Práctica 02 de Cálculo de probabilidades

Emmanuel Isaac Pezo Ramirez

20 de septiembre de 2019

Demostrar las siguientes propiedades

a) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$

b) $P(A^c) = 1 - P(A)$
Demostración
Recordar $A \cup A^c = \Omega \Rightarrow P(\Omega) = 1$
$P(A \cup A^c) = P(\Omega)$
$P(A) + P(A^c) = 1$
Por lo tanto $P(A^c) = 1 - P(A)$

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B); A \cap B \neq \emptyset$
Demostración
Tenemos:
$P(B) = P(B \cap A^c) + P(A \cap B)$
$P(A) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B)$
$\Rightarrow P(A) + P(B) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B) + P(B \cap A^c) + P(A \cap B)$
$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B) + P(B \cap A^c)$
Por lo tanto:
$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B)$

d) $P(A \cup B) = P(A) + P(B); A \cap B = \emptyset$

e) $P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i<1}^{n} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i<j<k}^{n} P(A_i \cap a_j \cap A_k) - ... + (-1)^n P(\bigcap_{i=1}^{n} A_i)$

1. Dé un ejemplo de experimento aleatorio que es de interés para:un ingeniero electricista, un economista y un gerente de compañia de automoviles.

a) Un ingeniero electricista
SOLUCIÓN:
Observar el tiempo de vida útil de un artefacto eléctrico.

b) Un economista
SOLUCIÓN:
Proyectarse la tasa de devaluación de la moneda.

c) Un gerente de una compañía de automóviles.
SOLUCIÓN:
Comprar por lo menos 10 vehículos blindados.

2. Construir El espacio muestral apropiado para los siguientes experimentos aleatorios.

a) Elegir una carta de una baraja de 52 cartas. SOLUCIÓN:

$\Omega = Del1al13dediamantes(D), decorazones(C), detreboles(T)ydeespadas(E). \Rightarrow$
$\Omega = \{C_1, C_2, C_3, ..., C_13, T_1, T_2, T_3, ..., T_13, D_1, D_2, D_3, ..., D_13, E_1, E_2, E_3, ..., E_13.$

b) Verificar el estado de dos transistores (apagado o encendido).
SOLUCIÓN:
$\Omega = \{Encendido - Encendido, Encendido - Apagado, Apagado - Encendido, Apagado$

c) Verificar el estado de 10 transistores (apagado o encendido .
SOLUCIÓN:
$\Omega = \{Encendido - Encendido, Encendido - Apagado,$
$Apagado - Encendido, ..., Apagado - Apagado\}$

En éste caso el espacio muestral tiene 100 posibles eventos, por lo que es muy dificil crearlo,

pero va a ser todas las posibles combinaciones entre encendidos y apagados.

d) Se lanzan n monedas y se observa el número de caras.

SOLUCIÓN:

$\Omega = \{(x+a)^n\}$

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

3. Un inversionista planea escoger dos de las cinco oportunidades de inversión que le han recomendado. Describa el espacio muestral que representa las opciones posibles.

   solucion:

   El espacio muestral de los cinco oportunidades de inversión.

   $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

   $Planeaescogerdosdelascincooportunidadesdeinversión.$

   $\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (2,5); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (3,5); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4); (4,5); (5,1); (5,2); (5,3); (5,4); (5,5)\}$

4. Tres artículos son extraídos con reposición, de un lote de mercancías; cada artículo ha de ser identificado como defectuosos "Dz no defectuoso "N?. Describa todos los puntos posibles del espacio muestral para este experimento.

   solucion:

   Los tres articulos son$\{1, 2, 3\}$

   $D : Defectoso$

   $N : Nodefectoso$

   $\Omega = \{(x, y)/x = 1, 2, 3; y = D, N\}$

   $\Omega = \{(1, D)(1, N); (2, D); (2, N); (3, D); (3, N)\}$

5. Dos personas A y B se distribuyen al azar en tres oficinas numerada 1, 2 y 3. Si las dos personas pueden estar en la misma oficina, defina un espacio muestral adecuado.
   Solución
   persona 1: A
   persona 2: B
   Oficinas: 1,2,3

$\Omega = \{(A_1, B_1); (A_2, B_2); (A_3, B_3); (A_1, B_2); (A_1, B_3); (A_2, B_1); (A_2, B_2); (A_3, B_1); (A_3, B_2)\}$

6. Tres personas A , B y C se distribuyen al azar en dos oficinas numeradas con 1 y 2. Describa un espacio muestral adecuado a este experimento, (a) si los tres pueden estar en una misma oficina; (b) sí sólo se puede asignar una persona a cada oficina.

7. Durante el día, una máquina produce tres artículos cuya calidad individual, definida como defectuoso o no defectuoso, se determina al final del día. Describa el espacio muestral generado por la producción diaria.
   Solución

   D:Defectuoso
   B:No defectuoso

   $\Omega = \{(DDD); (DDB); (DBD); (BDD); (BBD); (BDB); (DBB; (BBB)\}$

8. El ala de un avión se ensambla con un número grande de remaches. Se inspecciona una sola unidad y el factor de importancia es el número de remaches defectuosos. Describa el espacio muestral.

   SOLUCIÓN:

   $\Omega = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

9. Suponga que la demanda diaria de gasolina en una estación de servicio está acotada por 1000 galones, que se lleva a un registro diario de venta. Describa el espacio muestral.

   SOLUCIÓN:

   $\Omega\{x/0 \leq x \leq 1000\}$

10. Se desea medir la resistencia al corte de dos puntos de soldadura. Suponiendo que el límite superior está dado por U, describa el espacio muestral.

    SOLUCIÓN:

    $\Omega\{x/0 \leq x \leq U\}$

11. De un grupo de transistores producidos bajo condiciones similares, se escoge una sola unidad, se coloca bajo prueba en un ambiente similar a su uso diseñado y luego se prueba hasta que falla. Describir el espacio - muestral
    Solución:

transitor elegido:$X_i; i = 1, n$
t; tiempo de vida del transitor x:
$\Omega = \{0$

12. En el problema 11. (a) suponga que el experimento consiste en extraer dos transistores y se prueba hasta que fallan. Describir el espacio muestral (b) suponga que el experimento consiste en escoger 5 transistores y se prueba hasta que fallan. Describir el espacio muestral.

    SOLUCIÓN(a):

    $\Omega = \{(x_1, x_2) / 0 \leq x_1, x_2 < \infty\}$

    SOLUCIÓN(b):

    $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) / 0 \leq x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 < \infty\}$

13. Una urna contiene cuatro fichas numeradas: 2,4,6, y 8 ; una segunda urna contiene cinco fichas numeradas: 1,3,5,7, y 9. Sea un experimento aleatorio que consiste en extraer una ficha de la primera urna y luego una ficha de la segunda urna, describir el espacio muestral.

    SOLUCIÓN:

    $U_1 = \{2, 4, 6, 8\}\, U_2 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

    A: Extraer una ficha de la primera urna y luego una ficha de la segunda urna.

    $\Omega_A = \{(x, y) / x \in \{2, 4, 6, 8\}; y \in \{1, 3, 5, 7, 9\}\}$

14. Una urna contiene tres fichas numeradas: 1,2,3; un experimento consiste en lanzar un dado y luego extraer una ficha de la urna. Describir el espacio muestral.

    SOLUCIÓN:

    $U_1 = \{1, 2, 3\}\, D_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

    A: Lanzar un dado y luego extraer una ficha de la urna

    $\Omega_A = \{(x, y) / x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}; y \in \{1, 2, 3\}\}$

15. Una línea de producción clasifica sus productos en defectuosos "Dz no defectuosos "N". De un almacén donde guardan la producción diaria de esta línea, se extraen artículos hasta observar tres defectuosos consecutivos o hasta que se hayan verificado cinco artículos. Construir el espacio muestral.

    SOLUCIÓN:

    $\Omega = \{DDD, DDNDD, DDNDN, DDNND, DDNNN, DNDDD, DNDDN,$

$DNDND, DNDNN, DNNDD, DNNDN, DNNND, DNNNN, NDDD,$
$NDDND, NDDNN, NDNDD, NDNDN, NDNND, NDNNN, NNDDD,$
$NNDDN, NNDND, NNDNN, NNNDD, NNNDN, NNNND, NNNNN\}$

16. Lanzar un dado hasta que ocurra el número 4. Hallar el espacio muestral asociado a este experimento.

    SOLUCIÓN:

    $\Omega = \{x, x4, xx4, xxx4, ...\}$;

    donde X=obtener un número diferente de 2

17. Una moneda se lanza tres veces. Describa los siguientes eventos:

    A: .ºcurre por lo menos 2 caras".
    $A = \{CCS, CSC, SCC, CCC\}$

    B: .ºcurre sello en el tercer lanzamiento".
    $B = \{CCS, CSS, SCS, SSS\}$

    C: .ºcurre a lo más una cara".
    $C = \{SSS, CSS, SCS, SCC\}$

18. En cierto sector de Lima, hay cuatro supermercados (numeradas 1,2,3,4). Seis damas que viven en ese sector seleccionan al azar y en forma independiente, un supermercado para hacer sus compras sin salir de su sector.

    a) Dar un espacio muestral adecuado para este experimento.
    SOLUCIÓN:

    $DAMAS = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $SUPERMERCADOS = \{1, 2, 3, 4\}$
    $\Omega = \{(x, y)/x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

    b) Describir los siguientes eventos:

    A: "Todas las damas escogen uno de los tres primeros supermercados"

    $A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4)\}$

    B: "Dos escogen el supermercado N° 2 y las otras diferentes supermercados".
    $C = \{(1, 2), (2, 2), (3, 1), (4, 4)\}$

19. Tres máquinas idénticas que funcionan independientemente se mantienen - funcionando hasta darle de baja y se anota el tiempo que duran. Suponer que ninguno dura más de 10 años.

    a) Definir un espacio muestral adecuado para este experimento
       SOLUCIÓN:

       $\Omega = \{(x, y) \diagup x \in \{1, 2, 3\}; y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}\}$

    b) Describir los siguientes eventos:

       A: "Las tres máquinas duran más de 8 años".

       $A = \{(1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 8), (2, 9), (2, 10), (3, 8), (3, 9), (3, 10)\}$

       B: .[El] menor tiempo de duración de los tres es de 7 años".

       $A = \{(1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10), (3, 7) (3, 8), (3, 9), (3, 10)\}$

       C: .[El] menor tiempo de duración de los tres es de 7 años".

       $A = \{(1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10), (3, 7) (3, 8), (3, 9), (3, 10)\}$

       D: El mayor tiempo de duración de los tres es de 9 años".

       $D = \{(x, y) \diagup x \in \{1, 2, 3\}; y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}\}$

20. En el espacio muestral del problema 4, describe los siguientes eventos:

    A: .[O]curre al menos 2 artículos no defectuosos".

    $A = \{DNN, NDN, NND, NNN\}$

    B: .[O]curre exactamente 2 artículos no defectuosos"

    $A = \{DNN, NDN, NND\}$

21. En el problema 16, describir el evento, "se necesitan por lo menos 5 lanzamientos".

    Se necesitan por lo menos 5 lanzamientos $= \{xxxx4.xxxxx4, xxxxxx4, ...\}$; donde x = obtener un número diferente de 4 .

22. El gerente general de una firma comercial, entrevista a 10 aspirantes a un puesto. Cada uno de los aspirantes es calificado como: Deficiente, Regular, Bueno, Excelente.

a) Dar un espacio muestral adecuado para este experimento .
$\Omega =, R, B, E\}^{10} = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}) / x_i = D, R, B, E; i = 1, 2, 3, ..., 10\}$

b) Describir los siguientes eventos.

A: "Todos los aspirantes son calificados como deficientes o excelentes"
$A = \{(D, D, D, D, D, D, D, D, D, D), (E, E, E, E, E, E, E, E, E, E)\}$

B: "Sólo la última persona extrevistada es calificado como excelente"
$B = \{D, R, B\}^9 * \{E\}$

23. Considere el experimento de contar el número de carros que pasan por un punto de una autopista. Describa los siguientes eventos:

A; "Pasan un número par de carros".
$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, ...\}$

B; .El número de carros que pasan es múltiplo de 6 ".
$B = \{0, 6, 12, 18, ...\}$

C; "Pasan por lo menos 20 carros"
$C = \{20, 21, 22, 23, 24, ...\}$

D; "Pasan a lo más 15 carros".
$D = \{1, 2, 3, 4, ..., 14, 15\}$

24. En el problema 12. Describir los siguientes eventos.

(1) en la parte (a)

A: "Los dos transistores duran a lo más 2,000 horas".

$A = \{(x, y) / 0 \leq x, y \leq 2000\}$, donde x: el tiempo de falla del transistor designado como número 1; y: el tiempo de falla del transistor designado como número 2.

B: .El primero dura más de 2,000 horas, el otro menos de 3,000 horas".

$B = \{(x, y) / 2000 \leq x < \infty; 0 \leq y \leq 3000\}$
(2) En la parte (b).

C: "Los cinco duran por lo menos 1,000 horas pero menos de 2,000 horas".

$C = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) / 1000_1, x_2, x_3, x_4, x_5 < 2000\}$

D: .El primero dura más de 2,000 horas, los demás a lo más 2,500 horas".

$D = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) / 2000 \leq x_1 < \infty; 0 \leq x_2, x_3, x_4, x_5 \leq 2500\}$