

Índice general

Agradecimientos	III
Índice general	VI
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	IX
Resumen	XIII
1. Introducción	1
1.1. Justificación	2
1.2. Objetivos	4
1.2.1. Objetivo general	4
1.2.2. Objetivos específicos	4
2. Fundamentos teóricos	5
2.1. Definición de Grünwald-Letnikov	6
2.1.1. Definición de derivada de Grünwald-Letnikov	6
2.1.2. Definición de integral de Grünwald-Letnikov	6
2.1.3. Método numérico para la definición de GL	6
2.2. Definición de Riemann-Liouville	6
2.2.1. Definición de integral de Riemann-Liouville	6
2.2.2. Definición de derivada de Riemann-Liouville	6
2.3. Transformada de Laplace de integrales y derivadas fraccionarias	6
2.4. Expansión de fracciones continuas (CFE)	6
2.4.1. Análisis de error de la CFE	6
2.5. Escalamiento en frecuencia	6
2.6. Teoría de filtros	6
2.6.1. Filtros de primer orden	6
2.6.2. Filtros de segundo orden	6

3. Implementación de integradores fraccionarios	7
3.1. ¿Qué es una FPAA?	7
3.2. Características de la tarjeta y requerimientos	8
3.2.1. Alimentación de la tarjeta	8
3.2.2. Instalación de drivers	8
3.2.3. Jumpers por defecto	8
3.2.4. Tamaño variable de cadena de FPAAs	8
3.2.5. DIP Switches	8
3.2.6. Filtros Rauch y buffers de salida	8
3.2.7. Circuito de prueba	8
3.3. AnadigmDesigner2	8
3.3.1. Comunicación con AD2	8
3.3.2. Equivalencia de conexiones en tarjeta y en software	8
3.4. NI ELVIS II+	8
3.4.1. ¿Qué es la NI ELVIS II+?	8
3.4.2. Instalación	9
3.4.3. Puesta en marcha y calibración	9
3.4.4. Diagramas de Bode	9
3.4.5. Ejemplo práctico	9
3.5. Implementación con aproximación de primer orden	11
3.5.1. Filtro bilineal configuración polo y cero	11
3.5.2. Filtro bilineal configuración pasabajas y pasaaltas	11
3.6. Implementación con aproximación de segundo	11
3.6.1. Filtro bicuadrático configuración polo cero	11
4. Oscilador caótico utilizando integradores de orden fraccionario	13
4.1. Oscilador caótico basado en funciones no lineales saturadas (SNLF)	13
4.2. Función deestabilizadora	13
4.3. Variables de estado del oscilador en orden fraccionario	13
4.4. Implementación en FPAA	13
4.4.1. Configuración bilineal polo y cero	13
4.4.2. Configuración bilineal suma de filtros	13
5. Conclusiones	15
A. Códigos	17
B. Esquemático de QuadApex v2.0	19
Bibliografía	21

Índice de figuras

3.1. Diagrama esquemático de filtro pasabajas activo.	9
3.2. Diagrama de Bode experimental utilizando el NI ELVIS II+.	10
3.3. Diagramas de Bode comparativos, respuesta ideal, simulación y experi- mental.	10
B.1. Diagrama esquemático de QuadApex v2.0	19

Índice de tablas

3.1. Equivalencias de IOCell en AD2 a físicos pines en tarjeta en FPAA. . .	8
---	---

Lista de códigos

A.1. Función <code>syms2tf</code>	17
---	----

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

Hola Cuando se comienza a estudiar cálculo de orden entero es necesario familiarizarse con la notación de los operadores matemáticos de la derivada y la integral, con el cálculo fraccionario ocurre lo mismo. En la actualidad la notación más utilizada para el cálculo entero es la dada por Leibniz en (1686), donde el operador diferencial de n -ésimo orden esta definido como: $\frac{d^n}{dt^n}$, D_t^n o simplemente D^n con $n \in \mathbb{N}$. Utilizando el mismo razonamiento, puede definirse su operador inverso (antiderivada) de manera que el operador inverso de la derivada de n -ésimo orden está dado por: ${}_a D_t^{-n}$, donde $n \in \mathbb{N}$ y $a \in \mathbb{R}$ representa el límite inferior del dominio de la región donde se aplica dicho operador.

Para generalizar el operador diferencial e integral para orden fraccionario se considera que este puede definirse para parámetros de orden real o incluso complejo. Esto implica que los operadores pueden definirse respectivamente como: D^α y ${}_a D_t^\alpha$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.

Es importante tener presente que no una hay una única definición para los operadores diferencial e integral fraccional, sino varias expresiones definidas por diferentes autores, entre las mas usadas se encuentran la definición de Grünwald-Letnikov (GL), la de Riemann-Liouville (RL) y la de Caputo (Ca), cada una de estas con sus ventajas y desventajas desde el punto de vista del análisis matemático, complejidad computacional e implementación [3].

2.1. Definición de Grünwald-Letnikov

2.1.1. Definición de derivada de Grünwald-Letnikov

2.1.2. Definición de integral de Grünwald-Letnikov

2.1.3. Método numérico para la definición de GL

2.2. Definición de Riemann-Liouville

2.2.1. Definición de integral de Riemann-Liouville

2.2.2. Definición de derivada de Riemann-Liouville

2.3. Transformada de Laplace de integrales y derivadas fraccionarias

2.4. Expansión de fracciones continuas (CFE)

2.4.1. Análisis de error de la CFE

2.5. Escalamiento en frecuencia

2.6. Teoría de filtros

2.6.1. Filtros de primer orden

2.6.2. Filtros de segundo orden

Bibliografía

- [1] J. M. M. Pacheco and E. T. Cuautle, *Electronic Design Automation of Multi-Scroll Chaos Generators*. BENTHAM SCIENCE PUB, 2010.
- [2] A. Buscarino, L. Fortuna, M. Frasca, and G. Sciuto, *A Concise Guide to Chaotic Electronic Circuits*. Springer-Verlag GmbH, 2014.
- [3] I. Petráš, *Fractional-Order Nonlinear Systems*. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [4] I. Petráš and J. Terpak, “Fractional calculus as a simple tool for modeling and analysis of long memory process in industry,” *Mathematics*, vol. 7, p. 511, jun 2019.
- [5] A. Tepljakov, E. A. Gonzalez, E. Petlenkov, J. Belikov, C. A. Monje, and I. Petráš, “Incorporation of fractional-order dynamics into an existing PI/PID DC motor control loop,” *ISA Transactions*, vol. 60, pp. 262–273, jan 2016.
- [6] S. W. Khubalkar, A. S. Junghare, M. V. Aware, A. S. Chopade, and S. Das, “Demonstrative fractional order – PID controller based DC motor drive on digital platform,” *ISA Transactions*, vol. 82, pp. 79–93, nov 2018.
- [7] M. D. Ortigueira, *Fractional Calculus for Scientists and Engineers*. Springer-Verlag GmbH, 2011.
- [8] G. Wang, D. Chen, J. Lin, and X. Chen, “The application of chaotic oscillators to weak signal detection,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 46, pp. 440–444, apr 1999.
- [9] V. Tepin, *Self-parametric chaotic oscillators for secure communication systems*. St. Petersburg State Polytech. Univ, 2002.
- [10] Y. Chen, I. Petras, and D. Xue, “Fractional order control - a tutorial,” *American Control Conference*, 2009.
- [11] S. Das, *Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls*. Springer-Verlag GmbH, 2007.

- [12] E. Gunay and K. Altun, "A performance comparison study of programmable platforms: FPAA and FPGA implementation of COOK communication system," *European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD)*, sep 2017.
- [13] I. S. Jesus and J. A. T. Machado, "Development of fractional order capacitors based on electrolyte processes," *Nonlinear Dynamics*, vol. 56, pp. 45–55, jun 2008.
- [14] K. Biswas, S. Sen, and P. Dutta, "Realization of a constant phase element and its performance study in a differentiator circuit," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 53, pp. 802–806, sep 2006.
- [15] A. Charef, "Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional $PI^\lambda D^\mu$ controller," *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 153, pp. 714–720, nov 2006.
- [16] B. Krishna, "Studies on fractional order differentiators and integrators: A survey," *Signal Processing*, vol. 91, pp. 386–426, Mar. 2011.
- [17] B. T. Krishna and K. V. V. S. Reddy, "Active and passive realization of fractance device of order $1/2$," *Active and Passive Electronic Components*, vol. 2008, pp. 1–5, 2008.
- [18] A. Tepljakov, E. Petlenkov, and J. Belikov, "Efficient analog implementations of fractional-order controllers," *Proceedings of the 14th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, may 2013.
- [19] L. Dorcak, J. Terpak, I. Petras, J. Valsa, and E. Gonzalez, "Comparison of the electronic realization of the fractional-order system and its model," *Proceedings of the 13th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, may 2012.
- [20] N. Fragoulis, G. Souliotis, D. Besiris, and K. Giannakopoulos, "Field programmable analogue array design based on the wave active filter design method," *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 63, pp. 889–895, oct 2009.
- [21] R. Caponetto and D. Porto, "Analog implementation of non integer order integrator via field programmable analog array," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 39, pp. 107–111, jan 2006.
- [22] C. Li, W. J.-C. Thio, J. C. Sprott, H. H.-C. Iu, and Y. Xu, "Constructing infinitely many attractors in a programmable chaotic circuit," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 29003–29012, 2018.

-
- [23] F. Jiang, X. Wang, J. Jin, and D. Yang, *The application of chaotic duffing oscillators to ballistocardiograph signal detection*. IEEE, jul 2010.
 - [24] B. Kumari and N. Gupta, “Experimental investigation on chaotic oscillator coupled dielectric resonator antenna for medical applications,” *IEEE International Conference on Antenna Innovations & Modern Technologies for Ground, Aircraft and Satellite Applications (iAIM)*, nov 2017.