Oblig 3
inf1080

Elsie Mestl

September 1, 2015

Oppgave 4.8:

En tautologi er et utrykk som allid er sann uavhengig av hva inputen er.
En kontradiksjon er et utrykk som alltid er usannt uavhengig av input

d

P	Q	$P \to Q$	$(P \to Q) \wedge \neg Q$	$((P \to Q) \wedge \neg Q) \to \neg P$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

Ser at hele kolonnen til høyre alltid er sann, har dermed at utrykket er en tautologi.

e

$$\neg(P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge (\neg R \vee P) = \neg P \wedge \neg Q \wedge (\neg Q \vee R) \wedge (\neg R \vee P)$$

Utrykket er hverken en kontradiksjon eller en tautologi da avhengig av hva P og R er så er utrykket enten sant eller usant

f

$$(\neg(P \vee Q)) \wedge P = \neg P \wedge \neg Q \wedge P$$

En kontradiksjon siden P kan ikke være både sann og usann til samme tid

Oppgave 5.5:

Bevis:

$$(P \to Q) \wedge (Q \to R) \to (P \to R)$$

a Direktebevis:

Proof. Setter dermed inn i en sannhetsverditabell og ser at:

P	Q	R	$A = P \to Q$	$B = Q \to R$	$A \wedge B$	$P \to R$	$A \wedge B \to (P \to R)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

Siden den siste kollonnen allitd er sann har vi at utsagnet vårt alltid vil stemme $\square$

c Motsigelsesbevis:

Proof. Anta at utrykket $(P \to Q) \wedge (Q \to R)$ er usant. Da har vi at både $P \to Q$ og $Q \to R$ er usanne. $P \to Q$ er kun usann når P er sann og Q er usann. Mens $Q \to R$ er kun usann når Q er sann og R er usann. Får her en motsigelse, for vi ser at for at begge utrykkene skal være usanne samtidig må Q både være sann og usann. Dette går ikke og vi har en motsigelse. Altså må antagelsen vår i begynnelsen være feil og utrykket stemmer. $\square$