Semenarieuppgift 1 - försök 1

Emma Bastås

September 10, 2022

Uppgiften är att lösa ekvationen.

$$\sqrt{x+3}+\sqrt{2-x}=3 \tag{0}$$

Kvadrering av båda led medför följande ekvation och ekvivalenser

$$\begin{aligned}
\sqrt{x+3}+\sqrt{2-x}&=3\\
(\sqrt{x+3}+\sqrt{2-x})^2&=3^2\\
(x+3)+2\sqrt{x+3}\sqrt{2-x}+(2-x)&=9\\
x-x+3+2+2\sqrt{x+3}\sqrt{2-x}&=9\\
2\sqrt{x+3}\sqrt{2-x}&=4\\
\sqrt{x+3}\sqrt{2-x}&=2 \qquad (1)
\end{aligned}$$

Vänsterledet kan förenklas ytterligare

$$\sqrt{x+3}\sqrt{2-x}=\sqrt{(x+3)(2-x)}=\sqrt{2x+6-x^2-3x}=\sqrt{-x^2-x+6}$$

Vi kvadrerar återigen båda led vilket medför följande ekvation och ekvivalenser

$$\begin{aligned}
(\sqrt{-x^2-x+6})^2&=2^2\\
-x^2-x+6&=4\\
-x^2-x+2&=0 \qquad (2)
\end{aligned}$$

Nu kvadratkompleterar vi vänsterledet

$$x^2+x+2=((x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4})+2=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{9}{4}$$

Den konstanta termen flyttas till högerledet och vi drar kvadratroten ur båda led, vilket medför följande ekvivalenser.

$$
\begin{aligned}
\sqrt{(x+\frac{1}{2})^2} &= \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \\
x+\frac{1}{2} &= \pm\frac{\sqrt{9}}{2} \\
x &= \frac{\pm 3-1}{2} \qquad (3)
\end{aligned}
$$

De två lösningar till denna ekvation (3) är $x = 1$ och $x = -2$.

Vår ursprungliga ekvation (0) medör (1), medför (2), medför (3) som har lösningarna ovan. D.v.s alla lösningar till (0) är också lösningar till (3), men motsattsen gäller inte. Vi måste testa vilka lösningar till (3) som också löser (0)