Modélisation projet C9-1
GOTIC

DUFOUR MAXIME, JAY EMMANUEL
ENSTA ParisTech
September 27, 2015

1 Rappel des notations

Nous rappelons quelques notations de l'énoncé pour simplifier l'écriture du modèle par la suite. On considère un technicien $\omega \in W$ devant réaliser des tâches $j \in J$ nécessitant des compétences $s \in S$.

Chaque technicien $\omega \in W$ se déplace à la vitesse V constante et est caractérisé par:

- la position géographique B_ω de sa base
- un ensemble de compétences $S_\omega \subseteq S$
- les instants T_ω^{start} et T_ω^{end} de début et fin de journée

Chaque tâche $j \in J$ est caractérisée par

- sa position géographique (x_j, y_j)
- la compétence $S_j \in S$ pour la réaliser
- la durée D_j de l'intervention
- une variable booléenne r_j qui indique si oui ou non l'intervention se fait sur rendez-vous
- le créneau $[T_j^{min}, T_j^{max}]$ donne l'intervalle de temps dans lequel l'intervention doit se dérouler (s'il n'y a pas de rendez-vous prévu pour la tâche j, l'intervalle sera simplement fixé à la durée d'une journée en amont de l'optimisation)

2 Variables de décision

2.1

$$u_{i,j}^{\omega} \in \{0, 1\}$$

$$\forall i, j \in Bases\ and\ \forall \omega \in [|1, n|]$$

Vaut 1 si le technicien ω va du lieu i au lieu j, 0 sinon

2.2

$$x_j^{\omega} \in \{0, 1\}$$

$$\forall j \in Bases\ and\ \forall \omega \in [|1, n|]$$

Vaut 1 si le technicien ω satisfait la demande de la maison j, 0 sinon

2.3

$$t_j^{\omega} \in [|0, T-1|]$$
$$\forall j \in Bases \ and \ \forall \omega \in [|1, n|]$$

Vaut le temps auquel le technicien ω quitte la maison j

3 Liaison des variables

3.1

Assurer qu'il y ait effectivement un trajet allant vers la maison j si le technicien ω satisfait la demande de cette maison :

$$\sum_{i=0}^{N} u_{i,j}^{\omega} = x_j^{\omega} \qquad \forall j, \omega$$

3.2

On fixe le temps de départ du technicien ω de la maison j à zéro si ce technicien ne satisfait pas la demande de cette maison :

$$t_j^{\omega} <= T x_j^{\omega} \qquad \forall j, \omega$$

4 Fonction objectif

Notons $D = (d_{i,j})_{(i,j) \in J \cup W}$ la matrice des distance (arrondies à l'entier le plus proche) entre les différents lieux géographiques du problème (elle contient aussi bien les positions géographiques de toutes les tâches que celles de toutes les bases des différents techniciens). On calcule cette matrice une seule fois avant l'optimisation.

La fonction objectif s'écrit donc :

$$F = \sum_{\omega \in W} \sum_{i \in J \cup W} \sum_{j \in J \cup W} d_{ij} u_{ij}^{\omega}$$

5 Contraintes

5.1

Continuité du trajet d'un technicien (ce qui rentre est égal a ce qui sort) :

$$\sum_{i \in J} u_{i,j}^{\omega} = \sum_{k \in J} u_{j,k}^{\omega} \qquad \forall j, \omega$$

5.2

Un technicien ω ne peut réaliser la tâche j que s'il dispose de la compétence nécessaire (i.e. $s_j \in S_{\omega}$)

$$x_j^{\omega} \prod_{i=0}^{|S_{\omega}|} (s_j - s^{\omega}(i)) = 0 \qquad \forall j \in J, \omega$$

5.3

Si le technicien ω reste suffisamment de temps pour faire la tâche nécessaire sur le lieu j et chaque technicien doit avoir le temps d'aller d'un rendez-vous à l'autre

$$T(1 - u^{\omega}_{i,j}) + t^{\omega}_j >= t^{\omega}_i + (\frac{d_{i,j}}{V} + D_j)u^{\omega}_{i,j} \qquad \forall i, j, \omega$$

(Si le technicien ne va pas de i à j, il n'y a pas de contraintes)

5.4

Si il y a un rendez vous, arriver dans le bon créneau de temps pour le faire (quand il n'y en a pas on a préalablement fixé T^{min}_j et T^{max}_j aux bornes de la journée)

$$u^{\omega}_{i,j}T^{min}_j <= t^{\omega}_i + \frac{d_{i,j}}{V}u^{\omega}_{i,j} <= T^{max}_j + T(1 - u^{\omega}_{i,j}) \qquad \forall i, j, \omega$$

5.5

Toutes les tâches doivent être effectuées

$$\sum_{\omega=0}^{\Omega} x^{\omega}_j = 1 \qquad \forall j$$

5.6

Chaque technicien doit commencer et finir à sa base. Il doit partir de sa base une seule fois :

$$\sum_{j=0}^{N} u^{\omega}_{b(\omega),j} = 1 \qquad \forall \omega$$

Il doit arriver à sa base une seule fois :

$$\sum_{i=0}^{N} u^{\omega}_{i,b(\omega)} = 1 \qquad \forall \omega$$

Il doit partir de sa base en premier :

$$t^{\omega}_{b(\omega)} <= t^{\omega}_j + (1 - x^{\omega}_j)T \qquad \forall j, \omega$$

5.7

Chaque technicien doit commencer après T^{start}_{ω}

$$T^{start}_{\omega} <= t^{\omega}_{b(\omega)} \qquad \forall \omega$$

et finir avant T^{end}_{ω}

$$t^{\omega}_i + \frac{d_{i,b(\omega)}}{V}u^{\omega}_{i,b(\omega)} < T^{end}_{\omega} \qquad \forall i, \omega$$