Oblig1
mat1120

Elsie Mestl

11. september 2015

Oppgave 1:

Matlabkoden:

```
P = [1  0.7  0  0  0  ;  0  0  0.5  0  0
    0  0.3  0  0.65  0  ;  0  0  0.5  0  0  ;  0  0  0  0.35  1];
Pn = P;
k = [3  4  40  80];

for  n = 1  :  4;
    start  = [0;  0;  0;  1;  0]; %only  s4 = 1,  this  is  the
        state  of  interest
    for  a = 1  :  k(n); %start  a = 1

        Pn = P * Pn;
    end

    prob  = Pn*start;

    fprintf('For  n = %d\n  ',  a)
    disp  ('P = ')
    disp  (Pn)

    fprintf('get  the  followin  matrix  with  start  in  s4  \n'
        )
    disp(prob)
    fprintf('probability  to  go  from  s4->s2  after  n=%d  is:
        %f  \n',a,  prob(2))

end
```

Gir følgende output:

```
diary  on
opgv1
For  n = 3
 P =
    1.0000      0.8050      0.5162      0.2275            0
```

```
         0    0.0713         0    0.1544         0
         0         0    0.2256         0         0
         0    0.0713         0    0.1544         0
         0    0.0525    0.2581    0.4637    1.0000

get the followin matrix with start in s4
    0.2275
    0.1544
         0
    0.1544
    0.4637

probability to go from s4->s2 after n=3 is: 0.154375
For n = 4
 P =
    1.0000    0.8786    0.6327    0.3869         0
         0    0.0161         0    0.0348         0
         0         0    0.0509         0         0
         0    0.0161         0    0.0348         0
         0    0.0893    0.3164    0.5434    1.0000

get the followin matrix with start in s4
    0.3869
    0.0348
         0
    0.0348
    0.5434

probability to go from s4->s2 after n=4 is: 0.034831
For n = 40
 P =
    1.0000    0.9000    0.6667    0.4333         0
         0    0.0000         0    0.0000         0
         0         0    0.0000         0         0
         0    0.0000         0    0.0000         0
         0    0.1000    0.3333    0.5667    1.0000

get the followin matrix with start in s4
    0.4333
    0.0000
         0
    0.0000
    0.5667

probability to go from s4->s2 after n=40 is: 0.000000
For n = 80
 P =
    1.0000    0.9000    0.6667    0.4333         0
         0    0.0000         0    0.0000         0
         0         0    0.0000         0         0
```

```
             0      0.0000            0      0.0000            0
             0      0.1000       0.3333      0.5667       1.0000

get the followin matrix with start in s4
      0.4333
      0.0000
           0
      0.0000
      0.5667

probability to go from s4->s2 after n=80 is: 0.000000
diary off
```

Der hvor det i matlab-outputen viser P = "matrise" tilsvarer det P^n, n gitt linjen før. Vektroen som vises under tilsvarer sansylighetsfordelingen etter n kjøringer. Så sansynligheten for å gå fra s_4 til s_2 er posisjon 2 i vektoren og presisert i teksten under.

Oppgave 2:

En matriser er A regulær hvis alle elementene i A^n for alle n, er strengt større enn 0.
Har

$$P - I = \begin{bmatrix} 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & -1 & 0.65 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.35 & 0 \end{bmatrix}$$

For å finne $Nul(P - I_5)$ løser vi likingssettet:

$$(P - I_5)\vec{x} = \vec{0}$$

Som gir den utvidede matrisen:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & -1 & 0.65 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.35 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Radreduserer denne, via matlab, og får:

```
P = [0 0.7 0 0 0 0; 0 -1 0.5 0 0 0
     0 0.3 -1 0.65 0 0; 0 0 0.5 -1 0 0; 0 0 0 0.35 0 0];

disp('P-I =')
disp(ref(P))
```

```
diary on
opgv2
P-I =
     0     1     0     0     0     0
     0     0     1     0     0     0
     0     0     0     1     0     0
     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0

diary off
```

Tar hensyn til de fri variablene og får følgende likningssytemer:

$$x_2 = 0$$
$$x_3 = 0$$
$$x_4 = 0$$

Som kan skrives som:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ x_5 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_5 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = x_1\vec{c} + x_5\vec{v}$$

Hvor x_1 og x_5 er fri variabler. Ser dermed at $\vec{c}$ og $\vec{v}$ spenner $Nul(P-I)$. De er også lineært uavhengige og dermed danner de også en basis for $Nul(P-I)$.