INF2080
Oblig 1

Elsie Mestl

April 28, 2016

Oppgave 1: P

DNFSAT = $\{\phi \,|\, \phi$ is on DNF, and ϕ is satisfiable$\}$

La $\phi \in$ DNFSAT for at ϕ skal være sant så holder det at en av klausulene er sann. For å sjekke om ϕ kan gjøres sann holder det altså å gå gjennom hver klausul og sette inn verdier til litteralene helt til en klausul er sann. Lager TM M som løser for DNFSAT som beskrevet.

M på input $\langle\phi\rangle$:

1. for hver klausul k_i i ϕ gjør 2
2. for hver litteral l_j^i finn tilhørende variabel.
3. Hvis denne variabelen ikke har blitt tildelt en verdi velg sannhetsverdien som gjør l_j^i sann, eller variabelen har blitt tildelt en verdi, men denne verdien gjør l_j^i sann, gå til steg4. Ellers gå til steg5.
4. Hvis det ikke er fler litteraler i klausulen aksepter, ellers gå til steg2.
5. Er det siste klausulen avvis, ellers nullstill variablene og gå til steg1.

Her er det beskrevet en determenistisk turing masking og analyserer vi den ser vi den vil kjøre i $O(N^2)$ altså er DNFSAT i P.

DNFUNSAT = $\{\phi \,|\, \phi$ is on DNF, and ϕ is unsatisfiable$\}$

Dette er den konjugerte av DNFSAT. Vi kan altså bruke akkurat samme TM som for DNFSAT men hvor vi reverserer output. Og siden DNFSAT er i P, og det å endre aksepter til avvis og avis til aksepter er i O(1) så er TM til DNFUNSAT også i P.

Oppgave 2: NP-komplett

CNFSAT = $\{\phi \,|\, \phi$ is on CNF, and ϕ is satisfiable$\}$

Viser først at CNFSAT er med i NP La N være en TM som bestemmer SAT og la M være gitt ved følgende:

M på input $\langle w \rangle$:

1. Kjør N på ϕ.
2. Hvis N aksepterer (dvs det finnes en tilegning av verdier til litteralene som gjør ϕ sann) aksepter. Ellers avvis.

Siden CNFSAT er polynomisk reduserbar til SAT, som er i NP, så er CNFSAT i NP.

For å vise at CNFSAT er NP-komplett holder det å vise at et anntet NP-komplett problem kan reduseres i polynom tid til CNFSAT.

Vi har at 3-SAT er NP-komplett.

Kan skrive en TM S for 3-SAT som tar inn et input ϕ. Sjekker først om input er på lovlig format, hvis nei avvis ellers fortsett. Kjører så M på ϕ hvis M aksepterer finnes en valuasjon av litteralene som gjør utrykket sant, og vi aksepterer. Aviser M, avis.

Oppgave 3: coNP-komplett

CNFUNSAT = $\{\phi \,|\, \phi$ is on CNF, and ϕ is unsatisfiable$\}$

Siden CNFSAT $\in$ NP-komplett må $\overline{\text{CNFSAT}} \in$ coNP-komplett. Og vi vet at $\overline{\text{CNFSAT}}$ = CNFUNSAT altså er CNFUNSAT $\in$ coNP-komplett.

Kilder:

https://www.cl.cam.ac.uk/teaching/0910/Complexity/lecture9.pdf

Oppgave 4

Har antatt at $P \subset NP$ hvor $P \neq NP$

Hvis $A \in NP \Rightarrow \overline{A} \in coNP$

A er NP-komplett hvis $(A \in NP) \wedge (B \leq_p A \forall B \in NP)$

Selvmotsigelsesbevis:

Anta at $A \in P$ og at $A \in NP - komplett$. Altså kan alle $B \in NP$ reduseres til A. Men da er $B \in P$ Men da er $NP = P$ noe som ikke stemmer. Altså må bevisantagelsen være feil og vi har at et språk kan ikke både være i P og i $NP - komplett$ samtidig.

Selvmotsigelsesbevis:

CNFTAUT = $\{\phi \,|\, \phi$ is on CNF, and ϕ is a tautology$\}$

Lager en TM for CNFTAUT som avgjør språket.

M på input $\langle\phi\rangle$:

1. Ikke deterministisk vel en valuasjon av litteralene til ϕ
2. Hvis ϕ er usann på denne valuasjonen avvis, ellers aksepter.

M vil altså kun akseptere hvis det ikke finnes noen tilegning av verdier til litteralene i ϕ som gjør utrykket usant.

DNFTAUT = $\{\phi \,|\, \phi$ is on DNF, and ϕ is a tautology$\}$

CNFTAUT - P
DNFTAUT - coNP-complete

Gi en mini introduksjon til hver seksjon med hva det vil si å være et medlem i den klassen.