Mecánica Cuántica. Examen 2

Grupo CO11 Trimestre 21-I
Profesor: Miguel Angel Bastarrachea Magnani
Ayudante: Yoshua Chávez Bolaños,
Fecha: Viernes 21 de mayo de 2021.
Fecha de entrega: Lunes 24 de mayo de 2021.

1. **Preguntas conceptuales (2 puntos)**. Responde las siguientes preguntas
   (a) ¿Cómo se relacionan las leyes de conservación con las simetrías en mecánica cuántica?
   (b) ¿Qué es la simetría de traslación discreta y qué son las funciones de Bloch?
   (c) ¿Qué es un operador antiunitario y por qué el operador de inversión temporal debe serlo?
   (d) ¿Qué son los coeficientes de Clebsch-Gordan?
   (e) ¿Qué enuncia el Teorema de Wigner-Eckart y por qué es importante?
2. **Doble pozo rectangular simétrico (2 puntos).**
3. Considera un potencial de doble pozo rectangular simétrico

$$V = \begin{cases} \infty, & \text{si } |x| > a+b \\ 0, & \text{si } a < |x| < a+b \\ V_0, & \text{si} |x| < a \end{cases}$$

   Suponiendo que V_0 es muy alto comparado con las energías cuantizadas de los estados bajos, obtén una expresión aproximada para la separación de energía entre los dos estados más bajos.
   Hint: usa argumentos de paridad.
4. **Cálculo de coeficientes de Clebsch-Gordan (2 puntos).**
   (a) Demostrar la regla de la selección tal que

$$\langle j_1 j_2; 00 | j_1 j_2; j0 \rangle = 0$$

   cuando $j_1 + j_2 - j$ es un número impar.
   (b) Mostrar que

$$\langle j1; j0 | j1; jj \rangle = \sqrt{\frac{j}{j+1}}$$

   (c) Mostrar que

$$\langle j0; m0 | j0; jm \rangle = \frac{1}{\sqrt{2j+1}}$$

   (d) Mostrar que

$$\langle jj; m, -m | jj; 00 \rangle = \frac{(-1)^{j-m}}{\sqrt{2j+1}}$$

5. **Interacción Zeeman (4 puntos).** Como una aplicación del teorema de proyección, considera la interacción de Zeeman debida al momento dipolar magnético en el átomo de hidrogeno

$$H_{int} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

   donde el operador de momento dipolar magnético es

$$\vec{\mu} = -\mu_B (g_l \vec{L} + g_s \vec{S})$$

   con $g_l = 1$ y $g_s = 2$.

(a) Si la acción del anterior Hamiltoniano es pequeña comparada con la interacción de estructura fina e ignorando la estructura hiperfina, usa el teorema de proyección para mostrar que en un estado (n, l, j), el momento magnético tiene la forma

$$\vec{\mu} = -g_J \mu_B \vec{J}$$

donde

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

se conoce como el factor g de Landé.

(b) Estimar la intensidad del campo magnético para la cual la interacción de Zeeman se vuelve del orden de la separación debida a la estructura fina entre los estados $2p_{1/2}$ y $2p_{3/2}$.
Hint: recuerda que la estructura fina viene de considerar los posibles valores de espín.