

## Correction des exercices sur les encadrements

### Exercice 1

$$1) -2 \leq x \leq \frac{3}{2} \text{ et } 0 \leq y \leq 3 \quad -$$

-Encadrons  $x + y$

$$-2 + 0 \leq x + y \leq \frac{3}{2} + 3$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq x + y \leq \frac{3}{2} + \frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq x + y \leq \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq x + y \leq \frac{9}{2}$$

Encadrement de  $2x - y$

encadrons d'abord  $2x$

$$-2 \times 2 \leq 2 \times x \leq 2 \times \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq 2x \leq \frac{6}{2}$$

Encadrons  $-y$

Multiplions l'encadrement de  $y$  par  $(-1)$  on a :

$$0 \times (-1) \geq y \times (-1) \geq 3 \times (-1) \quad \text{Car la multiplication par un nombre négatif inverse l'ordre}$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -y \geq -3 \quad \text{Inversons}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq -y \leq 0$$

Encadrons maintenant  $2x - y$  cela revient à encadrer  $2x + (-y)$  donc on a :

$$\Leftrightarrow -4 + (-3) \leq 2x - y \leq \frac{6}{2} + 0$$

$$\Leftrightarrow -7 \leq 2x - y \leq \frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow -7 \leq 2x - y \leq \frac{6}{2}$$

$$2) \frac{1}{2} \leq x \leq 3,14 \text{ et } 0,5 \leq y \leq 2$$

Encadrons  $xy$

C'est l'encadrement d'un produit donc on a :

$$\frac{1}{2} \times 0,5 \leq xy \leq 3,14 \times 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leq xy \leq 6,28$$

$$\frac{1}{4} \leq xy \leq 6,28$$

### Exercice2

- 1) Encadrons l'aire de ce champ sachant que  $30 < L < 35$  et  $25 < l < 26$   
 Soit  $A$  l'aire de ce champ on a  $A = L \times l$ . C'est l'encadrement d'un produit on a :

$$30 \times 25 < L \times l < 35 \times 26$$

$$\Leftrightarrow 750 < L \times l < 910$$

$\Leftrightarrow$

$$750 < A < 910$$

- 2) a) Encadrons le périmètre de ce cercle sachant que :  $2,23 < r < 2,24$  et  $3,14 < \pi < 3,15$   
 soit  $P$  le périmètre de ce cercle on a  $P = 2\pi r$

$$2,23 \times 3,14 \times 2 < 2\pi r < 2,24 \times 3,15 \times 2$$

$$\Leftrightarrow 14 < 2\pi r < 14,11$$

$$14 < P < 14,11$$

- b) Encadrons l'aire de ce cercle

soit  $A$  l'aire de ce cercle on a  $A = \pi r^2$

$$2,23 \times 2,23 \times 3,14 < r \times r \times \pi < 2,24 \times 2,24 \times 3,15$$

$$\Leftrightarrow 15,61 < \pi r^2 < 15,80$$

$\Leftrightarrow$

$$15,61 < A < 15,80$$

### Exercice3

- 1)  $-2 < \frac{5}{3}x - 2 < 3$  et  $\frac{1}{2} < -2y + 7 < 5$ . Trouvons les intervalles auxquels appartiennent  $x$  et  $y$

- L'intervalle de  $x$

$$-2 < \frac{5}{3}x - 2 < 3$$

Ajoutons 2 à chaque membre de l'inégalité :

$$:-2 + 2 < \frac{5}{3}x - 2 + 2 < 3 + 2 \text{ cars l'addition conserve l'ordre}$$

$$\Leftrightarrow 0 < \frac{5}{3}x < 5$$

Multiplions par 3

$$0 \times 3 < \frac{5}{3}x \times 3 < 5 \times 3 \text{ La multiplication par un nombre positif conserve l'ordre}$$

$$\Leftrightarrow 0 < 5x < 15 \text{ Remarque on a simplifié la fraction à l'intérieur}$$

Multiplions l'inégalité par  $\frac{1}{5}$  on a

$$\Leftrightarrow 0 \times \frac{1}{5} < 5x \times \frac{1}{5} < 15 \times \frac{1}{5} \text{ La multiplication par un nombre négatif conserve l'ordre}$$

$$\Leftrightarrow 0 < x < 3 \text{ On a simplifié}$$

D'où

$$x \in ]0; 3[$$

-l'intervalle de y

$$\frac{1}{2} < -2y + 7 < 5$$

Ajoutons -7 à l'inégalité

$$\frac{1}{2} - 7 < -2y + 7 - 7 < 5 - 7 \text{ L'addition conserve l'ordre}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} - \frac{14}{2} < -2y < -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{-13}{2} < -2y < -2$$

Multiplions l'inégalité par  $\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{-13}{2} \times \frac{1}{2} < -2y \times \frac{1}{2} < -2 \times \frac{1}{2} \text{ En simplifiant on a :}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-13}{4} < -y < -1$$

Multiplions l'inégalité par -1

$$\Leftrightarrow \frac{-13}{4} \times (-1) > -y \times (-1) > -1 \times (-1) \text{ Cars la multiplication par un nombre négatif inverse l'ordre}$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{4} > y > 1$$

Inversons on a

$$\Leftrightarrow 1 < y < \frac{13}{4} \text{ D'où}$$

$$y \in \left]1; \frac{13}{4}\right[$$

2) Trouvons un encadrement de x dans les cas suivants :

a)  $5 < 3x - 1 < 8$

Ajoutons 1 à l'inégalité on a :

$$5 + 1 < 3x - 1 + 1 < 8 + 1 \text{ L'addition conserve l'ordre}$$

$$\Leftrightarrow 6 < 3x < 9$$

Multiplions l'inégalité par  $\frac{1}{3}$  on a :

$$\Leftrightarrow 6 \times \frac{1}{3} < 3x \times \frac{1}{3} < 9 \times \frac{1}{3} \text{ En simplifiant on a :}$$

$$\Leftrightarrow 2 < x < 3$$

$$2 < x < 3$$

b)  $3 < \frac{x-1}{3} < 4$

Multiplions l'inégalité par 3 on a :

$$\Leftrightarrow 3 \times 3 < \frac{x-1}{3} \times 3 < 4 \times 3$$

$$\Leftrightarrow 9 < x - 1 < 12$$

Ajoutons 1 à l'inégalité on a :

$$\Leftrightarrow 9 + 1 < x - 1 + 1 < 12 + 1$$

$$\Leftrightarrow 10 < x < 13$$

$$10 < x < 13$$

