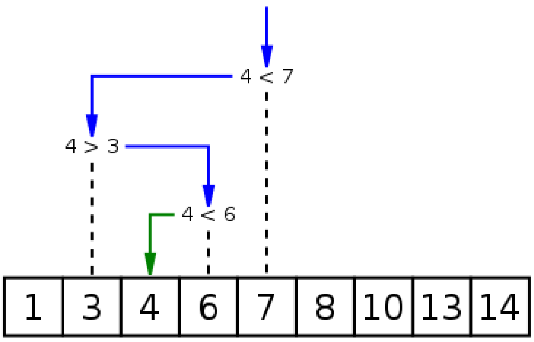
# LEUNA FIENKAK NKEHEUP - 20U2698

[Lien Github]

# Exercise 1: Binary Search

## Représentation des problèmes

L'algorithme de recherche binaire est conçu pour trouver efficacement une valeur cible dans une liste triée d'entiers. Au lieu d'effectuer une recherche séquentielle comme dans une recherche linéaire, la recherche binaire divise la liste en deux et détermine quelle moitié peut contenir la cible, ce qui réduit considérablement l'espace de recherche à chaque étape.




### Exemple de représentation :

Considérons le tableau trié suivant :
1,3,5,7,9,11,13,15,17,19

Si nous recherchons **7**, la recherche binaire procédera comme suit :

1. Vérifier l'élément du milieu (index **4**, valeur **9**).
2. Comme **7 < 9**, rechercher dans la moitié gauche.
3. Le nouvel élément du milieu est à l'index **2** (valeur **5**).
4. Comme **7 > 5**, rechercher dans la moitié droite de ce sous-tableau.
5. Trouver **7** à l'index **3**.

## Solution

La recherche binaire suit l'approche « diviser pour régner », en réduisant l'espace de recherche de moitié à chaque étape.

```python
def binary_search(arr, target):
    left, right = 0, len(arr) - 1
    while left <= right:
        mid = left + (right - left) // 2
        if arr[mid] == target:
            return mid
        elif arr[mid] < target:
            left = mid + 1
        else:
            right = mid - 1
    return -1
```

# Résultats

### Input & Output:

| Input List | Target | Output (Index) |
|---|---|---|
| [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19] | 7 | 3 |
| [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19] | 10 | -1 |

# Analyse de la complexité en temps

- **Recherche binaire** : La complexité en temps est **O(log n)**, car à chaque étape, la taille du problème est réduite de moitié.
- **Recherche linéaire (comparaison)** : La complexité en temps est **O(n)**, car chaque élément est vérifié un par un.

### Comparaison:

| | | |
|---|---|---|
| Algorithm | Best Case | Worst Case |
| Linear Search | O(1) | O(n) |
| Binary Search | O(1) | O(log n) |

# Conclusion

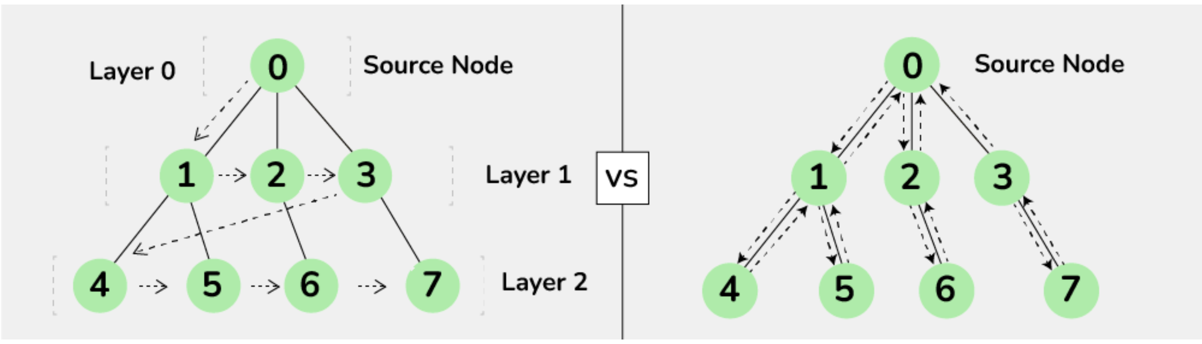
La recherche binaire est un algorithme de recherche très efficace pour les listes triées, qui surpasse largement la recherche linéaire dans les grands ensembles de données. Elle s'exécute en temps logarithmique O(log n), ce qui optimise les opérations de recherche.

# Exercise 2: Graph Traversal (BFS and DFS

## Problème

Nous avons un graphe non orienté représentant une carte de ville, avec des nœuds pour les emplacements et des arêtes pour les routes. L'objectif est d'explorer le graphe avec BFS et DFS, de vérifier la connectivité entre deux emplacements et de trouver le chemin le plus court entre eux. **Graphe a**

**BFS** **DFS**




## Solution

- **BFS** explore le graphe niveau par niveau à l'aide d'une file (queue).
- **DFS** explore en profondeur à l'aide d'une récursion.
- **Vérification de connectivité** en vérifiant si le nœud cible est atteint en BFS.
- **Chemin le plus court** en utilisant BFS pour reconstruire le chemin optimal.

```python
from collections import deque

def bfs(graph, start):
    visited = set()
    queue = deque([start])
    traversal_order = []

    while queue:
        node = queue.popleft()
        if node not in visited:
            visited.add(node)
            traversal_order.append(node)
            queue.extend(graph[node] - visited)

    return traversal_order

def dfs(graph, start, visited=None):
    if visited is None:
        visited = set()

    visited.add(start)
    traversal_order = [start]

    for neighbor in graph[start] - visited:
        traversal_order.extend(dfs(graph, neighbor, visited))

    return traversal_order

def is_connected(graph, node1, node2):
    return node2 in bfs(graph, node1)

def shortest_path_bfs(graph, start, goal):
    queue = deque([(start, [start])])
    visited = set()

    while queue:
        node, path = queue.popleft()
        if node == goal:
            return path

        if node not in visited:
            visited.add(node)
            for neighbor in graph[node] - visited:
                queue.append((neighbor, path + [neighbor]))

    return None  # No path found
```

## Résultats

Exécution avec le graphe donné :

```
BFS Traversal: ['0', '2', '1', '3', '6', '4', '5', '7']
DFS Traversal: ['0', '2', '6', '1', '4', '5', '3', '7']
Is 0 connected to 5?: True
Shortest path from 0 to 5: ['0', '1', '5']
Is 3 connected to 0?: True
```

## Conclusion

BFS est efficace pour trouver le chemin le plus court (O(V + E)), tandis que DFS est utile pour explorer les connexions. L'algorithme est bien adapté à la navigation urbaine et peut être étendu à des graphes plus complexes.

# Exercise 3: Dynamic Programming (Knapsack Problem)

## Problème

Une entreprise d’emballage veut optimiser le rangement des produits dans des conteneurs afin de maximiser la valeur totale tout en respectant une limite de poids. Chaque produit a une valeur et un poids, et nous devons choisir les produits à inclure pour obtenir la valeur maximale possible.


## Solution

- **Représentation** : Les articles sont représentés sous forme de tuples (valeur, poids).
- **Approche dynamique** :
  - Utilisation d'une table `dp[i][w]` où `i` est le nombre d'articles considérés et `w` est la limite de poids actuelle.
  - `dp[i][w]` stocke la valeur maximale pouvant être obtenue avec les `i` premiers objets et un poids maximal `w`.
  - On remplit la table en comparant l'inclusion ou l'exclusion d'un article.
- **Retourne** la valeur maximale et la liste des articles sélectionnés.

```python
def knapsack(items, max_weight):
    n = len(items)
    dp = [[0] * (max_weight + 1) for _ in range(n + 1)]

    for i in range(1, n + 1):
        value, weight = items[i - 1]
        for w in range(max_weight + 1):
            if weight <= w:
                dp[i][w] = max(dp[i - 1][w], dp[i - 1][w - weight] + value)
            else:
                dp[i][w] = dp[i - 1][w]

    # Backtracking to find the selected items
    w = max_weight
    selected_items = []
    for i in range(n, 0, -1):
        if dp[i][w] != dp[i - 1][w]:
            selected_items.append(items[i - 1])
            w -= items[i - 1][1]

    return dp[n][max_weight], selected_items[::-1]
```

## Résultats

Exécution avec les articles `[(60, 10), (100, 20), (120, 30)]` et une capacité de 50 :

```
Maximum value: 220

Selected items: [(100, 20), (120, 30)]
```

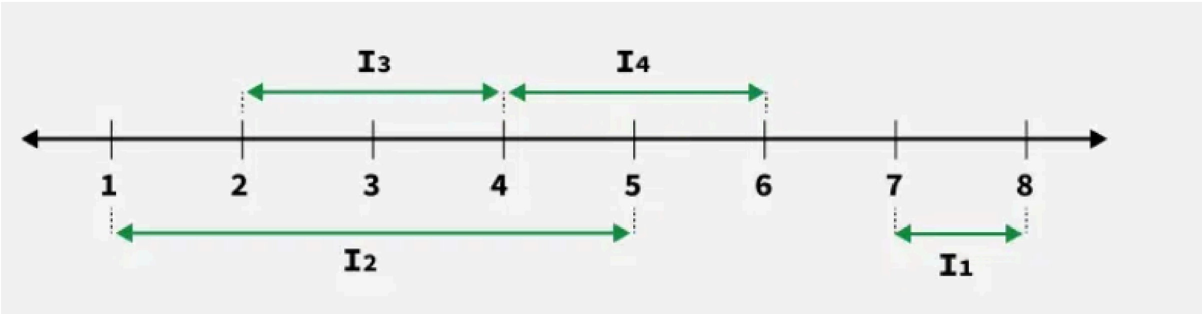
## Conclusion

L'algorithme permet d'optimiser efficacement l'emballage avec une complexité de `O(n * W)`, ce qui est optimal pour un problème de sac à dos 0/1. Il offre une solution précise pour la maximisation des profits en tenant compte des contraintes de poids.

# Exercise 4: Merge Intervals

## Problème

Dans une application de calendrier, il est nécessaire de fusionner les plages horaires qui se chevauchent afin d'optimiser la planification. **Figure 1**




## Solution

- **Représentation** : Les intervalles sont donnés sous forme de tuples `(start_time, end_time)`.
- **Approche** :
  - Trier les intervalles par heure de début.
  - Parcourir les intervalles triés et les fusionner s'ils se chevauchent.
- **Retourne** la liste des intervalles fusionnés.

```python
def merge_intervals(intervals):
    if not intervals:
        return []

    intervals.sort(key=lambda x: x[0])
    merged = [intervals[0]]

    for current in intervals[1:]:
        last_merged = merged[-1]
        if current[0] <= last_merged[1]:  # Overlapping intervals
            merged[-1] = (last_merged[0], max(last_merged[1], current[1]))
        else:
            merged.append(current)

    return merged
```

## Résultats

Exécution avec les intervalles  de la **Figure 1**:

`(7, 8), (1, 5), (2, 4), (4, 6):`

`Merged intervals: [(1, 6), (7, 8)]`

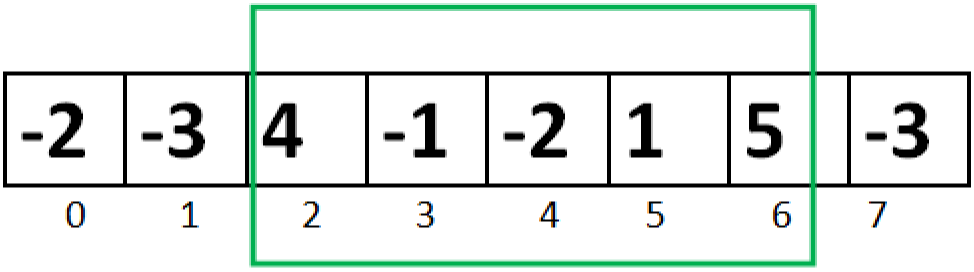
### Conclusion

L'algorithme optimise efficacement les plages horaires avec une complexité de `O(n log n)`, due au tri initial. Il est idéal pour des applications nécessitant la gestion de créneaux horaires, comme les calendriers et les plannings.

# Exercise 5: Maximum Subarray Sum (Kadane’s Algorithm)

### Problème

Dans l’analyse des prix des actions, nous devons identifier la séquence continue avec le profit maximal.




### Solution

- **Représentation** : Un tableau d’entiers représentant les variations de prix.
- **Approche (Algorithme de Kadane)** :
    - Parcourir le tableau tout en maintenant une somme courante.
    - Réinitialiser la somme si elle devient négative.
    - Suivre les indices du sous-tableau optimal.
- **Retourne** la somme maximale et le sous-tableau correspondant.

```python
def max_subarray_sum(arr):
    if not arr:
        return 0, []

    max_sum = float('-inf')
    current_sum = 0
    start = end = s = 0

    for i in range(len(arr)):
        current_sum += arr[i]

        if current_sum > max_sum:
            max_sum = current_sum
            start = s
            end = i

        if current_sum < 0:
            current_sum = 0
            s = i + 1

    return max_sum, arr[start:end+1]
```

### Résultats

Exécution avec `[-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1, -5, 4]` :

```
Maximum Subarray Sum: 6
Subarray: [4, -1, 2, 1]
```

### Conclusion

L’algorithme de Kadane trouve efficacement le sous-tableau optimal en `O(n)`, bien plus rapide qu’une approche brute-force `O(n²)`.