$, $C_P = C_V + \frac{R}{M}$
Adiabatische Zustandsänderung:
Keine Änderung der **Wärme**. $\Delta Q = 0$, also $\Delta U = \Delta W$ Beschreibt sehr gut isolierte Systeme, Verbrennungsmotoren, Ausbreitung von Schall, aufsteigende Luftmassen.
Adiabatengleichung: $T \cdot V^{\frac{R}{c_V}} = \text{const}$, $p \cdot V^{\frac{c_p}{c_v}} = \text{const}$
Es folgt $\frac{dp}{dT} = \frac{c_P p}{RT}$
Aufstieg Trockener Luft:
Durch Gleichsetzen von dp in der Adiabatengleichung und der Barometrischen Höhenformel folgt
$\frac{dT}{dh} = -\frac{M \cdot g}{c_p} = -\frac{g}{C_p}$
Aufstieg feuchter Luft:
Durch Adiabatische Abkühlung kann beim Aufstieg der Taupunkt erreicht werden, wodurch Wolken entstehen! Dabei wird Kondensationswärme frei und der Temperaturgradient $\frac{dT}{dh}$ wird geringer, desto feuchter die Luft war!

Entropie

Entropie: $S = k \cdot \ln(W(n))$, wobei $W(n)$ die Gesamtzahl der Mikrozustände der n Teilchen ist. $\Delta S \geq \frac{\Delta Q}{T}$!!
Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik: Wärme kann nicht von niedrigerer Temperatur zu höherer Tempatur fließen. Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die Wärme perfekt in Energie umwandelt. Ausgleichs- und Mischungsvorgänge sind irreversibel. Entropie nimmt durch jeden spontan ablaufenden Prozess zu, ebenso durch Zufuhr von Wärme oder Materie. Entropie kann innerhalb eines Systems nur abnehmen, wenn Wärme oder Materie abgegeben wird.
Wirkungsgrad einer reversiblen Wärmemaschine: Angenommen, eine Maschine entnimmt Wärme von einer Stelle A und überträgt sie auf eine andere Stelle B. Dann gilt $\Delta S_A = \frac{Q_A}{T_A}$, $\Delta S_B = \frac{Q_B}{T_B}$, und da die Entropie nicht abnimmt gilt $\Delta S_A = \Delta S_B$, also $\frac{Q_A}{T_A} = \frac{Q_B}{T_B}$. Da ein Teil der Wärme Q_A zu Arbeit W wird, und der Rest zu Wärme Q_B, gilt $Q_B = Q_A + W$. Es folgt $\eta := \frac{W}{Q_B} = 1 - \frac{T_A}{T_B} < 1$.
Entropieänderung bei der freien Expansion ins Vakuum:
$\Delta S = nR \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Enthalpie

Enthalpie $H = U + p \cdot V$ Viele Prozesse in Umwelt und Technik sind isobar, dann gilt: $\Delta U = \Delta Q + \Delta W = \Delta Q - p\Delta V \implies \Delta Q = \Delta H$
Verdampfungsenthalpie ΔH_V, Kondensationsenthalpie $\Delta H_K = -\Delta H_V$
Freie Enthalpie / Gibbs-Energie: $G = U + pV - TS$, jedes System verringert von alleine diese Größe, bis es nicht weiter geht.
Phasenübergänge: $\Delta G_1 = \Delta G_2 \implies \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1}$
$\implies \frac{dp_s}{dT} = \frac{h_V}{\Delta V_m \cdot T} \approx \frac{h_v \cdot p_s}{R \cdot T^2}, \frac{dp_s}{p_s} \approx -\frac{h_V}{R} \cdot (\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_2})$
Folge: Wasserkapazität der Atmosphäre steigt pro Kelvin Erwärmung um ca. 7%

Strahlung

Entstehung durch spontane Emmision, Bremsung von Ladungsträgern, Molekülschwingungen, zeitlich veränderlicher Strom, Paarvernichtung

$c = \lambda f$

Rydbergformel:
$\frac{1}{\lambda_{\text{vac}}} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$
Energie im Photon: $E = h \cdot f$
Lambertstrahler: Gleich hell aus allen Richtungen, es gilt $I = I_{\max} \cdot \cos(\theta)$
Schwarzkörperstrahlung:
$P = \sigma \cdot A \cdot T^4$, Sonne ist in etwa ein Schwarzkörper
Abgestrahlte Energie pro Sekunde/Intervall/Winkel:
$L(f, T) = \frac{2hf^3}{c^2} \frac{1}{e^{hf/kT} - 1}$
Atmosphärisches Fenster: Bezeichnet den Wellenlängenbereich, für den die Atmosphäre größtenteils durchlässig ist. Entsteht durch die Gaskomposition der Atmosphäre, insbesondere Wasserdampf und CO_2. Sichtbares Licht, knapp drüber, und kurzwellige Radiowellen.
Strahlungsbilanz:
Netto-Absorption $\rightarrow$ Erwärmung!

Treibhauspotential

Notation für Bestände und Flüsse: Bestand S, Input I, Output O, $I = O + \Delta S$
Tiefsee und Tiefseeboden sind mit Abstand die größten CO_2-Speicher
Anorganischer Kohlenstoffzyklus:
CO_2 (Luft) $\leftrightarrow$ $HCO_3{}^-$ (Wasser) $\leftrightarrow$ $CaSiO_3$, $CaCO_3$ (Gestein)
Organischer Kohlenstoffzyklus:
CO_2, CH_4 (Luft) $\leftrightarrow$ CH_4 etc. (Organismen) $\leftrightarrow$ Kohle, Erdöl, etc. (Böden)
Zerfall von Methan: $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$
Radiative Forcing F:
Änderung der Energiebilanz der Erde durch Änderung der Wirkung von Weltraumstrahlung, Gemessen in W/m^2. Eines der wichtigsten quantitativen Maße des Klimawandels.
$\Delta F \approx \alpha \cdot \ln\left(\frac{C_0 + \Delta C}{C_0}\right)$ mit $\alpha \approx 5,35 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ bei Erhöhung des CO_2-Volumentanteils von C_0 um ΔC.
Spezifischer Strahlenantrieb: $a_{CO_2} = \frac{\Delta F}{\Delta C} \approx \frac{\alpha}{C_0}$
Treibhauspotential: Spezifischer Strahlenantrieb mal Korrekturfaktor für weitere Zerfallsauswirkung mal Integral über die Konzentration eines Gases pro Zeit, zum Normieren durch das Treibhauspotential von CO_2 geteilt.
Korrekturfaktor: $c_{CH_4} = (1 + f_1 + f_2)$, $f_1 = 0.5$ entspricht dem Abbau von Ozon durch die Reaktion $CH_4 + OH^- \longrightarrow CH_3{}^- + H_2O$, $f_2 = 0.15$ entspricht der Entstehung von Wasser.

Corioliskraft

Bewegung eines Vektors (Bei Rotationsachse Ω und Rotation um den Ursprung): $\frac{d}{dt}\vec{v} = \Omega \times \vec{v}$
Aus der Produktregel folgt $\vec{a}_C = -2\vec{\Omega} \times \vec{v}$.
Bei Axialbewegung v_A mit der Drehachse gibt es keine Beschleunigung.
Bei Radialbewegung v_R weg von der Drehachse: $a_{\text{Cor}} = 2 \cdot \omega \cdot v_R$ entgegen der Erdrotation (also nach Westen).

Bei Tangentialbewegung v_T mit der Drehung (Ost-West):
$a_{\text{Cor}} = 2 \cdot \omega \cdot v_T$. Bei Bewegung mit der Erdrotation würde die Bewegung des Objekts es dazu bringen, sich von der Rotationsachse zu entfernen - wenn es wieder von der Schwerkraft nach unten bewegt wird, "rutscht" es dabei Richtung Äquator.

Die Tangentialgeschwindigkeit ist bereits identisch zur Geschwindigkeit bei Bewegung nach Westen, also $v_T = -v_O$.
Die Radialgeschwindigkeit hängt vom Breitengrad ab - am Breitengrad $\varphi \in (-\pi, \pi)$ gilt $v_r = v \sin(\varphi)$, es folgt:
$\binom{a_N}{a_O} = 2 \cdot \omega \cdot \sin(\varphi) \cdot \binom{v_N}{-v_O} := f_C \cdot \binom{v_N}{-v_O}$
Insgesamt führt auf der Nordhalbkugel ($\sin(\varphi) > 0$) jede Bewegung zu einer Kraft nach Rechts, auf der Südhalbkugel umgekehrt.