INF2080
Oblig 1

Elsie Mestl

April 27, 2016

Oppgave 1: P

DNFSAT = $\{\phi \,|\, \phi$ is on DNF, and ϕ is satisfiable$\}$

La $\phi \in$ DNFSAT for at ϕ skal være sant så holder det at en av klausulene er sann. For å sjekke om ϕ kan gjøres sann holder det altså å gå gjennom hver klausul og sette inn verdier til litteralene helt til en klausul er sann. Lager TM M som løser for DNFSAT som beskrevet.

M på input ϕ:

1. for hver klausul k_i i ϕ gjør 2
2. for hver litteral l_j^i finn tilhørende variabel.
3. Hvis denne variabelen ikke har blitt tildelt en verdi velg sannhetsverdien som gjør l_j^i sann, eller variabelen har blitt tildelt en verdi, men denne verdien gjør l_j^i sann, gå til steg4. Ellers gå til steg5.
4. Hvis det ikke er fler litteraler i klausulen aksepter, ellers gå til steg2.
5. Er det siste klausulen avvis, ellers nullstill variablene og gå til steg1.

Her er det beskrevet en determenistisk turing masking og analyserer vi den ser vi den vil kjøre i $O(N^2)$ altså er DNFSAT i P.

CNFSAT = $\{\phi \,|\, \phi$ is on CNF, and ϕ is satisfiable$\}$

CNFSAT er et NP-komplett problem

Må finne en TM, M for CNFSAT.

La N være en TM som bestemmer SAT og la M være gitt ved følgende:

M på input $\langle w \rangle$:

1. Kjør N på w.
2. Hvis N aksepterer (dvs det finnes en tilegning av verdier til litteralene som gjør w sann) aksepter. Ellers avvis.

Siden CNFSAT er polynomisk reduserbar til SAT, som er i NP, så er CNFSAT i NP.

For å vise at CNFSAT er NP-komplett holder det å vise at et anntet NP-komplett problem kan reduseres i polynom tid til CNFSAT.

Vi har at 3-SAT er NP-komplett.

Kan skrive en TM S for 3-SAT som tar inn et input ϕ. Kjører M på ϕ hvis M aksepterer finnes en valuasjon av litteralene som gjør utrykket sant, og vi aksepterer. Aviser M, avis.

Siden 3-SAT er NP-komplett holder det å vise at 3-SAT kan reduseres til CNFSAT.

CNFUNSAT $= \{\phi \mid \phi$ is on CNF, and ϕ is unsatisfiable$\}$

Siden CNFSAT $\in$ NP må $\overline{\text{CNFSAT}} \in co$NP. Og vi vet at $\overline{\text{CNFSAT}} =$ CNFUNSAT så må CNFUNSAT $\in co$NP.

VIS AT coNP-komplett

Oppgave 4

Har antatt at $P \subset NP$ hvor $P \neq NP$

Hvis $A \in NP \Rightarrow \overline{A} \in coNP$

A er NP-komplett hvis $(A \in NP) \wedge (B \leq_p A \forall B \in NP)$

Selvmotsigelsesbevis:

Anta at $A \in P$ og at $A \in NP - komplett$. Altså kan alle $B \in NP$ reduseres til A. Men da er $B \in P$ Men da er $NP = P$ noe som ikke stemmer. Altså må bevisantagelsen være feil og vi har at et språk kan ikke både være i P og i $NP - komplett$ samtidig.

Selvmotsigelsesbevis:

ALTERNATIVT DNFSAT $= \{\phi \,|\, \phi$ is on DNF, and ϕ is satisfiable$\}$

Reduserer problemte til det å finne en sti i en graf. Det å finne en sti mellom to noder s,t i en graf er i P. Hvis vi klarer å redusere problemet er også DNFSAT i P.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXx

M på input $\langle w \rangle$:

1. Gå gjennom w og sjekk den er på DNF
2. For hver literal i hver klausul. Gjør step 3.
3. Hvis det ikke finnes noen litteraler l_i^m, l_j^m slik at $l_i^m = \overline{l_j^m}$, aksepter. Ellers prøv neste klausul.
4. Hvis alle klausulene har ittealer l_i^m, l_j^m slik at $l_i^m = \overline{l_j^m}$ avvis

Analyserer vi TM maskinen får vi: La N være lengden til input w. Step 1 vil gå i O(N). Stem 2-4 vil i worst-case være hvis det ikke finnes en gyldig tildeling av litteraler til w som gjør utrykket sant. La k_i tilsvare antall elementer i den i-te klausulen. Da vil hver klausul ha vært gått kjennom $k_i^{k_i}$ ganger

jobber herfra

$$\begin{aligned}\overline{\text{CNFSAT}} &= \{\phi|\phi \text{ ikke er på CNF eller } \phi \text{ er ikke-tilfredsstillbar }\}\\ &= \{\phi|\phi \text{ er på DNF eller } \phi \text{ er ikke-tilfredsstillbar }\}\end{aligned}$$

DNFUNSAT $= \{\phi \,|\, \phi$ is on DNF, and ϕ is unsatisfiable$\}$

CNFTAUT $= \{\phi \,|\, \phi$ is on CNF, and ϕ is a tautology$\}$

Lager en TM for CNFTAUT som avgjør språket.

M på input $\langle w \rangle$:

1. Ikke deterministisk vel en valuasjon av litteralene til w
2. Hvis w er usann på denne valuasjonen avvis, ellers aksepter.

M vil altså kun akseptere hvis det ikke finnes noen tilegning av verdier til litteralene i w som gjør utrykket usant.

DNFTAUT = $\{\phi \mid \phi$ is on DNF, and ϕ is a tautology$\}$

CNFSAT - NP-komplett CNFUNSAT - coNP-komplett CNFTAUT - P DNF-SAT - P DNFUNSAT - reverse av Taut DNFTAUT - coNP-complete